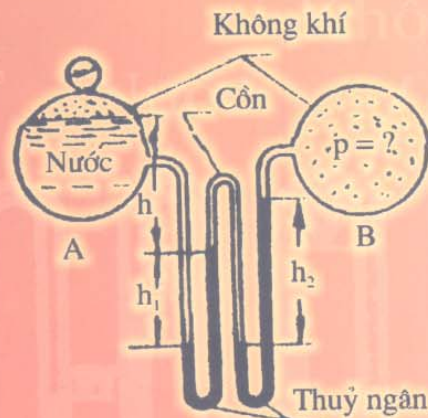
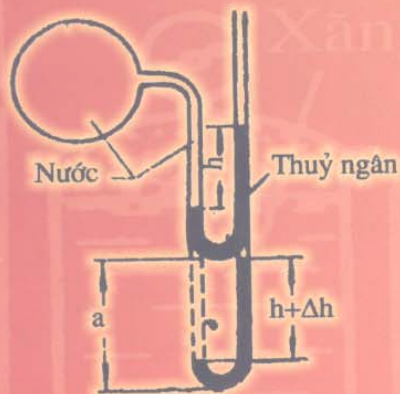


GS., TSKH. VŨ DUY QUANG - Chủ biên  
PGS., TS. PHẠM ĐỨC NHUẬN

GIÁO TRÌNH

# KỸ THUẬT THỦY KHÍ



NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT

**GS, TSKH. VŨ DUY QUANG - Chủ biên**  
**PGS, TS. PHẠM ĐỨC NHUẬN**

GIÁO TRÌNH  
**KỸ THUẬT THỦY KHÍ**



**NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT**  
Hà Nội - 2009

## LỜI NÓI ĐẦU

Môn học Kỹ thuật Thủy khí hay nói đầy đủ hơn là Cơ học chất lỏng và chất khí kỹ thuật - Cơ Thủy khí kỹ thuật - được giảng dạy cho sinh viên Đại học Bách khoa Hà Nội và một số trường đại học kỹ thuật.

Chúng tôi biên soạn cuốn giáo trình này nhằm đáp ứng yêu cầu giảng dạy và học tập với chất lượng ngày càng cao. Cuốn sách cũng có thể dùng làm tài liệu tham khảo cho các kỹ sư ngành Máy Thủy khí, Hàng không, Tàu thủy v.v....

Phân công biên soạn:

Từ chương một đến chương chín và phần phụ lục:

GS, TSKH Vũ Duy Quang - Chủ biên

Từ chương mười đến chương mười hai PGS, TS Phạm Đức Nhuận

Chúng tôi chân thành cảm ơn các đồng nghiệp Bộ môn Kỹ thuật Thủy khí, Đại học Bách khoa Hà Nội và Nhà xuất bản Khoa học và kỹ thuật.

*Hà Nội, tháng 10 năm 2008*

**Các tác giả**

# Chương I

## MỞ ĐẦU

### §1.1. ĐỐI TƯỢNG, PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU MÔN HỌC - ỨNG DỤNG

#### 1. Đối tượng

Đối tượng nghiên cứu của môn học là chất lỏng. Chất lỏng ở đây hiểu theo nghĩa rộng, bao gồm chất lỏng ở thể nước - chất lỏng không nén được (khối lượng riêng  $\rho$  không thay đổi) và chất lỏng ở thể khí - chất lỏng nén được (khối lượng riêng thay đổi,  $\rho \neq \text{const}$ ). Để tiện cho việc nghiên cứu, cũng như theo sự phát triển của khoa học, người ta chia chất lỏng thành chất lỏng lí tưởng hay là chất lỏng không nhớt và chất lỏng thực, còn gọi là chất lỏng nhớt (độ nhớt  $\mu \neq 0$ ). Chất lỏng tuân theo quy luật về lực nhớt của Newton gọi là chất lỏng Newton. Còn những chất lỏng không theo quy luật này người ta gọi là chất lỏng phi Newton, như dầu thô chẳng hạn.

Kỹ thuật thủy khí nghiên cứu các quy luật cân bằng và chuyển động của chất lỏng. Thông thường trong giáo trình, người ta chia thành bốn phần:

- Tĩnh học chất lỏng: nghiên cứu các điều kiện cân bằng của chất lỏng ở trạng thái tĩnh.

- Động học chất lỏng: nghiên cứu chuyển động của chất lỏng theo thời gian, không kể đến nguyên nhân gây ra chuyển động.

- Động lực học chất lỏng: nghiên cứu chuyển động của chất lỏng và tác dụng tương hỗ của nó với vật rắn. Cụ thể là phải giải hai bài toán cơ bản sau đây.

1. Xác định sự phân bố vận tốc, áp suất, khối lượng riêng và nhiệt độ trong chất lỏng.

2. Xác định lực tác dụng tương hỗ giữa chất lỏng và vật rắn xung quanh nó.

- Ứng dụng vào máy thủy khí.

Vị trí của môn học: nó là nhịp nối giữa những môn khoa học cơ bản (toán, lí...) với những môn kĩ thuật chuyên ngành.

#### 2. Phương pháp nghiên cứu

Dùng ba phương pháp sau đây:

- Phương pháp lí thuyết: Sử dụng công cụ toán học, chủ yếu như toán giải tích, phương trình vi phân. Chúng ta sẽ gặp lại các toán tử vi phân quen thuộc như:

$$\text{gradient:} \quad \text{grad}p = \vec{i} \frac{\partial p}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial p}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial p}{\partial z} ;$$

$$\text{divergent:} \quad \text{div} \vec{v} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} ;$$

$$\text{rotor: } \text{rot} \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ v_x & v_y & v_z \end{vmatrix};$$

$$\text{Toán tử Laplas: } \Delta = \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

$$\text{Đạo hàm toàn phần: } V(x,y,z,t): \frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial V}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial V}{\partial z} \frac{dz}{dt};$$

Và sử dụng các định lý tổng quát của cơ học như định lý bảo toàn khối lượng, năng lượng, định lý biến thiên động lượng, mômen động lượng, ba định luật trao đổi nhiệt (Fourier), vật chất (Fick), động lượng (Newton).

- Phương pháp thực nghiệm: dùng trong một số trường hợp mà không thể giải bằng lý thuyết, như xác định hệ số cản cục bộ.

- Phương pháp bán thực nghiệm: kết hợp giữa lý thuyết và thực nghiệm.

### 3. Ứng dụng

Kỹ thuật thủy khí có ứng dụng rất rộng rãi trong các ngành khoa học, kỹ thuật như giao thông vận tải, hàng không, cơ khí, công nghệ hoá học, vi sinh, vật liệu... vì chúng đều có liên quan đến chất lỏng: nước và khí (tham khảo thêm sách [3]).

## §1.2. SƠ LƯỢC LỊCH SỬ PHÁT TRIỂN MÔN HỌC

Kỹ thuật thủy khí biểu thị sự liên hệ rất chặt chẽ giữa khoa học và yêu cầu thực tế. Nông nghiệp đã đòi hỏi thủy lợi phát triển rất sớm như kênh đào, đập nước, đóng thuyền, bè... ở đây chỉ xin nêu ra một số nhà bác học quen thuộc mà qua đó thấy sự phát triển của môn học. Tên tuổi Acsimet (287-212, trước công nguyên) gắn liền với thủy tĩnh - lực đẩy Acsimet.

Nhà danh họa Ý Lêôna Đovanxi (1452-1519) đưa ra khái niệm về lực cản của chất lỏng lên các vật chuyển động trong nó. Ông rất muốn biết tại sao chim lại bay được. Nhưng phải hơn 400 năm sau, Jucopki (1847-1921) và Kutta mới giải thích được: đó là lực nâng.

Hai ông L.Ôlc (1707-1783) và D.Becnuli (1700-1782) là những người đã đặt cơ sở lý thuyết cho thủy khí động lực, tách nó khỏi cơ học lý thuyết để thành một ngành riêng. Hai ông đều là người Thụy Sĩ, sau được nữ hoàng Nga mời sang làm việc ở Viện hàn lâm khoa học Pêtecbuga cho đến khi mất. Chúng ta sẽ còn gặp lại hai ông nhiều lần trong giáo trình sau này. Tên tuổi của C.L.M.H. Navier (1785-1836) và Sir George G. Stokes (1819-1903) gắn liền với nghiên cứu chất lỏng thực. Hai ông đã tìm ra phương trình vi

phân chuyển động từ năm 1821 đến năm 1845. Nhà bác học người Đức L. Prandtl (1875-1953) đã sáng lập ra lí thuyết lớp biên (1904), góp phần giải nhiều bài toán động lực học.

Từ nửa cuối thế kỉ 20, thủy khí động lực phát triển như vũ bão với nhiều gương mặt sáng chói, kể cả trong nước ta.

### §1.3. MỘT SỐ ĐỊNH NGHĨA VÀ TÍNH CHẤT CƠ LÍ CỦA CHẤT LỎNG

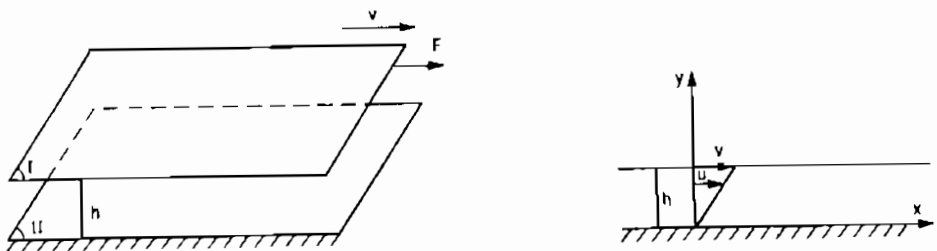
#### 1. Chất lỏng có một số tính chất dễ nhận biết sau đây

Tính liên tục: vật chất được phân bố liên tục trong không gian. Tính dễ di động biểu thị ở chỗ: ứng suất tiếp (nội ma sát) trong chất lỏng chỉ khác 0 khi có chuyển động tương đối giữa các lớp chất lỏng. Tính nén được: thể tích  $W$  của chất lỏng thay đổi khi áp suất tác dụng  $p$  thay đổi. Ta có hệ số nén được:

$$\beta = -\frac{1}{W} \frac{dW}{dp} \text{ (m}^2/\text{N)}$$

#### 2. Tính nhớt

Là tính cản trở chuyển động của chất lỏng. Nguyên nhân nào? Ta nghiên cứu tính nhớt dựa trên thí nghiệm của Newton. Có hai tấm phẳng (hình 1.1): tấm dưới II cố định; tấm trên I có diện tích  $S$  chuyển động dưới tác dụng của ngoại lực  $F$ . Giữa 2 tấm có 1 lớp mỏng chất lỏng  $h$ . Sau một thời gian nào đó, tấm I sẽ chuyển động đều với vận tốc tương đối  $v$  song song với tấm II. Thí nghiệm cho ta thấy rằng các phân tử chất lỏng dính chặt vào tấm I sẽ di chuyển cùng với vận tốc  $v$ , còn những phân tử dính chặt vào tấm II thì không chuyển động. Vận tốc các phân tử lỏng giữa 2 tấm phẳng tăng theo quy luật tuyến tính và tỉ lệ với khoảng cách tấm II (hình 1.1).



Hình 1.1

Newton giả thiết là khi chất lỏng chuyển động, nó chảy thành lớp vô cùng mỏng với vận tốc khác nhau, do đó trượt lên nhau. Giữa các lớp chất lỏng chuyển động tương đối với nhau ấy xuất hiện lực ma sát. Đó là lực ma sát trong, còn gọi là lực nhớt:

$$f_{\tau} = \mu S \frac{v}{h}$$

$\mu$  là hệ số chỉ phụ thuộc vào chất lỏng giữa hai tấm phẳng. Nó đặc trưng cho tính nhớt gọi là hệ số nhớt động lực hoặc độ nhớt động lực. Tổng quát hơn, ta có thể biểu diễn công thức trên dưới dạng định luật của Newton về lực nhớt:

$$T = \mu S \frac{du}{dy}$$

Hay biểu diễn dưới dạng ứng suất tiếp:

$$\tau = \frac{T}{S} = \mu \frac{du}{dy} \quad (1.1)$$

Trong đó  $du/dy$  là gradient vận tốc theo phương  $y$  vuông góc với dòng chảy. Những chất lỏng tuân theo (1.1) gọi là chất lỏng Newton như đã nói ở trên.

Từ (1.1) rút ra:

$$\mu = \frac{T}{S \frac{du}{dy}}$$

Nếu lấy  $S = 1$  đơn vị;  $\frac{du}{dy} = 1$  đơn vị thì  $\mu$  tương đương với một lực. Đơn vị đo  $\mu$  trong hệ SI là  $N.s/m^2$ ; trong hệ CGS là poazơ: P;  $1P = 10^{-1} N.s/m^2$ .

Ngoài  $\mu$ , còn dùng hệ số nhớt động học  $\nu = \mu/\rho$  trong các biểu thức có liên quan đến chuyển động. Đơn vị đo  $\nu$  trong hệ SI là  $m^2/s$ , trong hệ CGS là:

$$\text{Stốc: St; } 1\text{St} = 10^{-4} m^2/s$$

Các hệ số  $\mu$  và  $\nu$  thay đổi theo nhiệt độ và áp suất. Nhìn chung  $\mu$  và  $\nu$  của chất lỏng giảm khi nhiệt độ tăng và tăng khi áp suất tăng; của chất khí tăng khi tăng nhiệt độ và giảm khi áp suất tăng.

### 3. Khối lượng riêng và trọng lượng riêng

Khối lượng  $M$  của chất lỏng được đặc trưng bởi khối lượng của 1 đơn vị thể tích  $W$  gọi là khối lượng riêng hoặc khối lượng đơn vị:

$$\rho = \frac{M}{W} \text{ (kg/m}^3\text{)}$$

Tương tự, có trọng lượng riêng  $\gamma = \frac{G}{W}$  ( $N/m^3$  hay  $kG/m^3$ )

Trọng lượng 1 vật có khối lượng 1kg có thể coi bằng  $9,8N \approx 10N$ ;

$$1kG \approx 10N = 1daN$$

Ta có mối liên hệ:  $\gamma = \rho g$ ;  $g = 9,8m/s^2$

### 4. Ngoại lực tác dụng lên chất lỏng

Được chia thành hai loại:

- Lực mặt là lực tác dụng lên chất lỏng tỉ lệ với diện tích mặt tiếp xúc (như áp lực...).
- Lực khối là lực tác dụng lên chất lỏng tỉ lệ với khối lượng (như trọng lực, lực quán tính...).

## Chương 2

# TĨNH HỌC CHẤT LỎNG

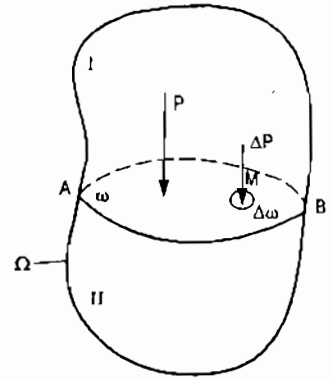
Tĩnh học chất lỏng hay thủy tĩnh học nghiên cứu các quy luật về cân bằng của chất lỏng ở trạng thái tĩnh. Người ta phân ra 2 trạng thái tĩnh: Tĩnh tuyệt đối: chất lỏng chuyển động so với hệ tọa độ cố định (gắn liền với trái đất). Tĩnh tương đối: chất lỏng chuyển động so với hệ tọa độ cố định nhưng giữa chúng không có chuyển động tương đối. Như vậy, ở đây chất lỏng thực và lí tưởng là một. Trong chương này chủ yếu nghiên cứu áp suất và áp lực do chất lỏng tạo nên.

### §2.1. ÁP SUẤT THỦY TĨNH

#### 1. Định nghĩa

Áp suất thủy tĩnh là những ứng suất gây ra bởi các lực khối và lực mặt tác dụng lên chất lỏng ở trạng thái tĩnh.

Để thể hiện rõ hơn khái niệm áp suất thủy tĩnh trong chất lỏng, ta xét thể tích chất lỏng giới hạn bởi diện tích  $\Omega$  (hình 2.1). Tương đương cắt khối chất lỏng bằng mặt phẳng AB, chất lỏng trong phần I tác dụng lên phần II qua mặt cắt  $\omega$ .



*Hình 2.1*

Áp suất trung bình: 
$$p_{tb} = \frac{P}{\omega}$$

Còn áp suất tại điểm M: 
$$p_M = \lim_{\Delta\omega \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta\omega}$$

Đơn vị của áp suất: 
$$N/m^2 = Pa \text{ (Pascal);}$$

$$1at = 9,8 \cdot 10^4 N/m^2 = 10^4 kG/m^2 = 10mH_2O = 10T/m^2 = 1kG/cm^2$$

#### 2. Hai tính chất của áp suất thủy tĩnh

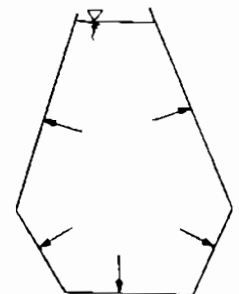
a) Áp suất thủy tĩnh luôn luôn tác dụng thẳng góc và hướng vào mặt tiếp xúc (hình 2.2).

Có thể tự chứng minh bằng phản chứng.

b) Áp suất thủy tĩnh tại mỗi điểm theo mọi phương bằng nhau. Chẳng hạn, tại điểm góc tọa độ Đêcác O:

$$p_x = p_y = p_z = p_n \quad (2.1)$$

Có thể chứng minh bằng cách xét khối chất lỏng trong một hình 4 mặt có các cạnh  $dx, dy, dz$  vô cùng nhỏ bé. Chứng minh biểu thức (2.1) khi  $dx, dy, dz \rightarrow 0$  (Tham khảo giáo trình [1]).



*Hình 2.2*



## §2.2. PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN CÂN BẰNG CỦA CHẤT LỎNG – PHƯƠNG TRÌNH OLE TĨNH (1755)

Phương trình biểu diễn mối quan hệ giữa ngoại lực tác dụng vào một phần tử chất lỏng với nội lực sinh ra trong đó (tức là áp suất thủy tĩnh  $p$ ).

Xét một phần tử chất lỏng hình hộp cân bằng có các cạnh  $dx, dy, dz$  //  $x, y, z$  (hình 2.3). Trọng tâm  $M(x,y,z)$  chịu áp suất thủy tĩnh  $p(x,y,z)$ .

Lực khối:

$F \sim m = \rho dx dy dz$ ;  $X, Y, Z$  là hình chiếu của gia tốc lực khối lên các trục  $x, y, z$ .

Lực mặt tác dụng lên hình hộp gồm các lực do áp suất thủy tĩnh tạo nên trên 6 mặt (áp lực).

Lập điều kiện cân bằng của phần tử chất lỏng hình hộp dưới tác dụng của lực khối và áp lực.

Hình chiếu của các lực lên trục  $x$ :

$$\Sigma_x = P'_x - P_x + F_x = 0 \quad (2.2)$$

Trong đó:

$$F_x = X \rho dx dy dz$$

$$P_x = (p + \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} dx) dy dz$$

$$P'_x = (p - \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} dx) dy dz$$

Thay vào (2.2) ta được:

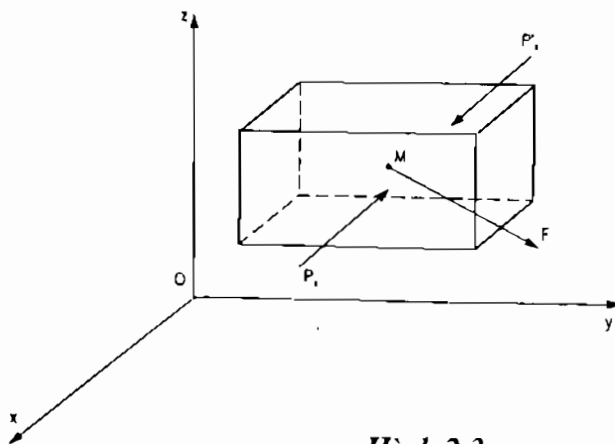
$$\Sigma_x = -\frac{\partial p}{\partial x} dx dy dz + X \rho dx dy dz = 0$$

hay là:

$$X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0$$

Tương tự cho trục  $y$  và  $z$ :  $Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (2.3)$

$$Z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = 0$$



Hình 2.3

Đó là phương trình Ôle tĩnh viết dưới dạng hình chiếu.

$$\text{Viết dưới dạng véctơ: } \vec{F} - \frac{1}{\rho} \text{grad}p = 0 \quad (2.4)$$

Trong đó: F là lực khối của 1 đơn vị khối lượng:

$$\vec{F} = \vec{i}X + \vec{j}Y + \vec{k}Z$$

### §2.3. PHƯƠNG TRÌNH CƠ BẢN THỦY TĨNH

Nhân các phương trình (2.3) lần lượt với dx, dy, dz rồi cộng lại theo cột, ta được:

$$Xdx + Ydy + Zdz = \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz \right)$$

$$\text{hay là: } Xdx + Ydy + Zdz = \frac{1}{\rho} dp \quad (2.5)$$

Đây là một dạng khác của phương trình vi phân cân bằng của chất lỏng.

#### 1. Mặt đẳng áp

Mặt đẳng áp là mặt trên đó tại mọi điểm áp suất  $p = \text{const}$ . Từ (2.5) suy ra phương trình của mặt đẳng áp:

$$Xdx + Ydy + Zdz = 0$$

#### 2. Xét trường hợp lực khối chỉ có trọng lực và trục oz hướng lên trên

$$X = 0; Y = 0; Z = -g$$

Từ (2.5) ta có:

$$-gdz = \frac{1}{\rho} dp$$

Sau khi tích phân, ta được phương trình cơ bản thủy tĩnh:

$$\frac{p}{\gamma} + z = \text{const} = C \quad (2.6)$$

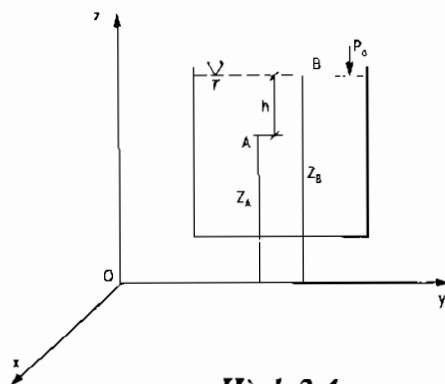
hay là:

$$\frac{p_A}{\gamma} + z_A = \frac{p_B}{\gamma} + z_B = \dots = \text{const} + z_A$$

#### 3. Công thức tính áp suất điểm

Cần tính áp suất tại điểm A:  $p_A = ?$

$$\frac{p_A}{\gamma} = \frac{p_B}{\gamma} + (z_B - z_A) \rightarrow p_A = p_B + \gamma(z_B - z_A)$$



**Hình 2.4**

Khi biết áp suất tại B, như B trùng với mặt thoáng có áp suất  $p_0$ , và  $z_B - z_A = h$  là độ sâu từ mặt thoáng đến điểm A, ta được:

$$P_A = p_0 + \gamma h \rightarrow p = p_0 + \gamma h \quad (2.7)$$

Nếu  $p_0 = p_a$  - áp suất không khí:  $p = p_a + \gamma h$

$\gamma h$  là trọng lượng cột chất lỏng cao bằng  $h$  và có diện tích đáy bằng 1 đơn vị;  
 $h = \frac{p - p_0}{\gamma}$  biểu thị áp suất, nên có đơn vị là m cột nước.  $1 \text{at} = 10 \text{mH}_2\text{O}$ .

#### 4. Phân biệt ba loại áp suất

Muốn đo áp suất ta phải lấy một giá trị nào đó làm gốc, thí dụ như số 0 hay áp suất không khí  $p_a$ . Nếu lấy 0 là gốc thì  $p_a = 1 \text{at}$ . Áp suất tính theo (2.7) là áp suất tuyệt đối kí hiệu  $p$ , nghĩa là các giá trị được đo trong chân không tuyệt đối. Nhưng trong thực tế chỉ đo được hiệu số áp suất tuyệt đối và áp suất không khí gọi là áp suất dư, kí hiệu  $p_d$ :

$p - p_a = p_d = \gamma h$ , với  $p > p_a$ ; khi  $p < p_a \rightarrow p_a - p = p_{ck}$  gọi là áp suất chân không.

#### 5. Ý nghĩa của phương trình cơ bản thủy tĩnh (2.6)

a) Ý nghĩa hình học hay thủy lực

$z$  - độ cao hình học.

$\frac{p}{\gamma}$  - độ cao của một cột chất lỏng biểu thị áp suất, gọi là độ cao đo áp.

$z + \frac{p_1}{\gamma} = H_1 = \text{const}$  - cột áp thủy tĩnh tuyệt đối;

$z + \frac{p_d}{\gamma} = H_d = \text{const}$  - cột áp thủy tĩnh dư.

Vậy, trong một môi trường chất lỏng cân bằng, cột áp thủy tĩnh của mọi điểm là một hằng số.

b) Ý nghĩa năng lượng

Xét phần tử chất lỏng quanh điểm A có khối lượng  $dm$ ,  $dG = gdm$  ở độ cao hình học  $z$  và chịu áp suất  $p$ . So với mặt chuẩn, phần tử có thế năng  $z \cdot gdm = z dG$  đặc trưng cho vị trí của phần tử, gọi là vị năng. Do chịu áp suất  $p$  nên có năng lượng  $\frac{p}{\lambda} dG$  - cũng là thế năng, nhưng đặc trưng cho áp suất thủy tĩnh tác dụng lên phần tử chất lỏng, gọi là áp năng.

Tổng thế năng  $\left( z + \frac{p}{\gamma} \right) dG$ .

Tính cho một đơn vị trọng lượng chất lỏng:

$$\left(z + \frac{p}{\gamma}\right) dG/dG = z + \frac{p}{\gamma}$$

Trong môi trường chất lỏng cân bằng, theo phương trình cơ bản thủy tĩnh:

$$z + \frac{p}{\gamma} = H = \text{const}$$

Vậy thế năng đơn vị của mọi điểm trong một môi trường chất lỏng cân bằng đều bằng nhau và bằng cột áp thủy tĩnh H.

## 6. Một số ứng dụng

Trên cơ sở công thức tính áp suất điểm (2.7) người ta chế tạo ra các dụng cụ đo áp suất điểm bằng chất lỏng như ống đo áp (bằng thủy tĩnh, có đường kính  $d = 0,015\text{m}$ , nối trực tiếp qua ống cao su vào điểm cần đo áp suất), áp kế thủy ngân (khi áp suất tại điểm đo lớn, h cao), áp kế đo chênh (giữa 2 điểm trên đường ống...).

## §2.4. TÌNH TƯƠNG ĐỐI

Chất lỏng chuyển động liên một khối. Hệ tọa độ gắn liền với vật chuyển động (hệ tọa độ theo). Lực khối gồm trọng lực và lực quán tính của chuyển động theo. Ta xét hai dạng tình tương đối đặc trưng sau đây.

1. Bình chứa chất lỏng chuyển động thẳng thay đổi đều (gia tốc  $\vec{a} = \text{const}$ ; có trong các xe chở dầu, nước sau khi khởi động, bộ chế hoà khí của ô tô, máy bay...)

Ở đây cần xác định phân bố áp suất trong chất lỏng và mặt đẳng áp.

Chọn hệ tọa độ như hình vẽ (hình 2.5).

Xuất phát từ phương trình (2.5).

$$dp = \rho(Xdx + Ydy + Zdz)$$

Lực khối tác dụng: trọng lực  $\vec{G} = m\vec{g}$ , lực quán tính  $\vec{F}_{qt} = -m\vec{a}$ , hình chiếu của gia tốc lực khối:

$$X = 0, Y = -a; Z = -g$$

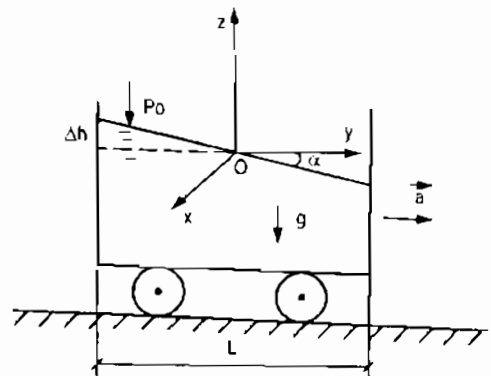
Do đó  $dp = \rho(-ady - g dz)$

$$\rightarrow p = -\rho ay - \rho gz + C$$

Khi  $y = 0, z = 0: p = C = p_0$  - áp suất tại mặt thoáng.

Vậy, phân bố áp suất tại mọi điểm trong chất lỏng:

$$p = p_0 - \rho ay - \gamma z$$



Hình 2.5

Phương trình đẳng áp:  $p = \text{const}, dp = 0$

$$a dy + g dz = 0 \rightarrow ay + gz = C$$

Vậy mặt đẳng áp là mặt phẳng nghiêng một góc  $\alpha$ :

$$|\text{tg}\alpha| = \frac{a}{g}$$

$-\frac{a}{g} < 0 \rightarrow a > 0$ : vận tốc tăng, chuyển động nhanh dần đều (xuống dốc), đường dốc xuống như hình vẽ.

$-\frac{a}{g} > 0 \rightarrow a < 0$ : vận tốc giảm (khi hãm), chuyển động chậm dần đều, đường dốc lên.

Do đó phải có những biện pháp đặc biệt để đảm bảo việc cung cấp nhiên liệu được điều hoà trong máy bay, ô tô.

Có thể tính được mực nước ở phía sau toa dâng cao bao nhiêu:

$$\Delta h = \frac{L}{2} \text{tg}\alpha$$

2. Bình chứa chất lỏng quay đều với vận tốc góc  $\omega = \text{const}$ .

Tìm phân bố áp suất và mặt đẳng áp? (hình 2.6)

Lực khối:  $G = mg$ ; lực quán tính li tâm:  $F_{qt} = m\omega^2 r$ .

Hình chiếu:  $X = \omega^2 x, Y = \omega^2 y, Z = -g$ .

Do đó:  $dp = \rho(\omega^2 x dx + \omega^2 y dy - g dz)$

$$p = \rho \frac{\omega^2}{2} (x^2 + y^2) - \rho g z + C$$

$$x = y = z = 0: p = C = p_0 \rightarrow p = \rho \frac{\omega^2}{2} r^2 - \gamma z + p_0$$

Phương trình đẳng áp:

$$\rho \frac{\omega^2 r^2}{2} - \gamma z = C$$

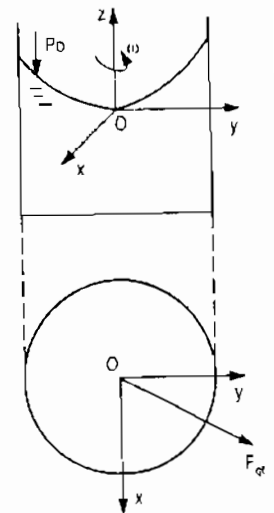
Đó là phương trình một mặt parabolôit quay quanh trục oz.

Phương trình mặt thoáng:  $p = p_0$ :

$$\rho \frac{\omega^2 r^2}{2} - \gamma z = 0$$

Do đó:

$$\Delta h = z = \rho \frac{\omega^2 r^2}{2\gamma} = \frac{\omega^2 r^2}{2g} \quad (2.8)$$



Hình 2.6

Dựa trên hiện tượng này người ta chế tạo các máy đo vòng quay, các hệ thống bôi trơn ổ trục, các hệ thống lắng li tâm, đúc các bánh xe, các ống gang thép...

## §2.5. TÍNH ÁP LỰC THỦY TĨNH

Áp lực của chất lỏng lên các công trình, thiết bị.

### 1. Áp lực lên thành phẳng

Tính áp lực  $P$  lên diện tích  $S$  (hình 2.7). Phải xác định 3 yếu tố: phương chiều, trị số, điểm đặt của  $P$ .

Cách tính: tính  $dP$  tác dụng lên  $dS$ , sau khi tích phân trên toàn  $S$  sẽ được  $P$ .

- Phương chiều:  $P \perp S$ , hướng vào

- Trị số

$$P = \int_S dP = \int_S p dS = \int_S (p_0 + \gamma h) dS = \int_S p_0 dS + \int_S \gamma h dS = p_0 S + \gamma \sin \alpha \int_S y dS$$

$$= p_0 S + \gamma \sin \alpha \cdot y_c S = S(p_0 + \gamma h_c) = S p_c$$

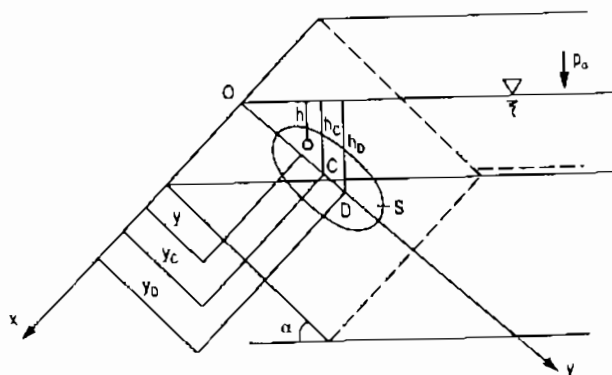
Kí hiệu:  $p_c = p_0 + \gamma h_c$  - áp suất tại trọng tâm.

Từ hình 2.7:  $h = y \sin \alpha$ ;  $h_c = y_c \sin \alpha$ ;  $\int_S y dS = y_c S$  - mômen tĩnh.

Nếu  $p_0 = p_a$ ;  $P_0 = \gamma h_c S$  (2.9) trong thực tế hay dùng công thức này.

- Điểm đặt: xét trường hợp hình phẳng có trục đối xứng.

Gọi  $D$  là điểm đặt của  $P$ .



**Hình 2.7**

Áp dụng định lí Varinhông: Mômen của hợp lực  $P$  đối với một trục bằng tổng các mômen của các thành phần  $dP$  đối với trục đó.

Lấy mômen đối với trục x:

$$P_d \cdot y_D = \int_S y dP_d$$

$$P_d \cdot y_D = \gamma h_c S y_D = \gamma y_c \sin \alpha S y_D$$

$$\int_S y dP_d = \int_S y \gamma h c S = \int_S y \gamma y \sin \alpha dS = \gamma \sin \alpha \int_S y^2 dS = \gamma \sin \alpha J_x;$$

vì  $J_x = \int_S y^2 dS = J_c + y_c^2 S$  - là mômen quán tính của S đối với trục x.

Thay các giá trị vào biểu thức trên, ta rút ra:  $y_D = y_c + \frac{J_c}{y_c S}$

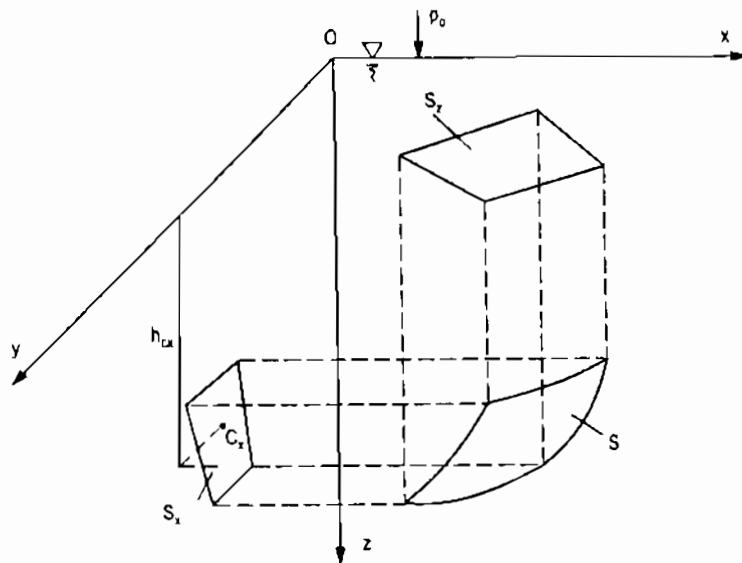
Trường hợp hình phẳng không có trục đối xứng phải tính thêm  $x_D$  (tham khảo [1]).

## 2. Áp lực lên thành cong (ống dẫn nước, bể chứa dầu...)

Ta xét một số trường hợp thành cong là hình cầu, hình trụ. Các lực phân tố không song song nhau.

$$P(P_x, P_y, P_z);$$

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2}$$



Hình 2.8

Xét trường hợp thành cong S của bình chứa có một mặt tiếp xúc với chất lỏng, còn mặt kia tiếp xúc với không khí (hình 2.8), xoy trùng với mặt thoáng. Tính  $dP$  tác dụng lên  $dS$  có độ sâu  $h$ . Vì  $dS$  nhỏ lên coi như mặt phẳng:

$$dP = \gamma h dS; \quad dP \perp dS.$$

$$P_x = \int_{S_x} dP_x = \int_{S_x} \gamma h dS_x = \gamma h_{cx} S_x$$

$$P_y = \int_{S_y} dP_y = \int_{S_y} \gamma h dS_y = \gamma h_{cy} S_y \quad (2.10a)$$

$$P_z = \int_{S_z} dP_z = \int_{S_z} \gamma h dS_z = \gamma V$$

Trong đó:  $S_x, S_y$  - hình chiếu của  $S$  lên mặt phẳng  $\perp Ox, Oy$ ;

$h_{cx}, h_{cy}$  - độ sâu của trọng tâm  $S_x, S_y$ .

$V$  - thể tích hình trụ có đáy dưới là thành cong  $S$ , đáy trên là hình chiếu  $S_z$  của thành cong lên mặt thoáng, mặt cong là mặt chiếu.  $V$  gọi là vật thể áp lực.

Điểm đặt là giao điểm của  $P_x, P_y, P_z$ .

### 3. Phương pháp đồ giải

Tính lực tác dụng lên cánh cửa hình chữ nhật  $h \cdot b$  (hình 2.9).

Vẽ biểu đồ áp suất thủy tĩnh tác dụng lên cánh cửa theo áp suất dư ( $p_a = 0$ ) ta được tam giác vuông có đáy là  $\gamma h$  (theo tính chất 1 của áp suất thủy tĩnh và công thức tính áp suất điểm).

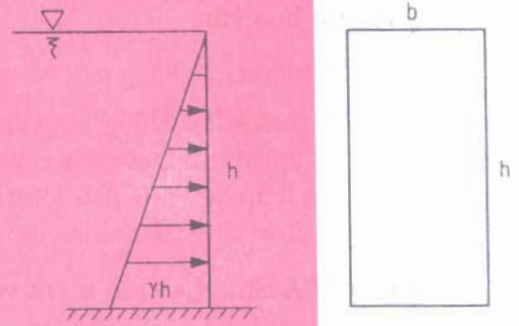
Theo công thức tính áp lực lên thành phẳng (2.9):

$$P = \gamma h_c S = \gamma \frac{h}{2} h \cdot b = \gamma h \cdot \frac{h}{2} \cdot b$$

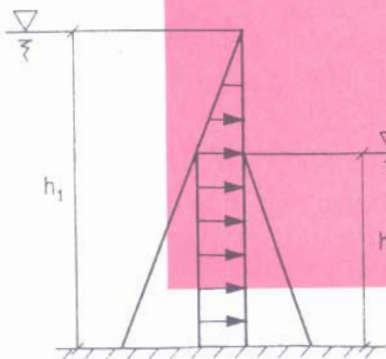
$\gamma h \cdot \frac{h}{2}$  chính là diện tích của tam giác biểu đồ áp suất. Vậy  $P$  có trị số bằng trọng lượng khối chất lỏng hình trụ có đáy là biểu đồ áp suất  $\gamma h \cdot \frac{h}{2}$ , và chiều cao là bề rộng của cánh cửa  $b$ . Điểm đặt là trọng tâm của tam giác biểu đồ áp suất.

Tính áp lực bằng biểu đồ rất thuận tiện trong trường hợp có nước ở hai bên (hình 2.10). Biểu đồ áp suất là hình thang vuông, nên áp lực lên cánh cửa sẽ là:

$$P = \frac{h_1 + h_2}{2} \cdot \gamma (h_1 - h_2) \cdot b$$



Hình 2.9



Hình 2.10



b) Tính áp lực lên trụ tròn có bán kính R, dài b (hình 2.11).

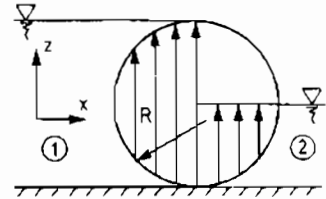
Ở đây chỉ có  $P_x$  và  $P_z$ .

$P_x = P_{1x} - P_{2x}$  tính theo công thức (2.10a) hay theo biểu đồ:

$$P_x = \gamma 2R \cdot R \cdot b - \gamma R \cdot \frac{R}{2} \cdot b = \frac{3}{2} \gamma R^2 b$$

$$P_z = P_{1z} + P_{2z} = \gamma V_1 + \gamma V_2 = \gamma \frac{\pi R^2}{2} + \frac{1}{4} \gamma \pi R^2 b$$

$$P_z = \frac{3}{4} \gamma \pi R^2 b$$



Hình 2.11

## §2.6. MỘT SỐ NGUYÊN LÝ THUYẾT TÍNH

### 1. Nguyên lý hoá rắn

Một khối chất lỏng cân bằng nếu trở nên rắn lại thì tính chất cân bằng không bị mất đi.

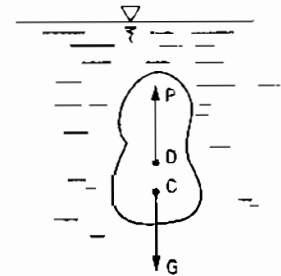
Như đã biết trước đây nhiều nguyên lý như tác dụng và phản tác dụng, độc lập tác dụng... là những nguyên lý của cơ học vật rắn có thể áp dụng cho chất lỏng thì nguyên lý hoá rắn là nguyên lý áp dụng từ chất lỏng cho vật rắn, cho phép ta từ việc xác định áp suất, áp lực trong lòng chất lỏng trở thành việc tính áp suất, áp lực lên các bề mặt vật rắn.

### 2. Nguyên lý Ácsimét - khái niệm về vật nổi

Một vật không thấm ngập từng phần hay toàn phần trong chất lỏng sẽ chịu một lực đẩy theo phương thẳng đứng, chiều từ dưới lên và có trị số bằng trọng lượng khối chất lỏng bị chiếm chỗ.

$$P = \gamma V \quad (2.10)$$

gọi là lực đẩy Ácsimét. Điểm đặt C của trọng lượng G của vật gọi là trọng tâm, còn điểm đặt D của lực đẩy Ácsimét P gọi là tâm đẩy.



Hình 2.12

Điều kiện để một vật ngập toàn phần hoặc từng phần trong chất lỏng có được trạng thái cân bằng ổn định thì C phải ở độ sâu hơn điểm D.

### 3. Nguyên lý Pascal - Khái niệm về máy ép thủy lực

Gọi  $p_0$  là áp suất trên mặt thoáng đã cho. Theo công thức tính áp suất thủy tĩnh ta có thể viết (hình 2.13):

$$\begin{aligned} p_A &= p_0 + \gamma h_A \\ p_B &= p_0 + \gamma h_B \end{aligned} \quad (2.11)$$

Nếu tăng áp suất trên mặt thoáng một đại lượng  $\Delta p$  ta cũng có thể viết:

$$\begin{aligned} p_A &= p_0 + \Delta p + \gamma h_A \\ p_B &= p_0 + \Delta p + \gamma h_B \end{aligned} \quad (2.12)$$

Qua các biểu thức (2.11) và (2.12) ta có thể phát biểu nội dung sau:

Áp suất tác dụng lên mặt thoáng truyền đến mọi điểm trong chất lỏng những đại lượng như nhau.

Từ biểu thức (2.12) ta suy ra rằng nếu  $\Delta p$  lớn (có khi hàng chục at) thì có thể bỏ qua đại lượng  $\gamma h_A, \gamma h_B$ . Khi đó có thể xem  $p_A \approx p_B$ .

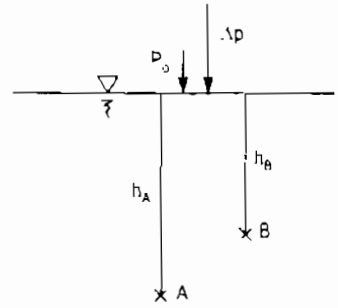
Đó là cơ sở để tính toán cho bài toán máy ép thủy lực (hình 2.14).

Khi tác động lực  $Q$  đủ lớn ta có:

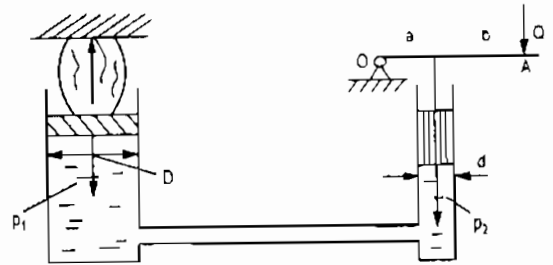
$$p_1 = p_2$$

Trong đó:  $p_1 = \frac{P_1}{\omega_1}; p_2 = \frac{P_2}{\omega_2}$

Xét bài toán đòn OA ta có:  $P_2 = \frac{a+b}{a} Q$



Hình 2.13



Hình 2.14

Cuối cùng ta có biểu thức liên hệ giữa  $P_1$  (lực ép vật) và tải trọng  $Q$  là:

$$P_1 = \frac{\omega_1}{\omega_2} \frac{a+b}{a} Q = \frac{a+b}{a} \left( \frac{D}{d} \right)^2 Q$$

## §2.7. TÍNH HỌC CHẤT KHÍ

Ở trên ta khảo sát chất lỏng không nén được. Đối với chất lỏng nén được ta khảo sát một số trường hợp sau đây:

### I. Chất lỏng ít nén được

Khảo sát quá trình đẳng nhiệt ta có phương trình xác định thể tích khối khí là:

$$V = V_0 [1 - \chi_0 (p - p_0)]$$

Hay là:  $\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho_0} [1 - \chi_0 (p - p_0)] \quad (2.13)$

Trong đó chỉ số: 0 - chỉ trạng thái đã xác định;  $\chi_0$  - hệ số giãn nở đẳng nhiệt.

Chọn trục  $z$  theo phương thẳng đứng hướng xuống ta có phương trình vi phân:

$$\frac{dp}{\rho} = g dz$$

Thay (2.13) vào phương trình trên, sau khi tích phân ta có:

$$p - p_0 - \frac{1}{2} \chi_0 (p - p_0)^2 = \rho_0 g z$$

hay là: 
$$(p - p_0) \left[ 1 - \frac{\chi_0}{2} (p - p_0) \right] = \rho_0 g z$$

Vì  $\frac{\chi_0}{2} (p - p_0)$  quá nhỏ so với 1 cho nên ta có thể viết:

$$p = p_0 + \rho_0 g z \left( 1 + \frac{\chi_0}{2} \rho_0 g z \right) \quad (2.14)$$

## 2. Khí quyển

Khảo sát phương trình trạng thái của không khí:

$$\frac{p}{\gamma} = h_T = 29,3T = RT \quad (2.15)$$

Ở nhiệt độ  $0^\circ\text{C}$  ta có chiều cao tương ứng:  $h_0 = 7989\text{m} \approx 8000\text{m}$

Ở nhiệt độ  $T^\circ\text{K}$ : 
$$h_T = h_0 \frac{T}{273} \quad (2.16)$$

Chọn trục  $z$  hướng lên từ mặt đất ta có phương trình vi phân:

$$dp = -\rho g dz$$

Kết hợp với các biểu thức (2.15) - (2.16) ta suy ra:

$$\frac{dp}{p} = -\frac{273}{T} \cdot \frac{dz}{h_0} = -\frac{dz}{h_T} = -\frac{dz}{8.000}, \quad (dz - \text{tính bằng m}) \quad (2.17)$$

Dưới đây khảo sát các biểu thức xác định áp suất và khối lượng riêng theo chiều cao trong một số trường hợp.

- Trường hợp đẳng nhiệt:

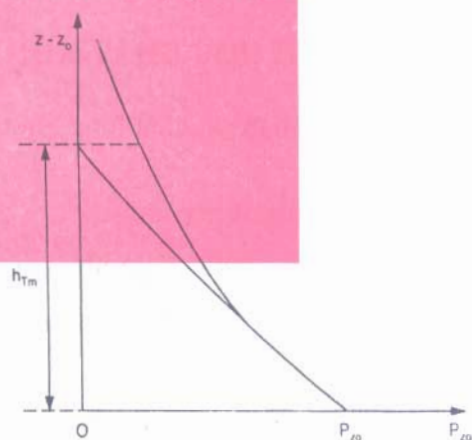
Tích phân phương trình (2.17) với chú ý:

$T = T_m = \text{const}$  ta được:

$$\ln \frac{p}{p_{z_0}} = -\frac{273}{T_m} \cdot \frac{z - z_0}{h_0} = -\frac{z - z_0}{h_{T_m}}$$

Hay là:

$$\begin{aligned} p_z &= p_{z_0} \exp\left(-\frac{273}{T_m} \cdot \frac{z - z_0}{h_0}\right) \\ &= p_{z_0} \exp\left(-\frac{z - z_0}{h_{T_m}}\right) \end{aligned} \quad (2.18)$$



Hình 2.15

Tương tự (2.18) ta có biểu thức xác định khối lượng riêng:

$$\begin{aligned} p_z &= \rho_{z_0} \exp\left(-\frac{273}{T_m} \cdot \frac{z - z_0}{h_0}\right) \\ &= \rho_{z_0} \exp\left(-\frac{z - z_0}{h_{T_m}}\right) \end{aligned} \quad (2.19)$$

- Trường hợp nhiệt độ thay đổi tuyến tính

$$T_z = T_{z_0} [1 - B(z - z_0)] \quad (2.20)$$

B - hằng số:

Thay (2.20) vào (2.17) với chú ý:

$$\begin{aligned} h_{T_{z_0}} &= h_0 \frac{T_{z_0}}{273} = 29,3 T_{z_0}, \\ K &= \frac{273}{h_0 B T_{z_0}} = \frac{1}{B h_{T_{z_0}}} \end{aligned}$$

Ta có: 
$$\ln \frac{p_z}{p_{z_0}} = K \ln [1 - B(z - z_0)]$$

Hay là: 
$$p_z = p_{z_0} [1 - B(z - z_0)]^K = p_{z_0} \left(\frac{T_z}{T_{z_0}}\right)^K \quad (2.21)$$

Từ phương trình trạng thái ta suy ra công thức tương tự:

$$\rho_z = \rho_{z_0} [1 - B(z - z_0)]^{K-1} = \rho_{z_0} \left(\frac{T_z}{T_{z_0}}\right)^{K-1} \quad (2.22)$$

Thông thường đối với các bài toán trong khí quyển ta chọn gia tốc trọng trường  $g$  không đổi, trọng lượng riêng không khí trong điều kiện chuẩn là  $1,293 \text{ kg/m}^3$ , còn trọng lượng riêng của không khí ở áp suất 760 mmHg ở nhiệt độ  $15^\circ\text{C}$  (hay  $288^\circ\text{K}$ ) ở độ cao bằng không là  $1,225 \text{ kg/m}^3$ .

Khi  $0 < z < 11.000 \text{ m}$  nhiệt độ thay đổi tuyến tính theo công thức:

$$t_z = 15 - 0,0065z; (z - m, t_z - 0^\circ\text{C})$$

hay là:  $T_z = 288 (1 - 22,6 \cdot 10^{-6}z); (z - m, T - 0^\circ\text{K})$

Khi  $z > 11000 \text{ m}$  ta có:  $t = -56,5^\circ\text{C}; (T = 216,5^\circ\text{K})$

Từ độ cao 300km nhiệt độ  $T \rightarrow 1500^\circ\text{K}$ .

### 3. Khí cầu

Gọi:  $G$  - trọng lượng khí cầu (kể cả trọng lượng khí trong khí cầu);

$V$  - thể tích khí cầu;

$\gamma$  - trọng lượng riêng của không khí;

$\gamma'$  - trọng lượng riêng của khí trong khí cầu. Ta sẽ có biểu thức xác định lực đẩy:

$$F_r = V\gamma_r - G_r = V\gamma_r - (V\gamma' + G_o) = V\gamma_r (1 - \delta) - G_o$$

Trong đó:  $\delta = \frac{\gamma'}{\gamma}$  - tỉ trọng chất khí;

$G_o$  - trọng lượng của khí cầu (không kể khí bên trong).

Tại vị trí khí cầu đạt độ cao cực đại  $z_M$  ta có  $F_r = 0$ ; nghĩa là:

$$G_o = V\gamma_{rM}(1 - \delta)$$

Khảo sát môi trường khí quyển đẳng nhiệt, kết hợp với biểu thức (2.19) ta có:

$$G_o = V\lambda_{z_o}(z - \delta)\exp\left(-\frac{273}{T} \cdot \frac{z_M - z_o}{8000}\right)$$

$z_M - z_o$  - tính bằng m.

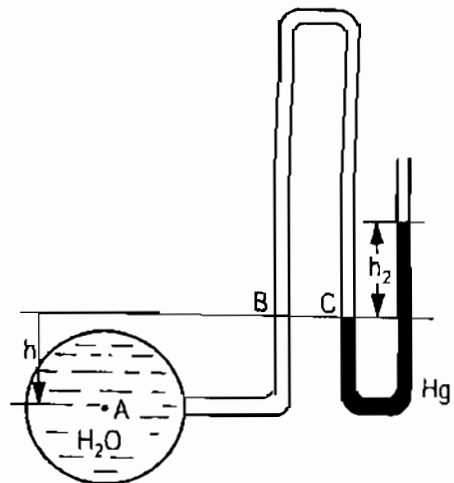
hay là: 
$$z_M - z_o = 8000 \frac{T}{273} \cdot 2,3 \lg \left[ \frac{V\lambda_{z_o}(1 - \delta)}{G_o} \right]$$

### §2.8. VÍ DỤ VÀ BÀI TẬP

**Ví dụ: 2.1.** Xác định áp suất dư tại điểm A của ống dẫn, nếu chiều cao cột thủy ngân  $h_2 = 25\text{cm}$ . Tâm ống dẫn đặt dưới đường phân giới giữa nước và thủy ngân  $h_1 = h = 40\text{cm}$  (hình bài 2.1).

**Bài giải:** Áp suất dư tại điểm A tính bằng công thức:  $p_A = p_B + \gamma_{H_2O}h_1$  mà  $p_B = \gamma_{Hg}h_2$  nên:

$$p_A = \gamma_{Hg}h_2 + \gamma_{H_2O}h_1 = 133 \times 416 \times 0,25 + 9810 \times 0,4 = 37278 \text{ N/m}^2 = 3800\text{kG/m}^2.$$



Hình bài 2.1

### Ví dụ 2-2. Vi áp kế hai chất lỏng.

Vi áp kế hai chất lỏng hình chữ U đường kính ống  $d = 5\text{mm}$  được nối với hai bình có đường kính  $D = 50\text{mm}$ .

Dụng cụ được đổ đầy chất lỏng hoà tan có trọng lượng riêng xấp xỉ với nước như rượu êtylen ( $\gamma_1 = 8530 \text{ N/m}^3$ ) và dầu hỏa ( $\gamma_2 = 8140 \text{ N/m}^3$ ).

Lập quan hệ giữa độ chênh áp suất của khí được đo bởi vi áp kế  $\Delta p = p_1 - p_2$  với độ dịch chuyển của mặt phân cách hai chất lỏng  $h$  đối với vị trí ban đầu khi  $\Delta p = 0$  (Hình 2-2a).

Xác định  $\Delta p$  khi  $h = 280\text{mm}$ .

Với  $\Delta p$  đã cho, số chỉ của dụng cụ sẽ giảm đi bao nhiêu lần, nếu trong dụng cụ bỏ đi các bình trên đầu ống.

**Giải:** Theo hình vẽ 2-2b khi  $\Delta p = 0$  tức là  $p_1 = p_2$  ta có:

$$\gamma_1 h_1 = \gamma_2 h_2.$$

Khi áp suất  $p_1 > p_2$  thì chất lỏng bình bên trái tụt xuống và mặt phân cách giữa hai loại chất lỏng sẽ dâng lên một độ cao  $h$  kể từ vị trí O ứng với lúc  $p_1 = p_2$ ; dĩ nhiên là ở bình chất lỏng bên phải mặt chất lỏng cũng dâng lên một đoạn. Độ hạ thấp của mặt chất lỏng bình trái và độ dâng cao mặt chất lỏng bình phải đều bằng  $h \frac{\omega}{\Omega}$ , trong đó  $\omega$  là diện tích mặt cắt ngang của ống và  $\Omega$  là diện tích của mặt cắt ngang bình, (hình 2.2c) cho nên.

$$h \frac{\omega}{\Omega} = h \frac{d^2}{D^2}$$

Lúc này ta có:

$$p_1 + \gamma_1 \left( h_1 - h - h \frac{d^2}{D^2} \right) = p_2 + \gamma_2 \left( h_2 + h \frac{d^2}{D^2} - h \right)$$

$$p_1 - p_2 = \Delta p = -\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 + h \left[ (\gamma_1 - \gamma_2) + \frac{d^2}{D^2} (\gamma_1 + \gamma_2) \right]$$

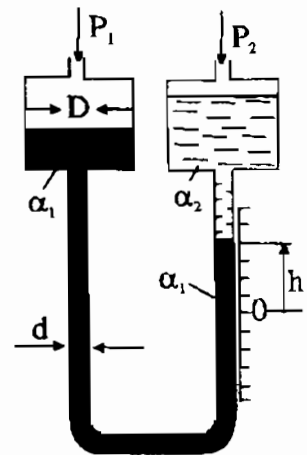
vì  $\gamma_1 h_1 = \gamma_2 h_2$  nên:

$$\Delta p = h \left[ (\gamma_1 - \gamma_2) + \frac{d^2}{D^2} (\gamma_1 + \gamma_2) \right]$$

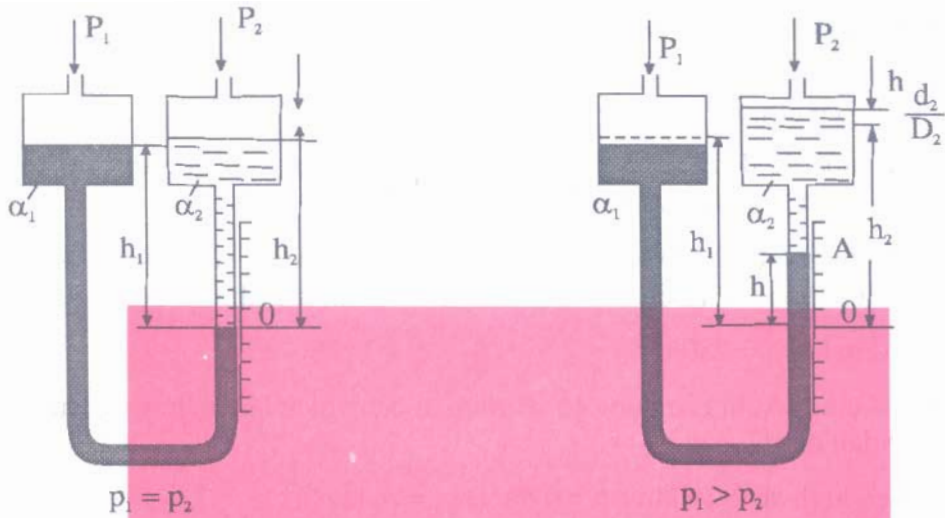
Khi  $h = 280\text{mm}$  ta có

$$\Delta p = 0,280 \left[ (8530 - 8140) + \frac{0,005^2}{0,050^2} (8530 + 8140) \right]$$

$$\Delta p = 157 \text{ N/m}^2$$



Hình bài 2.2a



Hình bài 2-2b

Hình bài 2-2c)

Khi bỏ các bình trên đầu đi thì trong các công thức trên ta thay  $d$  cho  $D$ ; vậy lúc này:

$$h = \frac{\Delta p}{\gamma_1 - \gamma_2 + \frac{d_2}{d^2}(\gamma_1 + \gamma_2)} = \frac{\Delta p}{2\gamma_1}$$

$$h = \frac{157}{17060} = 0,0092\text{m}$$

$$h = 0,0092\text{m}; \text{ số chỉ của dụng cụ giảm } \frac{0,280}{0,0092} \text{ lần } \approx 30 \text{ lần.}$$

### Ví dụ 2-3. Nghiệm thu bình chứa khí nén.

Nghiệm thu một bình chứa khí nén vỏ dày  $\delta = 12\text{mm}$  hình trụ tròn có nắp bán cầu, bắt chặt bằng  $n = 48$  bulông. Chiều cao phần hình trụ:  $H = 3,3\text{m}$ . Đường kính hình trụ  $D = 1,2\text{m}$ .

Tại đỉnh nắp có lắp áp kế-chân không kế\* tâm cao hơn đỉnh nắp  $h = 0,1\text{m}$ .

1. Thử nước. Bơm nước vào đầy bình: áp kế chỉ  $P_{AK} = 12,1\text{at}$ . Biết  $\gamma_n = 9,8 \cdot 10^3 \text{ N/m}^2$ , hỏi:

a) Áp suất tác dụng lên đáy bình?

b) Ứng suất tác dụng lên vỏ của bình tại một điểm M cách đáy  $1\text{m}$ ?

\* Chú thích. Áp kế-chân không kế (viết tắt AKCKK) dùng đo áp suất dư và áp suất chân không. Vạch gốc (số không), ứng với giá trị dư của áp suất khí trời:  $p_{du} = 0$ . Các vạch đo áp suất dư thường đánh dấu cộng (+); các vạch đo áp suất chân không thường đánh dấu (-).

c) Lực tác dụng lên toàn bộ các bulông và lên một bulông?

Lực nén hay kéo?

2. Thử khí - chứa nước vào đầy phần hình trụ và thử khí theo hai phương pháp:

2-1. Phương pháp thứ nhất: Bơm khí vào; áp kế chỉ áp suất  $p_0(\text{at})$ . Hỏi:

a) Lực tác dụng lên nắp bán cầu; theo hướng nào?

b) Lực tác dụng lên đáy?

2-2. Phương pháp thứ hai: Hút khí ra; chân không kế chỉ  $p_{ck}(\text{at})$ . Hỏi:

a) Lực tác dụng lên nắp; theo hướng nào?

b) Lực tác dụng lên đáy hình?

c) Biểu đồ phân bố áp suất lên vỏ hình trụ.

**Giải:** 1. a) Áp suất tại đáy bình  $p_d$ :

$$p_d = P_{AK} + \gamma_n \left( h + \frac{D}{2} + H \right) =$$

$$= 12,1 + 9,8 \cdot 10^3 (0,1 + 0,6 + 3,3) \frac{1}{9,8 \cdot 10^4} = 125 \text{at}$$

b) Ứng suất tác dụng lên vỏ bình, tại điểm M cách đáy 1m:

Áp dụng công thức  $p_M D = 2\sigma\delta$  (Xem GT.TL và MTL, tập I trang 58):

$$p_M = p_d - \frac{9,8 \cdot 10^3 \cdot 1}{9,8 \cdot 10^4} = 12,4 \text{at}$$

$$\sigma = \frac{p_M D}{2\delta} = \frac{12,4 \cdot 9,8 \cdot 10^4 \cdot 1,2}{2 \cdot 12 \cdot 10^{-3}} = \frac{1}{2} 12,15 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2 = 6,075 \text{ daN/mm}^2$$

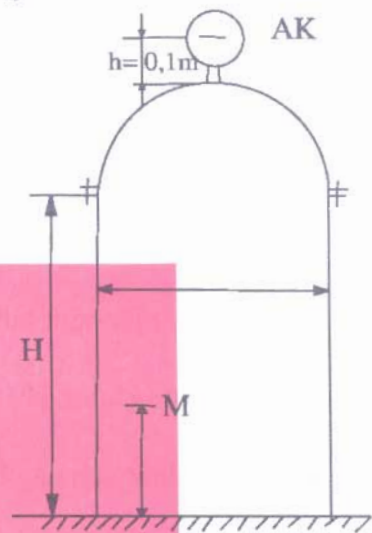
c) Lực tác dụng lên bulông:  $P_b = \gamma_n W$ .

Gọi  $p_c$  áp suất tại tâm nắp bán cầu.

Thể tích vật thể áp lực  $W = (\text{thể tích hình trụ cao } \frac{p_c}{\gamma_n}) - (\text{thể tích bán cầu})$

$$p_c = P_{AK} + \gamma_n \left( h + \frac{D}{2} \right) = 12,17 \cdot 9,8 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$$

$$W = \frac{p_c}{\gamma_n} \cdot \frac{\pi D^2}{4} - \frac{1}{2} \left( \frac{4}{3} \pi \frac{D^3}{8} \right)$$



Hình bài 2.3a



$$P_r = \gamma_n W = \frac{\pi D^2}{4} \left( p_c - \frac{\gamma_n D}{3} \right)$$

$$= \frac{3,14 \cdot (1,2)^2}{4} \left( 12,17 + \frac{1}{10} \cdot \frac{1,2}{3} \right) 9,8 \cdot 10^4 \text{ N}$$

$P_r = 135,262 \cdot 10^4 \text{ N}$  - Lực hướng lên trên.

Lực tác dụng lên một bulông  $= \frac{1}{48} P_r = 2,817 \cdot 10^4 \text{ N}$  - lực kéo.

2.1. Lúc bơm không khí vào đáy nắp bán cầu với áp suất dư  $p_0$ , ta có:

a) Lực tác dụng lên nắp bán cầu:  $P_z = p_0 = \frac{\pi D^2}{4}$ , hướng lên. Trường hợp trọng lượng

không khí trong nắp bán cầu không đáng kể so với áp lực  $p_0 = \frac{\pi D^2}{4}$ , có thể bỏ qua.

b) Lực tác dụng lên đáy:  $P_d = (p_0 + \gamma_n H) \pi \frac{D^2}{4}$

2.2. Lúc hút không khí trong nắp bán cầu ra và đo được áp suất chân không  $p_{ck}$  ta có:

Áp suất tuyệt đối trong nắp:  $p_{ct} = p_a - p_{ck}$

Áp suất dư trong nắp:  $p_{cdư} = p_{ct} - p_a = -p_{ck}$

Áp suất dư tại đáy bình:  $p_{ddư} = p_{cdư} + \gamma_n H = -p_{ck} + \gamma_n H$

a) Lực tác dụng lên nắp bình: - Nắp bình chịu tác dụng của cả hai hợp lực thẳng đứng và ngược chiều do áp lực không khí bên ngoài và bên trong bình tạo ra. Áp lực không khí bên ngoài đè nắp xuống, áp lực bên trong đẩy nắp lên.

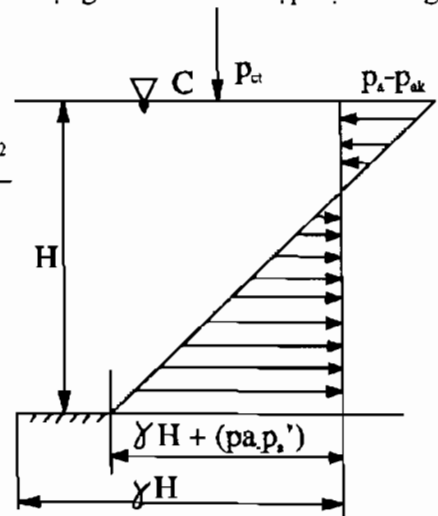
$$P_z'' = P_{\text{ngoài}} - P_{\text{trong}} = \frac{\pi D^2}{4} p_a - \frac{\pi D^2}{4} (p_a - p_{ck}) = -p_{ck} \frac{\pi D^2}{4}$$

Lực đè xuống

b) Lực tác dụng lên đáy bình:

$$P_d'' = (-p_{ck} + \gamma_n H) \frac{\pi D^2}{4}$$

c) Biểu đồ phân bố áp suất lên vỏ hình trụ: (hình 2-3b). Vì trong bình vừa có chân không vừa có áp suất của nước và bên ngoài có áp suất khí trời ép vào vỏ nên



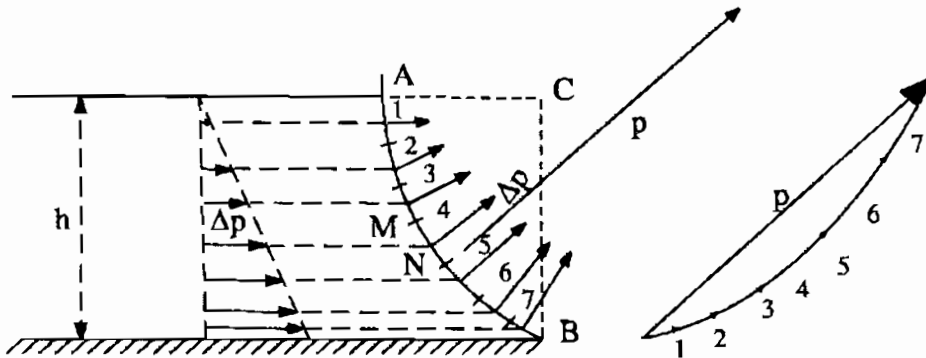
Hình bài 2.3b

phải xét kết quả tổng hợp của các áp suất trên hai phía của vỏ bình. Có thể thấy rằng trong bình tuy chứa nước nhưng vẫn có khu vực áp suất nhỏ hơn áp suất khí trời  $p_a$  (chân không trong nước gần mặt thoáng) và gần đáy thì áp suất lớn hơn  $p_a$  (khu vực có áp suất dư).

**Ví dụ 2.4:** *Xác định áp lực lên mặt cong bằng đồ giải.*

Xác định bằng hình vẽ cường độ và hướng của áp lực thủy tĩnh  $P$  lên một phần của mặt cong hình trụ tròn nằm ngang mà mặt cắt ngang đã biết.

**Giải:** Trong phương pháp thứ nhất có thể xác định cường độ và vị trí của hai thành phần  $P_x$  và  $P_y$  của  $P$ : Thành phần ngang  $P_x$  xác định không khó. Muốn có thành phần  $P_y$  phải đo diện tích  $ABC$  và xác định đường thẳng đứng qua trọng tâm.



**Hình bài 2.4**

Trong phương pháp thứ hai, có thể chia đoạn cong  $AB$  thành một số đủ lớn phân tử nằm ngang có diện tích bằng nhau, ví dụ  $MN$ , coi như diện tích phẳng; trên mỗi phân tử có lực như  $\Delta p$  tác động. Vẽ lực  $\Delta p$  để dàng cả về cường độ và về hướng.

Hợp lực cần tìm là tổng hình học các lực phân tử đó (xem hình 2.4); như vậy có thể đo trên hình vẽ lực  $P$  (cường độ và hướng).

Để xác định đường tác dụng của lực  $P$  lên mặt cong phải biết một điểm của nó. Với mặt cong trụ tròn  $P$  bắt buộc phải qua tâm hình tròn.

**Ví dụ 2.5.** *Van hình cầu*

Một phao hình cầu rỗng bán kính  $R$ , trọng lượng  $G = Mg$  được dùng làm van bịt kín một lỗ đáy nằm ngang của một bình chứa và lọt xuống lỗ một độ sâu  $h$  (hình 2.5a).

Biện luận về khả năng đóng kín lỗ khi các yếu tố ảnh hưởng đến là độ sâu  $H$  của chất lỏng trong bình, khối lượng đơn vị  $\rho$  của chất lỏng và trọng lượng  $G$  của quả cầu.

**Giải:** Phao sẽ bịt kín lỗ khi hợp lực của các lực tác dụng lên nó hướng xuống dưới. Các lực ấy đều thẳng đứng - vì lí do đối xứng - gồm có trọng lượng  $G$  và một hợp lực thẳng đứng của các áp lực thủy tĩnh  $P_x$ .

1. Tìm biểu thức của các áp lực thủy tĩnh. - Trên hình cầu xét một vòng đai cao  $dz$  ở cách đáy một độ cao  $z$  (hình 2.5b). Áp suất tác dụng lên vòng đai ấy là  $p = \rho g (H - z)$ .

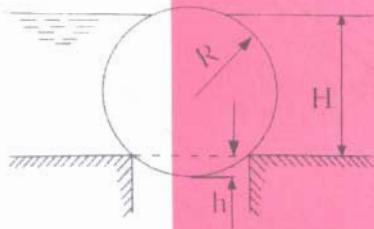
Diện tích vòng đai ấy bằng  $dS = 2\pi R \cos\theta \frac{dz}{\cos\theta} = 2\pi R dz$ . Hình chiếu trên mặt thẳng

đứng của các áp lực lên vòng đai ấy bằng tích của từng lực phân tố với  $\sin\theta = \frac{R-h-z}{R}$ .

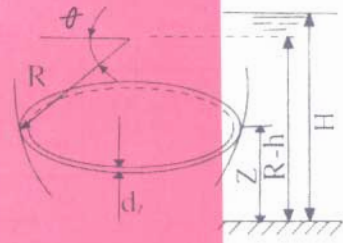
Hình chiếu trên mặt thẳng đứng của áp lực phân tố lên vòng đai:

$$dP_z = dS \sin\theta$$

$$dP_z = 2\pi R \frac{R-h-z}{R} \rho g (H-z) dz$$



Hình bài 2.5a



Hình bài 2.5b

Do đó, khi mức chất lỏng không cao hơn đỉnh của quả cầu, tức là khi  $H \leq 2R - h$  thì hợp lực của các áp lực phân tố (tính với chiều dương hướng lên trên) có giá trị là:

$$P_z = \int_0^H \rho g (H-z) 2\pi (R-h-z) dz$$

$$= \pi \rho g H^2 \left( R-h - \frac{H}{3} \right), \quad (\text{với } H \leq 2R-h) \quad (a)$$

Khi độ sâu chất lỏng  $H$  lớn hơn hoặc bằng  $2R - h$ , ta có thể coi hợp lực của các áp lực thủy tĩnh lên phao cũng giống như hợp lực  $P_{z1}$  lên một vật thể đặc có hình một quả cầu bị cắt chỏm dưới, ngập hoàn toàn trong chất lỏng, và hợp lực này bị trừ bớt các áp lực  $P_{z2}$  ứng với mặt cắt của lỗ.

$$P_z = P_{z1} - P_{z2}$$

Hệ thống lực đầu tiên  $P_{z1}$  tác dụng lên vật thể đặc ngập hoàn toàn không phụ thuộc mức chất lỏng. Các áp lực  $P_{z2}$  (ứng với mặt cắt của lỗ) cần phải trừ bớt, có một biểu thức đơn giản tuyến tính, hàm của  $H$ :

$$P_{z2} = \pi r^2 \rho g H$$

trong đó:  $r$  = bán kính lỗ.

Ta có  $r^2 = R^2 - (R-h)^2 = h(2R-h)$ ,

vậy  $P_z = P_{z1} - \pi \rho g H h (2R-h)$ .

Hai cách tính theo (a) và (b) tất nhiên dẫn đến kết quả giống nhau khi mức chất lỏng tiếp tuyến với quả cầu tại đỉnh, tức là  $H = 2R - h$ :

$$P_{z1} - \pi \rho g h (2R - h)^2 = \pi \rho g (2R - h)^2 \left( R - h - \frac{2R - h}{3} \right)$$

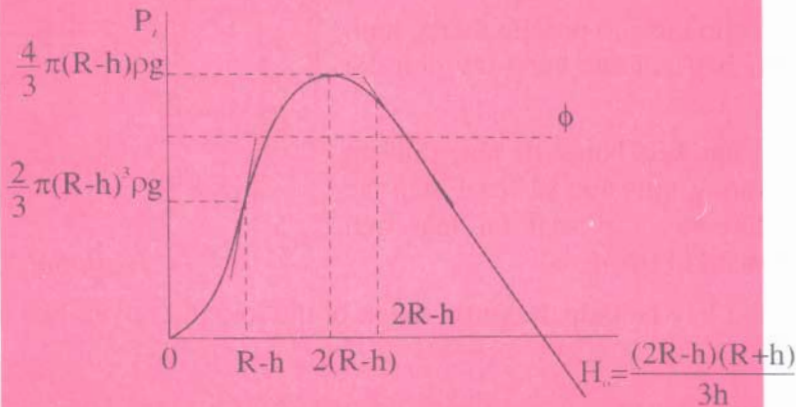
$$P_{z1} = \pi \rho g (2R - h)^2 \left( \frac{R + h}{3} \right) \quad (c)$$

Thay biểu thức này của  $P_{z1}$  vào (b) sẽ được:

$$P_z = \pi \rho g (2R - h) \left[ (2R - h) \frac{R + h}{3} - Hh \right] \quad (d)$$

(với  $H \geq 2R - h$ )

$P_z$  là hàm tuyến tính của  $H$ .



Hình bài 2.5c

2. Đường biểu diễn sự biến thiên của  $P_z$  theo  $H$  (hình 2-5c) qua một max khi  $H = 2(R - h)$ , tức là khi mức chất lỏng cắt trên quả cầu một vòng tròn bằng lỗ bít kín.

Giá trị max ấy là  $\frac{4}{3} \pi (R - h)^3 \rho g$ , tức là lực đẩy lên một quả cầu hoàn toàn ngập, bán kính  $(R - h)$ . Đường biểu diễn có một điểm uốn khi  $H = R - h$ , tức là lúc mức nước ngang tâm quả cầu; lúc đó lực đẩy bằng một nửa giá trị max,  $\frac{2}{3} \pi (R - h)^3 \rho g$ .

Cuối cùng lực đẩy triệt tiêu khi mức chất lỏng có độ cao  $H_0 = \frac{(2R - h)(R + h)}{3h}$ , sau đó tiếp tục giảm và có giá trị âm.

Để biết hợp lực của toàn bộ các lực tác động lên phao, chỉ cần cắt đường cong biểu diễn bằng một đường thẳng ngang có tung độ bằng  $G$ . Nếu  $G \geq \frac{4}{3} \pi \rho g (R - h)^3$ , tức là

trọng lượng phao lớn hơn lực đẩy lên quả cầu có bán kính  $(R - h)$  thì không có giao điểm và hợp lực luôn hướng xuống. Phao luôn luôn bị kín lỗ.

Nếu  $G$  có giá trị bé hơn, đường ngang cắt đường biểu diễn tại hai điểm và sẽ có một khu vực độ sâu chất lỏng trong đó phao không thể chìm đến đáy. Một trong hai vị trí đó ứng với mức chất lỏng ngập đỉnh quả cầu nếu  $G < P$ , khi  $H \geq 2R - h$ :

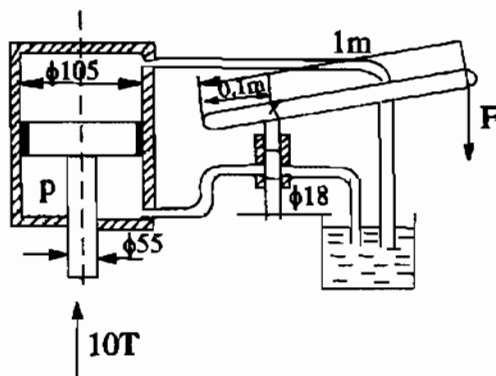
$$G < \pi \rho g (2R - h)^2 \frac{R - 2h}{3}$$

Như thế, có thể thực hiện một van tự động mở khi mức chất lỏng hạ thấp hơn một độ cao nào đó.

### Ví dụ 2.6. Kích thủy lực

Kích thủy lực để thử sức bền vật liệu có đường kính  $\phi 105\text{mm}$ , kéo một thanh đường kính  $55\text{mm}$ .

Bơm cấp dầu cho kích có pittông đường kính  $18\text{mm}$ , dùng đòn bẩy với các cánh tay đòn dài  $0,10\text{m}$  và  $1\text{m}$ .



Hình bài 2.6

**Hỏi:** 1. Cho lực kéo bằng 10 tấn, tính áp suất  $p$  trong hệ thống thủy lực và lực  $F$  cần tác động lên đầu đòn bẩy (áp suất tại mặt trên pittông bằng áp suất khí trời).

2. Khi đầu đòn bẩy hạ thấp 10cm thì thanh bị thử kéo di chuyển bao nhiêu (bỏ qua ma sát).

**Giải:** 1. Áp suất bên trên pittông bằng áp suất khí trời vì thế không cần kể vào các lực tác động lên pittông. Pittông cân bằng dưới tác dụng lực kéo và áp lực thủy tĩnh do áp suất  $p$  tạo nên tại mặt dưới của nó.

$$\text{Diện tích mặt dưới pittông: } S = \frac{\pi}{4} (10,5^2 - 5,5^2) = 62,7\text{cm}^2 = 10^{-4} \cdot 62,7\text{m}^2$$

Áp suất  $p$  bằng:

$$p = \frac{10^4 \cdot 9,8}{10^{-4} \cdot 62,7 \cdot 9,8 \cdot 10^4} = 159,5\text{at.}$$

Lực tác động lên pittông của bơm dầu:

$$F_1 = p \frac{\pi}{4} (1,8)^2 = 159,5 \cdot 9,8 \cdot 2,55 = 407,9,8\text{N}$$

Lực tác động lên đầu đòn bẩy:

$$F = \frac{F_1}{10} = \frac{407,9,8}{10} = 398,86\text{N}$$

2. Cho rằng không có tổn thất năng lượng do ma sát, công sinh ra khi dầu đôn bẩy di chuyển phải bằng công do kích thủy lực tạo ra. Gọi x độ dịch chuyển của thanh:

$$x \cdot 10^4 \cdot 9,8 = 10 \cdot \frac{407,9,8}{10} \text{ Ncm}$$

$$x = \frac{407}{10^4} = 4,07 \cdot 10^{-2} \text{ cm} \approx 0,41 \text{ mm}$$

Có thể tính cách khác: thể tích dầu do pittông của bơm đẩy qua kích phải bằng thể tích do pittông của kích tạo ra khi di chuyển; pittông của bơm hạ thấp 1cm khi dầu đôn bẩy hạ thấp 10cm.

$$1,2,55 = 62,7x \text{ cm}^3$$

$$x = \frac{2,55}{62,7} = 4,07 \cdot 10^{-2} \text{ cm}$$

**Ví dụ 2-7: Nổi ổn định của một vật hình trụ trong chất lỏng bất kỳ**

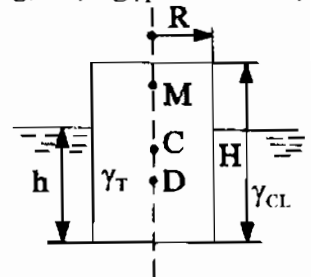
Người ta muốn cho một hình trụ tròn trọng lượng riêng  $\gamma_T$  (vật liệu coi như đồng đều), bán kính R, chiều cao H, có thể nổi ổn định mà vẫn giữ trục thẳng đứng trong bất cứ chất lỏng nào (trọng lượng riêng  $\gamma_{CL}$  thay đổi tùy theo chất lỏng), độ ngập sâu của trụ là h.

**Hỏi:** Chiều cao lớn nhất  $H_{max}$  bằng bao nhiêu.

**Giải:** Điều kiện nổi

$$\gamma_T H = \gamma_{CL} h$$

$$\frac{h}{H} = \frac{\gamma_T}{\gamma_{CL}}$$



Hình bài 2.7

Trụ sẽ nổi ổn định nếu tâm định khuynh M cao hơn trọng tâm C. Bán kính định khuynh  $\rho_M$  tính theo công thức (2-46) của “Giáo trình TL và MTL tập I”.

$$\rho_M = \frac{J}{W}$$

J- mômen quán tính đối với bán kính bất kỳ của mặt nổi hình tròn =  $\frac{\pi R^4}{4}$ ;

W- thể tích ngập của trụ =  $\pi R^2 h$ ;

$$\rho_M = \frac{\pi R^4}{4} \cdot \frac{1}{\pi R^2 h} = \frac{R^2}{4h}$$

Độ cao từ tâm đáy D đến trọng tâm C bằng  $CD = e = \frac{H-h}{2}$ . Điều kiện nổi ổn định

của trụ là  $\rho_M > e$ , tức là  $\frac{R^2}{4h} > \frac{H-h}{2}$

$$R^2 > 2h(H-h) = 2(Hh - h^2) = 2H^2 \left( \frac{h}{H} - \frac{h^2}{H^2} \right)$$

$$R^2 > 2H^2 \left[ \frac{\gamma_T}{\gamma_{CL}} \left( 1 - \frac{\gamma_T}{\gamma_{CL}} \right) \right]$$

Suy ra: 
$$\frac{H}{R} < \frac{1}{\sqrt{2 \frac{\gamma_T}{\gamma_{CL}} \left( 1 - \frac{\gamma_T}{\gamma_{CL}} \right)}}$$

Vế phải sẽ bé nhất khi biểu thức trong  $\sqrt{\quad}$  lớn nhất, tức là  $\gamma_{CL} = 2\gamma_T$  ứng với trị số  $H = R\sqrt{2}$  (lúc đó  $h = H/2$ , trọng tâm của trụ ở ngang mặt chất lỏng).  $H_{\max}$  chiều cao lớn nhất của hình trụ không được vượt  $R\sqrt{2}$ .

### Bài 2.1: Áp suất trong giếng lặn

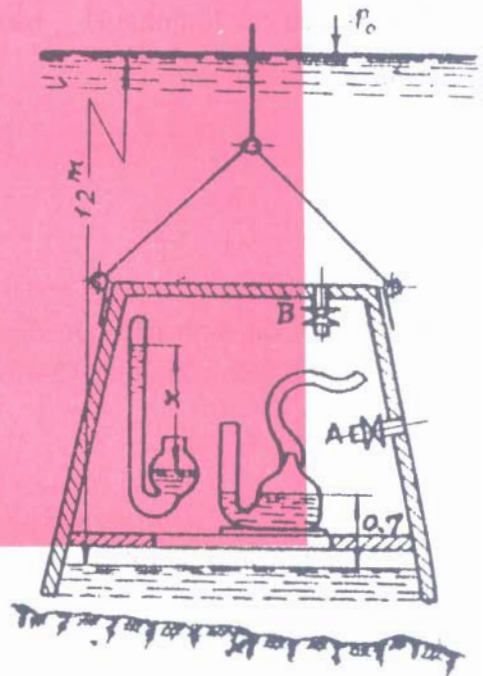
Một barômet thủy ngân được đặt trong một giếng để lặn, mặt nước trong giếng thấp hơn mặt nước biển 12m: ở mặt biển, barômet chỉ 750mm cột thủy ngân. Hỏi số chỉ x của barômet là bao nhiêu?

Nếu nối áp kế thủy ngân (đặt bên phải barômet) với khoá A của giếng thì thủy ngân trong áp kế sẽ lên xuống thế nào so với mức không cố định? Nếu nối với khoá B, nó sẽ thế nào? cho rằng trong khi đo, không khí trong ống nổi không đáng kể (nước biển có  $\delta=1,025$ ).

ĐS:  $x = 1655\text{mm}$

$h_A = h_B = -52,8\text{mm}$

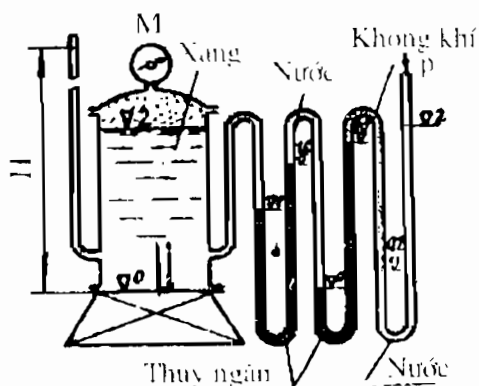
*Chú thích:* Trong giếng lặn có bơm khí nén nên nước không vào trong giếng được.



B 2.1

### Bài 2.2: Đo áp suất bằng ba loại áp kế

Một bình chứa đầy xăng ( $\delta=0,7$ ) đến độ cao  $\nabla 2\text{m}$ . Nối ba dụng cụ đo áp suất khác nhau vào bình.



B 2.2

Ở nắp của bình nối với áp kế kim loại lò xo M; ở thành bình chỗ bên trái sát đáy nối với ống đo áp; bên phải thành bình nối với ba áp kế chữ U trong chứa đầy thủy ngân ( $\delta=13,6$ ), nước ( $\delta=1$ ) và không khí ( $\delta \approx 0$  so với nước).

Hỏi áp kế M chỉ bao nhiêu? độ cao H của ống đo áp là bao nhiêu? nếu ba áp kế chữ U được đặt như hình vẽ (mức cao  $\nabla$  cho bằng mét so với mặt chuẩn) trong đó độ cao các mức nước và thủy ngân như sau:

Mức nước nhánh bên phải:  $\nabla 2\text{m}$ ;

Mức nước nhánh bên trái:  $\nabla 0,2\text{m}$ ;

Mức thủy ngân bên phải (chữ U giữa)  $\nabla 1,8\text{m}$ ;

Mức thủy ngân bên trái (chữ U giữa)  $\nabla 0$ ;

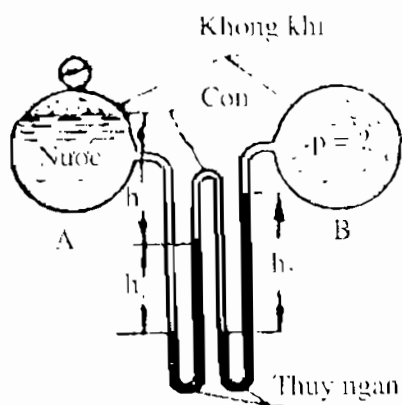
Mức thủy ngân bên phải (chữ U trái)  $\nabla 1,6\text{m}$ ;

Mức thủy ngân bên trái cùng  $\nabla 1\text{m}$ ;

Mặt chuẩn  $\nabla 0$ .

ĐS: AK chỉ 3,2at dư;  $H = 48\text{m}$ .

### Bài 2.3: Áp kế đo chênh



B2.3

Tìm áp suất p của không khí ở hình B. nếu áp suất mặt nước ở bình A bằng 0,25at (áp suất dư), độ chênh mức thủy ngân ( $\delta=13,6$ ) trong áp kế  $h_1 = 200\text{mm}$

$h_2 = 250\text{mm}$  và  $h = 0,5\text{m}$

Khoảng giữa hai mức thủy ngân chứa côn ( $\delta=0,8$ )

ĐS:  $p_{CK} = 0,276\text{at}$ .



**Bài 2.4. Áp suất trong một đường ống**

Để đo áp suất tuyệt đối trong đường ống dẫn chất lỏng khối lượng riêng  $\rho$  người ta đặt cạnh nhau một phong vũ biểu (barômét) và một áp kế chữ U chứa thủy ngân khối lượng riêng  $\rho_0 = 13,6 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ . Kết quả đọc được là:

$H_0$  trên barômét

$H_1$  và  $H_2$  trên áp kế chữ U (hình B-2-4).

Tính áp suất tại trục ống trong hai trường hợp: a) dẫn khí; b) dẫn nước.

Áp dụng số:  $H_0 = 75,65 \text{ cm}$

$H_1 = 32,45 \text{ cm}$ ;  $H_2 = 19,25 \text{ cm}$

a)  $\rho_{\text{không khí}} \neq 0$ ;

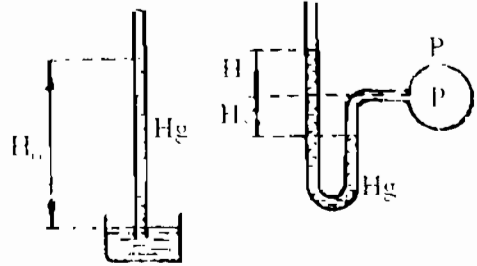
b)  $\rho_{\text{nước}} = 1000 \text{ kg/m}^3$ .

Tính áp suất bằng  $\text{N/m}^2$  và atmôtfê kỹ thuật (at)

$$\text{ĐS: } p = g[\rho_0 (H_0 + H_1) + (\rho_0 - \rho) H_2]$$

a)  $p_1 = 1,731 \text{ at}$

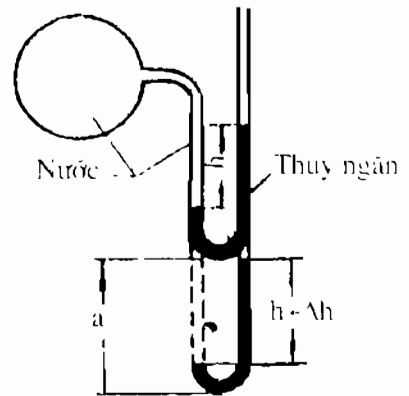
b)  $p_2 = 1,712 \text{ at}$



B2.4

**Bài 2.5: Ảnh hưởng của vị trí áp kế đến kết quả đo.**

Đo áp suất một bình chứa đầy nước bằng áp kế chữ U đựng thủy ngân. Áp suất trong bình được xác định bằng số chỉ  $h$  (mm) của áp kế. Hỏi sự thay đổi của số chỉ  $\Delta h$  (mm) khi áp kế dịch thấp xuống  $a$ , mm.

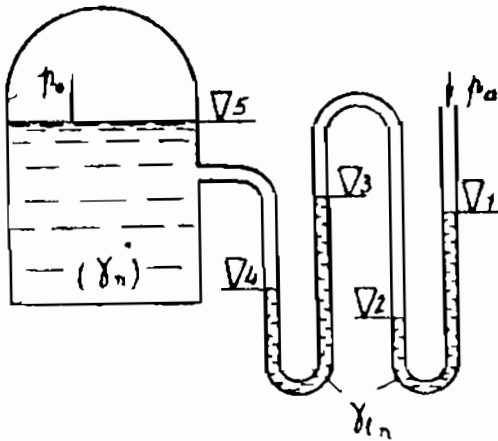


B2.5

$$\text{ĐS: } \Delta h = \frac{a}{13,1}$$

**Bài 2.6. Đo áp suất chính xác bằng nhiều áp kế chữ U**

Xác định áp suất của hơi mặt nước trong bình bằng áp kế uốn khúc thủy ngân, cho biết độ cao các vị trí như sau:



B2.6

$$\nabla_1 = 2,3\text{m}; \quad \nabla_2 = 1,2\text{m}; \quad \nabla_3 = 2,5\text{m};$$

$$\nabla_4 = 1,4\text{m}; \quad \nabla_5 = 3,0\text{m};$$

$$\gamma_{tn} = 13,6,9,81 \cdot 10^3 \text{N/m}^3;$$

$$\gamma_n = 9810 \text{N/m}^3$$

$$\text{ĐS: } p_0 = 36,3 \cdot 10^4 \text{N/m}^2 = 3,7 \text{at}$$

**Bài 2.7. Xác định thể tích nước và dầu trong một bình**

Một bình hình trụ đường kính  $D = 0,4\text{m}$  chứa dầu và nước lắng xuống. Mặt phân cách giữa dầu và nước xem ở ống A, còn mặt trên của dầu thì xem ở ống B.

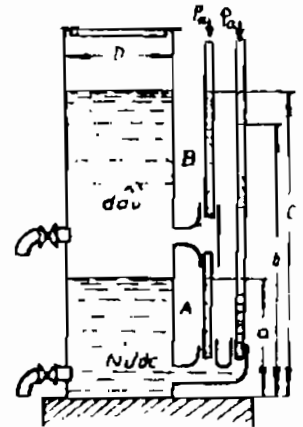
Xác định:

1. Thể tích nước và dầu ( $\delta = 0,84$ ) trong bình nếu  $a = 0,5\text{m}$ ;  $b = 1,6\text{m}$
2. Trọng lượng riêng của dầu nếu  $a = 0,2\text{m}$ ;  $c = 1,4\text{m}$ ,  $b = 1,2\text{m}$

$$\text{ĐS: } W_n = 62,8\text{l}$$

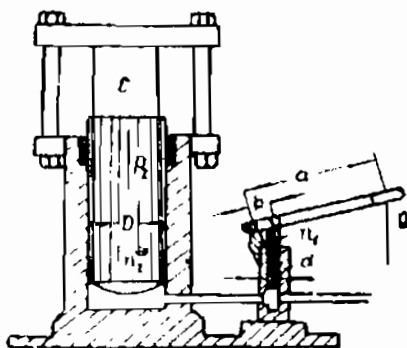
$$W_d = 164,5\text{l}$$

$$\gamma_d = 8175 \text{N/m}^3.$$



B2.7

**Bài 2.8. Mức ép thủy lực**



B2.8

Xác định lực  $Q$  tác dụng vào cần bơm pittông của một máy ép thủy lực để lực nén lên vật C là  $P = 30000\text{N}$ . Cho biết:

- Vật C và pittông trụ nặng  $2000\text{N}$ ,
- Đường kính pittông của bơm  $d = 5\text{cm}$
- Đường kính pittông trụ của máy ép  $D = 30\text{cm}$ ,
- Chiều dài cần bơm  $a = 25\text{cm}$
- Chiều dài tay đòn  $b = 5\text{cm}$
- Ma sát lớp lót kín bằng 5% lực nén của pittông trụ

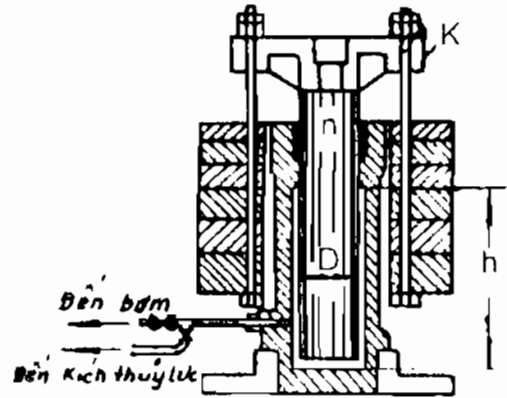
$$\text{ĐS: } Q = 187\text{N}$$

### Bài 2.9. Bình tích năng

Một kích thủy lực làm việc với áp suất 5 at và phải nâng một vật nặng  $G = 20000\text{N}$  lên cao  $H = 5\text{m}$ . Kích được nối liền với một máy tích năng. Xác định đường kính pittông trục của máy tích năng, cho biết độ cao di chuyển của pittông trụ của tích năng  $h = 1,5\text{m}$ , hiệu suất kích  $\eta_k = 0,80$ . Hiệu suất của hệ thống bằng tỷ số giữa công hữu ích  $GH'$  với năng lượng tiêu hao bởi tích năng  $pW$ , trong đó  $W$  là thể tích làm việc của xylanh máy tích năng:

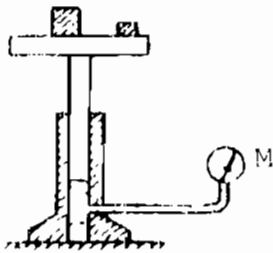
$$\eta_{ht} = \frac{GH}{pW} = \eta_k \cdot \eta_i$$

ĐS:  $D = 0,687\text{m}$



B.2.9

### Bài 2.10. Máy ép thủy lực kiểm định vạch khắc cho áp kế



B.2.10

Để định các vạch khắc trên một áp kế  $M$  đo áp suất cao, người ta dùng máy ép thủy lực như hình vẽ B.2.10.

Đường kính pittông trụ là  $1,22\text{cm}$ ; khối lượng của đĩa cân (không kể quả cân) là  $m' = 1340\text{gam}$ ; khối lượng các quả cân đặt lên đĩa là  $m = 5430\text{gam}$ .

Hỏi: Cột nước  $H$  ứng với vạch chỉ trên áp kế bằng bao nhiêu? (khối lượng riêng của nước:  $\rho_n = 1\text{g/cm}^3$ ).

ĐS:  $H = 58\text{m}$

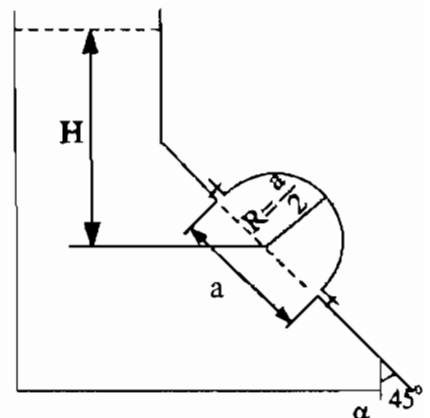
### Bài 2.11. Áp lực lên nắp hình trụ tròn

Trên thành phẳng nghiêng  $45^\circ$  của một bình chứa nước có một lỗ hình chữ nhật kích thước  $a \times b$ . Dùng một nắp hình trụ tròn để đóng kín lỗ đó. Mặt nước tự do cao hơn trọng tâm của lỗ  $H$ .

Xác định lực  $P$  tác dụng lên nắp. Trị số  $a, b, H$  lấy theo bảng dưới (2-11). Trọng lượng riêng của nước  $\gamma_n = 9810\text{N/m}^3$ .

ĐS:  $P = \gamma_n ab \left( \frac{H}{\cos\alpha} - \frac{\pi a}{8} \right)$

$P_r = \gamma_n ab \left( H - \frac{\pi a}{8} \cos 45^\circ \right)$



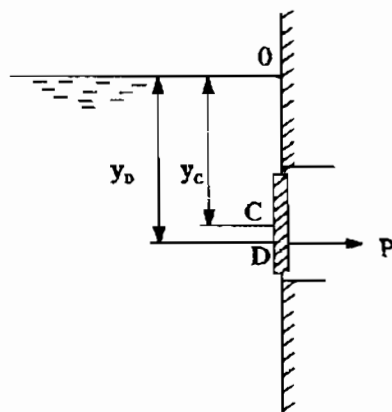
B.2.11

**Bảng 2-11**

Đề số	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a(m)	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,00
b(m)	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,2
H(m)	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,6

**Bài 2.12. Ngẫu lực trên một cửa cống ngập**

Trên thành thẳng đứng của một đập nước có một cửa chữ nhật cạnh lớn nằm ngang. Người ta đóng cửa bằng một van hình chữ nhật quay quanh trục ngang đi qua tâm hình học.



**B.2.12**

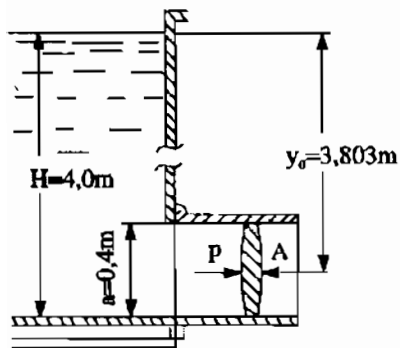
1. Chứng minh rằng ngẫu lực cần để giữ van đóng kín không phụ thuộc chiều sâu, miễn là mặt nước ở bên trên cạnh trên của van.

2. Tính mômen của ngẫu lực đó cho một van cao 2m, rộng 3m. (Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ ).

ĐS: 1.  $C = \gamma J_c$ , không phụ thuộc chiều sâu.

2.  $C = 2 \cdot 10^4 \text{ Nm}$ .

**Bài 2.13. Cửa van tháo nước**



**B.2.13**

Để tháo nước từ một bể chứa ra người ta lắp một van A cao  $a = 0,40\text{m}$  và rộng  $b = 1\text{m}$ . Độ sâu nước trong bể chứa là  $H = 4\text{m}$ ;  $\gamma_{\text{nước}} \approx 10^4 \text{ N/m}^3$ .

Tính lực tác động lên trục của cửa van và chiều sâu của tâm đáy.

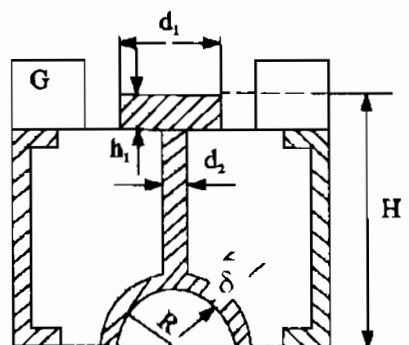
ĐS:  $= 1.52 \cdot 10^4 \text{ N}$

$y_D = 3,803\text{m}$

**Bài 2.14. Lực tác dụng lên khuôn khi rút gang vào khuôn đúc, khuôn bị áp lực thủy tĩnh của gang lỏng đẩy lên, do đó phải dùng vật nặng trọng lượng tổng cộng là G đè khuôn.**

Xác định trọng lượng G khi đúc một nắp gang hình trụ có bán kính trong là R, dài l, bề dày là  $\delta$ , biết rằng:

- Phễu rót gang hình trụ tròn đường kính  $d_1 = 10\text{cm}$ ; chiều cao  $h_1 = 10\text{cm}$ .



**B.2.14**

- Lỗ rót gang hình tròn đường kính  $d_2 = 4\text{cm}$ .

- Trọng lượng của đất và vỏ thép trong phần trên của khuôn là  $G_0 = 39200\text{N}$ , trọng lượng riêng gang lỏng  $\gamma_g = 68600\text{N/m}^3$ .

- Chiều cao từ đáy khuôn đến mặt thoáng của phễu rót gang là  $H = 1\text{m}$ . Các trị số  $R$ ,  $l$ ,  $\delta$  lấy trong bảng dưới đây:

Đề số	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$R(\text{m})$	0,3	0,4	0,5	0,4	0,3	0,4	0,3	0,4	0,5	0,4	0,3	0,4	0,3
$l(\text{m})$	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,1	1,2	1,3	1,1	1,2	1,4	1,3
$\delta(\text{mm})$	2	2	2	3	3	3	4	4	4	2	2	2	2

Vẽ hình phối cảnh của vật thể áp lực tác động lên mặt cong của khuôn đúc trước khi lính.

$$\text{ĐS: } G = P_r - G_0$$

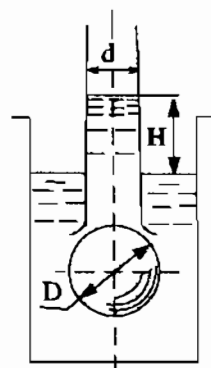
$$P_r = \gamma_g V$$

$$V = 2(R + \delta)lH - \left[ \pi \frac{(R + \delta)^2}{2} l + (H - h_1 - R - \delta) \frac{\pi d_2^2}{4} + h_1 \frac{\pi d_1^2}{4} \right]$$

### Bài 2.15. Van phao hình cầu

Một quả cầu đường kính  $D = 150\text{mm}$  nặng  $G = 4,90\text{N}$  dùng làm van đóng kín miệng ống đường kính  $d = 100\text{mm}$ . Quả cầu nằm trong nước. Độ chênh  $H$  phải bằng bao nhiêu để van mở cho nước từ ống vào bình.

$$\text{ĐS: } H = 161\text{mm}$$



B2.15

### Bài 2.16. Xác định số vòng quay của bình.

Xác định số vòng quay của một bình trụ cao  $H_0 = 1,2\text{m}$ , đường kính  $D = 0,8\text{m}$  chứa chất lỏng đến độ cao  $\frac{H_0}{2}$  để khi quay chất lỏng dâng đến mép bình.

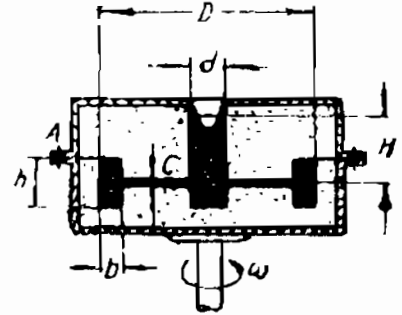
Xác định số vòng quay của bình để khi quay trong bình chỉ còn lại một nửa thể tích chất lỏng ban đầu.

$$\text{ĐS: } n_1 = 116\text{vòng/ph;}$$

$$n_2 = 163,5\text{ vòng/ph.}$$

**Bài 2.17 Đúc bánh xe (phương pháp ly tâm).**

Đúc bánh xe bằng phương pháp ly tâm, đường kính bánh xe  $D = 1000\text{mm}$ , chiều rộng  $h = 200\text{mm}$  chiều dày  $b = 80\text{mm}$ , chiều dày đĩa  $c = 40\text{mm}$ . Đường kính lỗ rót  $d = 200\text{mm}$ . Khuôn quay với số vòng quay  $n = 200\text{ vg/ph}$  (hình B2.17).



B2.17

Xác định lực kéo các bulông A, bỏ qua trọng lượng bulông, đất làm khuôn; độ cao của gang rót vào khuôn  $H = 300\text{mm}$ , trọng lượng riêng của gang  $70500\text{N/m}^3$ .

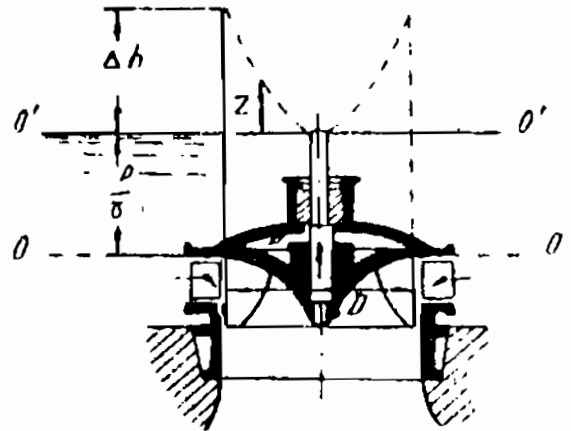
$$\text{ĐS: } P_A = 17.9,8.10^3 \text{ N.}$$

**Bài 2.18. Áp lực dọc trục tuabin thủy lực.**

Xác định áp lực dọc trục  $P_0$  tại vành trên của bánh công tác tuabin nếu áp suất thủy động ở quanh bánh công tác  $p = 6\text{at}$ . Đường kính bánh tuabin  $D = 2000\text{mm}$ ; số vòng quay  $n = 300\text{vg/ph}$ .

Chú ý: Bánh công tác tuabin quay nên phải xét thêm áp lực do lực ly tâm tạo ra.

$$\text{ĐS: } P_0 = 2626000\text{N} \approx 2,63.10^6\text{N.}$$



B2.18

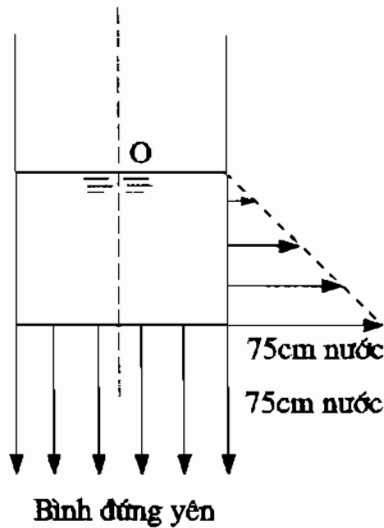
**Bài 2.19. Máy thủy tĩnh đo vòng quay.**

Một bình hình trụ tròn, trục thẳng đứng, đường kính  $D = 1\text{m}$  và cao  $H = 1,5\text{m}$ , ban đầu chứa nước đến một nửa, quay quanh trục với vận tốc đều  $90\text{ vg/ph}$ .

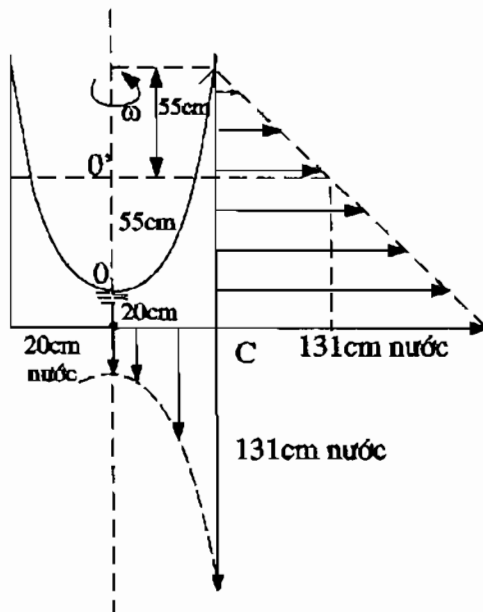
1. Vẽ biểu đồ phân bố áp suất trên thành và trên đáy bình: - lúc nghỉ; - lúc quay.
2. Trong khi quay áp suất nhỏ nhất và lớn nhất trên đáy bằng bao nhiêu và ở chỗ nào?

Chú ý: Thể tích của hình paraboloid đối xứng bằng nửa thể tích hình trụ bao ngoài và cùng chiều cao.

$$\text{Lấy } g = 10\text{m/s}^2.$$



B.2.19a



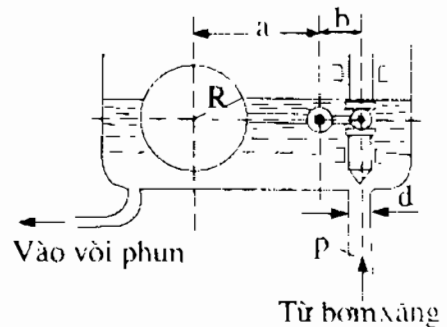
B.2.19b

ĐS: 2.  $p_{\min} = 20\text{cmH}_2\text{O}$   
 $p_{\max} = 131\text{cmH}_2\text{O}$

**Bài 2.20. Tính phao của chế hoà khí.**

Xăng ( $\delta = 0,7$ ) dưới áp suất  $p = 2,94\text{N/cm}^2$  chảy vào chế hoà khí có phao theo đường ống  $d = 4\text{mm}$ . Phao cầu trọng lượng  $0,245\text{N}$  và kim (có trọng lượng ở trong xăng  $0,118\text{N}$ ) đóng mở xăng được gắn vào đòn bẩy ( $a = 40\text{mm}$ ,  $b = 15\text{mm}$ ); đòn bẩy này quay quanh trục O (hình B.2.20).

Xác định kích thước phao (bán kính R) với điều kiện làm sao giữ được mức xăng không đổi và khi mở lỗ, phao chìm một nửa. Bỏ qua ma sát của quả cầu và trọng lượng đòn bẩy.



B.2.20

ĐS:  $R = 28,7\text{mm}$ .

## Chương 3 ĐỘNG HỌC CHẤT LỎNG

Trong chương này ta nghiên cứu chuyển động của chất lỏng, nghĩa là nghiên cứu các đại lượng đặc trưng của chuyển động như dạng chuyển động, vận tốc, khối lượng riêng v.v... Ta chưa xét nguyên nhân gây ra chuyển động, tức là lực.

### §3.1. HAI PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU CHUYỂN ĐỘNG CỦA CHẤT LỎNG

#### 1. Phương pháp Lagrăngiơ

Phương pháp này khảo sát chuyển động của từng phần tử chất lỏng riêng biệt. Giả sử ở thời điểm ban đầu  $t_0$ , phần tử chất lỏng có vị trí  $A_0(a, b, c)$ ; ở thời điểm  $t$ , nó chuyển sang  $A(x, y, z)$ . Gọi  $\vec{r}$  là vectơ bán kính chuyển động của mỗi phần tử ở thời điểm  $t$ :

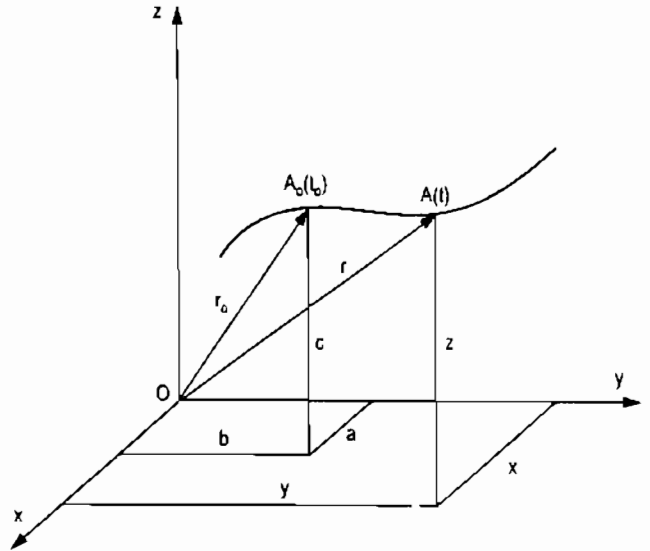
$$\vec{r}(a, b, c, t)$$

hay là hình chiếu lên các trục tọa độ (hình 3.1):

$$x = x_1(a, b, c, t);$$

$$y = y_2(a, b, c, t);$$

$$z = z_3(a, b, c, t)$$



**Hình 3.1**

Nếu biết  $x_1, y_2, z_3$  ta sẽ biết chuyển động của phần tử chất lỏng và quỹ đạo của nó và từ đó suy ra vận tốc:  $\vec{u} = \frac{d\vec{u}}{dt}$ , gia tốc  $\vec{w} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$ .

$a, b, c, t$  - gọi là biến số Lagrăngiơ.

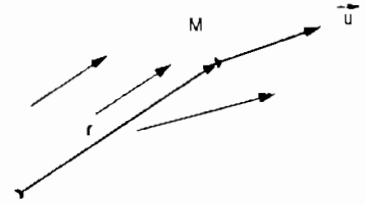
#### 2. Phương pháp Ôle

Khảo sát một cách tổng quát chuyển động của chất lỏng đi qua những điểm cố định trong không gian ở những thời điểm  $t$  khác nhau (hình 3.2). Chọn điểm  $M$  cố định trong không gian được xác định bởi vectơ bán kính  $\vec{r}(x, y, z)$ . Tại thời điểm  $t$  ta xác định được vectơ vận tốc của phần tử chất lỏng đi qua điểm đó:

$$\vec{u} = \vec{u}(x, y, z, t)$$



Khảo sát chuyển động của nhiều phân tử chất lỏng tại các điểm cố định trong dòng chảy. Ứng với thời điểm  $t$  xác định, ta có các vectơ vận tốc phân bố tại các điểm trong không gian, nghĩa là ta có trường vận tốc.



Hình 3.2

Hình chiếu của  $\vec{u}$  lên các trục tọa độ:

$$u_x = u(x, y, z, t)$$

$$u_y = v(x, y, z, t)$$

$$u_z = w(x, y, z, t)$$

$$\text{Gia tốc } \vec{w} = \frac{d\vec{u}}{dt} = \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial \vec{u}}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial \vec{u}}{\partial z} \frac{dz}{dt} = \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} u_x + \frac{\partial \vec{u}}{\partial y} u_y + \frac{\partial \vec{u}}{\partial z} u_z$$

$x, y, z, t$  gọi là biến số Ôle.

So sánh hai phương pháp: Phương pháp Lagrăngiơ nghiên cứu chuyển động bằng cách gắn chặt vào một phân tử chất lỏng, do đó tìm được quỹ đạo của nó (như chuyển động sóng). Còn phương pháp Ôle xác định được trường vận tốc và sẽ tìm được dòng của các phân tử chất lỏng. Trong giáo trình này ta nghiên cứu theo phương pháp Ôle. Có thể chuyển từ biến số Lagrăngiơ sang biến số Ôle và ngược lại.

## §3.2. CÁC ĐẶC TRUNG ĐỘNG HỌC

### 1. Phân loại chuyển động

Chuyển động dừng: các yếu tố chuyển động không biến đổi theo thời gian:

$$u = u(x, y, z), \dots, \frac{\partial}{\partial t} = 0$$

Chuyển động không dừng:  $u = u(x, y, z, t), \dots, \frac{\partial}{\partial t} \neq 0$

Dòng chảy đều (trong chuyển động dừng): sự phân bố vận tốc trên mọi mặt cắt dọc theo dòng chảy giống nhau (không đổi);  $\frac{\partial u}{\partial x} = \text{const}$

Dòng chảy không đều:  $\frac{\partial u}{\partial x} \neq \text{const}$

Dòng chảy có áp (cưỡng bức) là dòng chảy không có mặt thoáng, còn dòng chảy không áp (tự do): có mặt thoáng.

### 2. Các yếu tố thủy lực

Mặt cắt ướt là mặt cắt vuông góc với vectơ vận tốc của dòng chảy, kí hiệu  $\omega$ .

Chu vi ướt là đoạn tiếp xúc giữa chất lỏng và thành giới hạn dòng chảy, kí hiệu  $\chi$ .

Bán kính thủy lực:  $R = \frac{\omega}{\chi}$

Lưu lượng là lượng chất lỏng chảy qua  $\omega$  trong 1 đơn vị thời gian, kí hiệu là  $Q$ .

$$Q = \int_V u d\omega \text{ đơn vị đo } Q: m^3/s$$

Trong trường hợp phẳng (hình 3.3)

$$Q = \int_V u_n ds$$

$$\Gamma = \int_V u_n ds - \text{gọi là lưu số vận tốc. Với 1 cung } AB:$$

$$\Gamma_{AB} = \int_A^B (\vec{u} d\vec{s}) = \int_A^B u \cos \alpha ds = \int_A^B u_x ds = \int_A^B (u dx + v dy)$$

$ds$  - tiếp tuyến tại một điểm nào đó của  $AB$ .

Vận tốc trung bình trên mặt cắt ướt:

$$v = \frac{Q}{\omega}$$

Suy ra:

$$Q = v \cdot \omega$$

### 3. Đường dòng, dòng nguyên tố

Đường dòng là đường cong trên đó vectơ vận tốc của các điểm trùng với tiếp tuyến tại các điểm của đường cong.

Từ định nghĩa suy ra: - Cách vẽ đường dòng.

- Phương trình đường dòng:

$$\vec{u} // d\vec{r} \rightarrow \vec{u} \wedge d\vec{r} = 0 \rightarrow \frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = \frac{dz}{w}$$

Trong đó:  $d\vec{r}$ : phân tố vectơ của đường dòng.

Chú ý: Tại mỗi điểm trong không gian, ở mỗi thời điểm chỉ đi qua một đường dòng nghĩa là các đường dòng không cắt nhau.

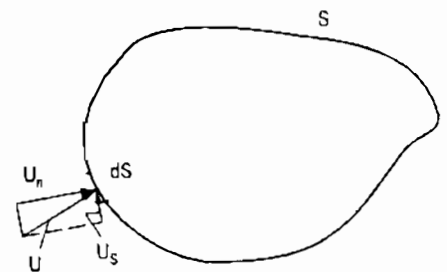
Cần phân biệt quỹ đạo với đường dòng:

Quỹ đạo đặc trưng cho sự biến thiên vị trí của phân tử chất lỏng theo thời gian, còn đường dòng biểu diễn phương vận tốc của các phân tử chất lỏng tại một thời điểm. Trong chuyển động dừng thì chúng trùng nhau.

Các đường dòng tựa lên một vòng kín vô cùng nhỏ ta được một ống dòng. Chất lỏng chảy đầy trong ống dòng gọi là dòng nguyên tố. Chất lỏng không thể xuyên qua ống dòng.

### 4. Hàm dòng và thế vận tốc

Để đơn giản, ta khảo sát chuyển động trong mặt phẳng  $xy$ . Đưa vào hàm  $\psi(x, y)$  và  $\varphi(x, y)$  sao cho thoả mãn điều kiện:



Hình 3.3

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{\partial \varphi}{\partial \xi}; v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{\partial \varphi}{\partial \eta}$$

$\psi$  gọi là hàm dòng;  $\varphi$  - thế vận tốc

Từ phương trình đường dòng:  $\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v}$

Ta có:  $-vdx + udy = \frac{\partial \psi}{\partial x} dx + \frac{\partial \psi}{\partial y} dy = d\psi = 0$

Do đó phương trình đường dòng có dạng:  $\psi = \text{const} = C$ , biểu diễn họ đường dòng.

Tương tự, ta có  $\varphi = \text{const}$  biểu diễn họ đường đẳng vận tốc.

Từ định nghĩa của  $\psi$  và  $\varphi$ , ta được:

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \varphi}{\partial y} = 0$$

Đó là điều kiện trực giao của các đường dòng và đường đẳng thế vận tốc, hay gọi là điều kiện Côsi-Rieman.

Để thấy rõ ý nghĩa vật lí của  $\varphi$  và  $\psi$ , từ định nghĩa của lưu số vận tốc ở trên:

$$\Gamma_{\Lambda B} = \int_{\Lambda}^B u_s ds = \int_{\Lambda}^B (u dx + v dy) = \int_{\Lambda}^B \frac{\partial \varphi}{\partial x} dx + \frac{\partial \varphi}{\partial y} dy = \int_{\Lambda}^B d\varphi = \varphi(B) - \varphi(\Lambda)$$

$$\text{Tương tự: } Q = \int_{\Lambda}^B u_n ds = \int_{\Lambda}^B (u dx + v dy) = \int_{\Lambda}^B \frac{\partial \varphi}{\partial x} dx + \frac{\partial \varphi}{\partial y} dy = \int_{\Lambda}^B d\varphi = \varphi(B) - \varphi(\Lambda)$$

nghĩa là hiệu các giá trị hàm dòng tại hai điểm nào đó bằng lưu lượng chất lỏng chảy qua ống dòng giới hạn bởi hai đường dòng đi qua hai điểm đó.

### 5. Đường xoáy, ống xoáy

Chuyển động quay của mỗi phần tử chất lỏng xung quanh một trục quay tức thời đi qua nó được gọi là chuyển động xoáy.

Véc tơ vận tốc góc quay trong chuyển động xoáy:

$$\vec{\Omega} = \frac{1}{2} \text{rot } \vec{u}$$

Chuyển động không xoáy hay chuyển động thế khi:

$$\text{rot } \vec{u} = 0$$

Tương tự như khái niệm về đường dòng và ống dòng, ở đây ta có khái niệm về đường xoáy và ống xoáy. Nếu cho trước trường vận tốc, từ biểu thức trên ta có thể xác định trường véc tơ vận tốc góc  $\vec{\Omega}$ . Đường cong tiếp xúc với véc tơ vận tốc góc gọi là đường xoáy. Tập hợp các đường xoáy bao quanh một phần tử diện tích đơn nào đó gọi là ống xoáy. Chất lỏng chảy đầy trong ống xoáy gọi là sợi xoáy.

Cường độ của ống xoáy:  $i = \int_{\omega} \text{rot}_n u d\omega$

Phương trình đường xoáy:

$$\frac{dx}{\Omega_x} = \frac{dy}{\Omega_y} = \frac{dz}{\Omega_z}$$

### §3.3. ĐỊNH LÍ COSI – HEMHON (ĐỊNH LÍ HEMHON 1)

Hay là định lí cơ bản của động học chất lỏng.

Định lí về sự biến dạng của phân tử chất lỏng.

Theo cơ học lí thuyết, đối với vật rắn, vận tốc tại M bằng vận tốc tịnh tiến tại O cộng với vận tốc quay của M quanh O (hình 3.4):

$$\bar{u}_M = \bar{u}_0 + \bar{u}_{M0} \qquad \bar{u}_{M0} = \bar{\Omega} \wedge \bar{r}$$

Đối với chất lỏng, mọi thể tích bất kì nào đó đều bị biến dạng trong quá trình chuyển động. Vì vậy khảo sát vận tốc của một phân tử chất lỏng phải thêm vào thành phần vận tốc biến dạng  $\bar{u}_{bd}$ :

$$\bar{u} = \bar{u}_0 + \bar{\Omega} \wedge \bar{r} + \bar{u}_{bd}$$

Đó là nội dung của định lí Hemhon 1.  $\bar{u}_{bd}$  của phân tử chất lỏng tại M có thể viết dưới dạng ma trận:

$S = |S_{ij}|$  - tenxơ vận tốc biến dạng, với các thành phần:

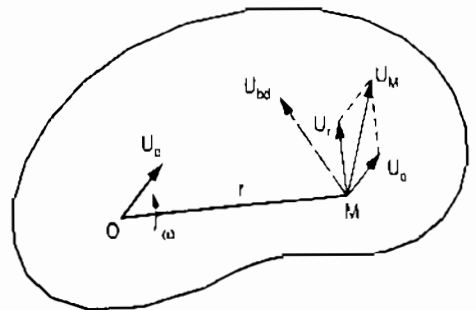
$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right); \quad i, j = 1, 2, 3.$$

Ngoài ra, còn có các định lí về chuyển động xoáy sau đây:

Định lí Hemhon 2: Định lí bảo toàn xoáy.

Định lí Stốc: Định lí về sự liên hệ giữa cường độ của ống xoáy và lưu số vận tốc  $i = \Gamma$ .

Công thức Biô-r, Xava: Tìm phân bố vận tốc cảm ứng quanh sợi xoáy đã biết.



Hình 3.4

### §3.4. PHƯƠNG TRÌNH LIÊN TỤC

Đây là một dạng của định luật bảo toàn khối lượng: Khối lượng  $m$  của hệ cô lập không thay đổi trong suốt quá trình chuyển động:  $\frac{dm}{dt} = 0$ .

#### 1. Dạng tổng quát (hay là dạng Ole)

Trong môi trường chất lỏng chuyển động ta tưởng tượng tách ra một phân tử hình hộp có thể tích  $\Delta V = dx dy dz$  (hình 3.5).

Theo định luật bảo toàn khối lượng:

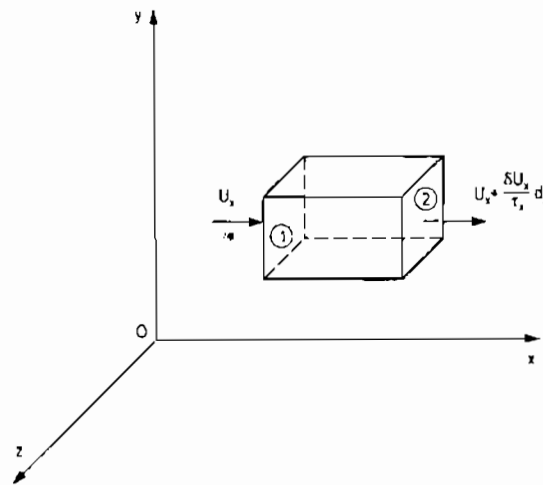
$$\frac{d(\rho \Delta V)}{dt} = 0$$

$\rho = \rho(x, y, z, t)$  khối lượng riêng của chất lỏng

Lấy đạo hàm:

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \frac{1}{\Delta V} \frac{d\Delta V}{dt} = 0$$

$\frac{d\Delta V}{dt}$  là vận tốc tương đối của thể tích phân tử chất lỏng, được xác định như là tổng hợp của các biến dạng dài thành phần theo ba phương  $x, y, z$ .



Hình 3.5

Xét theo phương  $x$ : Vận tốc mặt 1:  $u_x$ ;

$$\text{mặt 2: } u_x + \frac{\partial u_x}{\partial x} dx$$

Sau thời gian  $dt$ : mặt 1 di chuyển sang phải:  $u_x dt$

$$\text{mặt 2: } (u_x + \frac{\partial u_x}{\partial x} dx) dt$$

Thể tích của phần tử chất lỏng thay đổi theo hướng trục x một lượng tuyệt đối bằng:

$$\left( u_x + \frac{\partial u_x}{\partial x} dx \right) dydzdt - u_x dydzdt = \frac{\partial u_x}{\partial x} dx dydzdt$$

tương tự cho hai phương trình y, z.

Nên: 
$$d\Delta V = \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) dx dy dz dt$$

và: 
$$\frac{1}{\Delta V} \frac{d\Delta V}{dt} = \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z}$$

Vậy 
$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0$$

Đó chính là phương trình liên tục dạng tổng quát. Có thể viết dưới dạng gọn hơn:

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \text{div } \vec{u} = 0$$

hay là: 
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{u}) = 0$$

Trong chuyển động dừng:  $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$  nên  $\text{div}(\rho \vec{u}) = 0$

Đối với chất lỏng không nén được ( $\rho = \text{const}$ ) ta được:

$$\text{div } \vec{u} = 0$$

Có thể chứng minh phương trình liên tục gọn hơn bằng các công thức biến đổi tích phân (xem phụ lục ở cuối sách. Định lí vận chuyển Reynolds).

## 2. Đối với dòng nguyên tố

Khảo sát khối chất lỏng trong dòng nguyên tố giữa hai mặt cắt 1-1 và 2-2. Giả thiết chuyển động dừng, chất lỏng không nén được.

Lượng chất lỏng đi vào 1-1:  $\rho u_1 d\omega_1$  đi ra 2-2:  $\rho u_2 d\omega_2$

Theo định luật bảo toàn khối lượng:

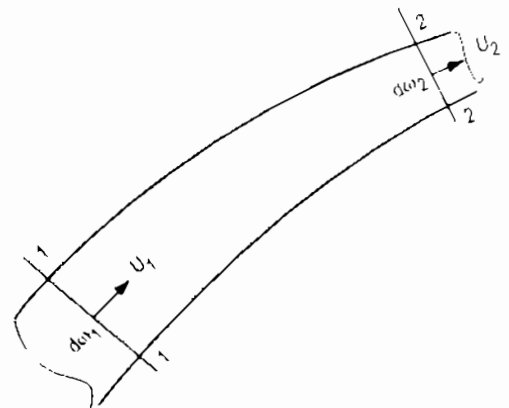
$$\rho u_1 d\omega_1 = \rho u_2 d\omega_2$$

$$\rightarrow \rho u_1 d\omega_1 = \rho u_2 d\omega_2 = dQ = \text{const}$$

Đối với toàn dòng:

$$v_1 \omega_1 = v_2 \omega_2 = \text{const}$$

hay là: 
$$Q_1 = Q_2 = \text{const}$$

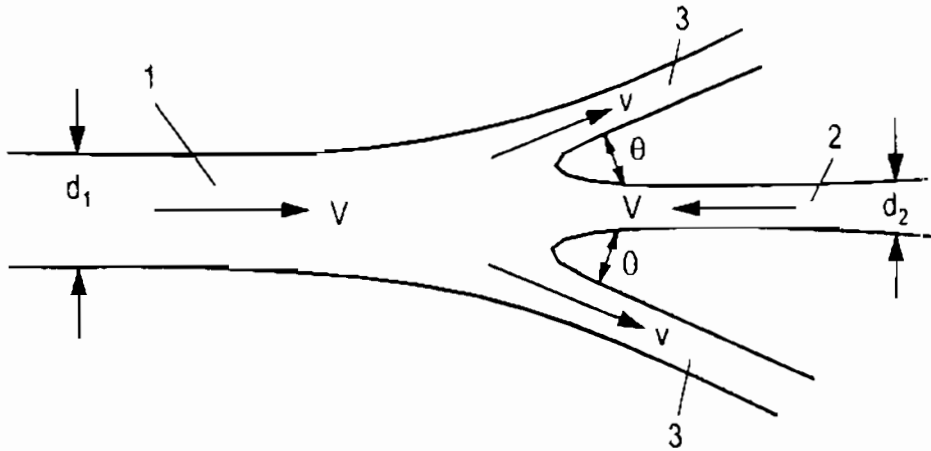


Hình 3.6

nghĩa là trong dòng chảy dừng của chất lỏng không nén được, lưu lượng qua mọi mặt cắt đều bằng nhau, suy ra vận tốc tỉ lệ nghịch với tiết diện.

**Ví dụ:**

Hai luồng chất lỏng cùng vận tốc, ngược chiều, có đường kính  $d_1$  và  $d_2$  đập vào nhau. Lập biểu thức liên hệ giữa góc  $\theta$  và đường kính  $d_1$  và  $d_2$ .



**Hình bài 3.1**

**Bài giải:**

Chọn chiều trục  $x$  trùng với trục dòng, từ trái sang phải. Viết phương trình động lượng cho thể tích kiểm tra giới hạn đoạn dòng tia trong phạm vi 1, 2 và 3.

$$-\rho Q_1 v + \rho Q_2 v + \rho Q_3 v \cos \theta = 0$$

hoặc

$$-\rho S_1 v^2 + \rho S_2 v^2 + \rho v^2 \cos \theta (S_1 + S_2) = 0$$

rút ra:

$$S_2 (1 + \cos \theta) = S_1 (1 - \cos \theta)$$

biết

$$S_2 = \frac{\pi d_2^2}{4} \quad \text{và} \quad S_1 = \frac{\pi d_1^2}{4}$$

Vậy: 
$$\left( \frac{d_2}{d_1} \right)^2 = \frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta}$$

## Chương 4

### ĐỘNG LỰC HỌC CHẤT LỎNG

Trong chương này ta nghiên cứu các quy luật chuyển động của chất lỏng dưới tác dụng của lực và những ứng dụng của nó. Để tiết kiệm thời gian, ta khảo sát chất lỏng thực trước, sau đó suy ra cho chất lỏng lí tưởng.

#### §4.1. PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN CHUYỂN ĐỘNG CỦA CHẤT LỎNG THỰC

##### 1. Dạng ứng suất

Trong chất lỏng thực chuyển động, áp suất thủy động vẫn hướng vào mặt tác dụng (giống như áp suất thủy tĩnh, chương 2), nhưng không chỉ hướng theo pháp tuyến, mà nó là tổng của thành phần ứng suất pháp tuyến, kí hiệu là  $p$ , và thành phần ứng suất tiếp  $\tau$  do lực nhớt gây ra (xem (1.1)).

Để thành lập được phương trình vi phân chuyển động, ta tiến hành giống như khi thành lập phương trình Ôle tĩnh (2.3). Trong môi trường chuyển động, ta khảo sát một phân tử hình hộp chất lỏng với vận tốc  $\vec{u}$  (hình 4.1). Ở đây, ngoài lực mặt  $\vec{P}$ , lực khối  $\vec{F}$  tác dụng lên khối chất lỏng, còn thêm lực quán tính  $\vec{F}_{qt} = -m \frac{d\vec{u}}{dt}$

Theo nguyên lí Đalămbe, ta có điều kiện cân bằng:

$$\vec{F} + \vec{P} + \vec{F}_{qt} = 0$$

Xét hình chiếu các lực lên trục x (hình 4.1)

Về lực mặt: ứng suất nhân với diện tích  $dydz$ :

$p_{xx}$  - ứng suất pháp;

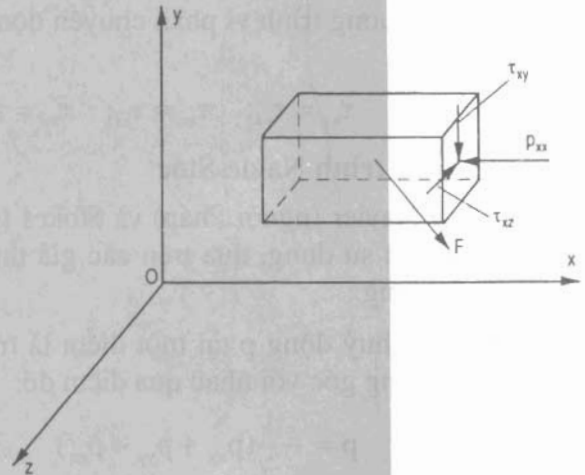
$\tau_{xy}$  - ứng suất tiếp;

chỉ số x:  $\tau$  nằm trong mặt phẳng  $\perp Ox$ ;

chỉ số y: chiều  $\tau$  lên Oy

tương tự với ứng suất tiếp  $\tau_{xz}$

Lực quán tính:  $F_{qt\ x} = -\rho dx dy dz \frac{du}{dt}$



**Hình 4.1**



Lực khối:  $F_x = \rho dx dy dz X$

Vậy:  $\sum_x : F_x + P'_x - P_x + F_{qt,x} = 0$

hay là:

$$\rho X dx dy dz + \left( \frac{\partial p_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) dx dy dz - \rho \frac{du}{dt} dx dy dz = 0.$$

Sau khi đơn giản cho  $dx dy dz$ , ta được:

$$X + \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial p_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) = \frac{du}{dt};$$

$$\text{Tương tự cho trục } y \text{ và } z: Y + \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial p_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \right) = \frac{dv}{dt}; \quad (4.1)$$

$$Z + \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial p_{zz}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial p_{zx}}{\partial x} \right) = \frac{dw}{dt};$$

(4.1) là phương trình vi phân chuyển động của chất lỏng thực dạng ứng suất. Có thể chứng minh:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}; \quad \tau_{xz} = \tau_{zx}; \quad \tau_{yz} = \tau_{zy};$$

## 2. Phương trình Navie-Stóc

Hai ông Navier (người Pháp) và Stokes (người Anh) đã viết phương trình (4.1) dưới dạng khác, tiện sử dụng, dựa trên các giả thuyết về ứng suất, và phương trình đó được mang tên hai ông.

- Áp suất thuỷ động  $p$  tại một điểm là trung bình cộng của các áp suất pháp tuyến lên ba mặt vuông góc với nhau qua điểm đó:

$$p = -\frac{1}{3}(p_{xx} + p_{yy} + p_{zz}) \quad (4.2)$$

Có dấu trừ vì chọn chiều dương là chiều kéo giãn phần tử chất lỏng.

- Ứng suất pháp: lực nhớt đã làm xuất hiện các ứng suất pháp bổ sung  $\sigma$ :

$$p_{xx} = -p + \sigma_{xx}; \text{ với } \sigma_{xx} = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu \text{div} \vec{u};$$

$$p_{yy} = -p + \sigma_{yy}; \text{ với } \sigma_{yy} = 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3}\mu \text{div} \vec{u}; \quad (4.3)$$

$$p_{zz} = -p + \sigma_{zz}; \text{ với } \sigma_{zz} = 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3}\mu \text{div} \vec{u}$$

- Ứng suất tiếp:

Theo Newton: ứng suất tiếp gây ra bởi lực nhớt tỉ lệ với các vận tốc biến dạng tương ứng. Trong mặt phẳng ta có (1.1):  $\tau = \mu \frac{du}{dy}$

Trong không gian:  $\tau_{xy} = \mu \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)$

$$\tau_{xz} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)$$

$$\tau_{yz} = \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)$$

Thay các biểu thức (4.2) – (4.4) vào (4.1) và sau một số phép biến đổi phức tạp, ta được phương trình Navie-Stóc:

$$\frac{du}{dt} = X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \Delta u + \frac{1}{3} \nu \frac{\partial}{\partial x} \operatorname{div} \bar{u}$$

$$\frac{dv}{dt} = Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \Delta v + \frac{1}{3} \nu \frac{\partial}{\partial y} \operatorname{div} \bar{u}$$

$$\frac{dw}{dt} = Z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \Delta w + \frac{1}{3} \nu \frac{\partial}{\partial z} \operatorname{div} \bar{u}$$

Hay viết dưới dạng véctơ:

$$\frac{d\bar{u}}{dt} = \bar{F} - \frac{1}{\rho} \operatorname{grad} p + \nu \Delta \bar{u} + \frac{\nu}{3} \operatorname{grad} (\operatorname{div} \bar{u}) \quad (4.6)$$

Trong đó:  $\Delta$  - toán tử Laplas:  $\nu = \mu/\rho$  độ nhớt động học.

**Một số nhận xét:**

Đối với chất lỏng không nén được:  $\rho = \text{const} \rightarrow \operatorname{div} \bar{u} = 0$  nên phương trình (4.6) mất đi số hạng cuối cùng:

$$\frac{d\bar{u}}{dt} = \bar{F} - \frac{1}{\rho} \operatorname{grad} p + \nu \Delta \bar{u} \quad (4.7)$$

Như vậy 3 phương trình (4.7) và phương trình liên tục  $\operatorname{div} \bar{u} = 0$  đủ để xác định 4 ẩn:  $u, v, w$  và  $p$ , có nghĩa mô hình toán là kín.

- Khi  $\nu = 0$ , nghĩa là chất lỏng lí tưởng, ta được:

$$\frac{d\bar{u}}{dt} = \bar{F} - \frac{1}{\rho} \operatorname{grad} p \quad (4.8)$$

- Chất lỏng không chuyển động (ở trạng thái tĩnh):  $\bar{u} = 0$ , hay chuyển động thẳng đều:  $\frac{d\bar{u}}{dt} = 0$ , nên (4.8) có dạng:  $\bar{F} - \frac{1}{\rho} \operatorname{grad} p = 0$ .

Đó chính là phương trình Ôle tĩnh (2.4).

## §4.2. PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN CHUYỂN ĐỘNG CỦA CHẤT LỎNG LÝ TƯỞNG

### 1. Dạng Ôle

Đó chính là phương trình (4.8), hay còn gọi là phương trình Ôle động:

$$\vec{F} - \frac{1}{\rho} \text{grad} p = \frac{d\vec{u}}{dt} \quad (4.8)$$

### 2. Dạng Lămbrơ - Grômêca

Phương trình Ôle động (4.8) biểu diễn chuyển động tổng quát của chất lỏng.

Để thấy rõ hơn những dạng chuyển động riêng biệt như chuyển động tịnh tiến, quay, biến dạng, Lămbrơ-Grômêca đã biến đổi về dạng sau đây. Nhắc lại:

$$2\vec{\Omega} = \text{rot}\vec{u}$$

Ta xét phương trình hình chiếu xuống trục ox của (4.8):

$$X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \pm v \frac{\partial v}{\partial x} \pm w \frac{\partial w}{\partial x}$$

$$X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial t} + \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial x} \right) + v \left( \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) + w \left( \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right)$$

$$X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{u^2}{2} \right) - 2\Omega_z v + 2\Omega_y w$$

hãy là;

$$X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{u^2}{2} \right) = 2(\Omega_y w - \Omega_z v)$$

tương tự:

$$Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{v^2}{2} \right) = 2(\Omega_z u - \Omega_x w)$$

$$Z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{w^2}{2} \right) = 2(\Omega_x v - \Omega_y u)$$

hay viết dưới dạng vectơ:

$$\vec{F} - \frac{1}{\rho} \text{grad} \left( P + \frac{u^2}{2} \right) - \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = 2\vec{\Omega} \wedge \vec{u} \quad (4.9)$$

Đó là phương trình Lămbrơ-Grômêca

$$P = \int \frac{dp}{\rho} - \text{Hàm áp suất}; \quad \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}; \quad \frac{\partial P}{\partial y} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y}; \quad \frac{\partial P}{\partial z} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}$$

Nếu lực khối là hàm có thế, ta đưa vào hàm thế U:

$$X = -\frac{\partial U}{\partial x}; \quad Y = -\frac{\partial U}{\partial y}; \quad Z = -\frac{\partial U}{\partial z}$$

Khi đó phương trình (4.9) được viết dưới dạng:

$$-\text{grad}(U + P + \frac{u^2}{2}) - \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = 2\vec{\Omega} \wedge \vec{u}; \quad (4.10)$$

### §4.3. TÍCH PHÂN PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN CHUYỂN ĐỘNG CỦA CHẤT LỎNG LÝ TƯỞNG

#### 1. Tích phân Còsi - Lagrăngiơ

Xét chuyển động thế ( $\vec{\Omega} = 0$ ) và không dừng ( $\frac{\partial}{\partial t} \neq 0$ ). Khi đó tồn tại hàm thế vận tốc  $\varphi$ :  $\text{grad}\varphi = \vec{u}$ .

Do đó phương trình (4.10) có dạng:

$$\text{grad}(U + P + \frac{u^2}{2} + \frac{\partial \varphi}{\partial t}) = 0$$

Suy ra biểu thức trong dấu ngoặc không phụ thuộc vào tọa độ mà phụ thuộc vào thời gian:

$$(U + P + \frac{u^2}{2} + \frac{\partial \varphi}{\partial t}) = C(t) \quad (4.11)$$

Đó là tích phân Còsi-Lagrăngiơ.

Nếu lực khối chỉ là trọng lực, trục oz hướng lên:

$$X = Y = 0; \quad Z = -g; \quad -U = -gz$$

Khi đó (4.11) có dạng:

$$gz + P + \frac{u^2}{2} + \frac{\partial \varphi}{\partial t} = C(t)$$

Như vậy có hai ẩn: P,  $\varphi$  nên thêm phương trình liên tục  $\text{div} \vec{u} = 0 \rightarrow \Delta \varphi = 0$ .

#### 2. Tích phân BécnuLi

Xét chuyển động dừng:  $\frac{\partial}{\partial t} = 0$ . Khi đó phương trình (4.10) viết dưới dạng hình chiếu có dạng:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial}{\partial x}(U + P + \frac{u^2}{2}) &= 2(\Omega_y w - \Omega_z v); \\ -\frac{\partial}{\partial y}(U + P + \frac{u^2}{2}) &= 2(\Omega_z u - \Omega_x w); \\ -\frac{\partial}{\partial z}(U + P + \frac{u^2}{2}) &= 2(\Omega_x v - \Omega_y u); \end{aligned} \quad (4.12)$$

Nhân phương trình (4.12) lần lượt với  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$  rồi cộng lại, ta được:

$$d\left(U + P + \frac{u^2}{2}\right) = 2 \begin{vmatrix} dx & dy & dz \\ u & v & w \\ \Omega_x & \Omega_y & \Omega_z \end{vmatrix} \quad (4.13)$$

Phương trình (4.13) dễ dàng tích phân khi vế phải = 0, nghĩa là:

a)  $\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = \frac{dz}{w}$ : phương trình (4.13) tích phân dọc theo đường dòng, dòng nguyên tố.

b)  $\frac{dx}{\Omega_x} = \frac{dy}{\Omega_y} = \frac{dz}{\Omega_z}$ : tích phân dọc theo sợi xoáy.

c)  $\frac{u}{\Omega_x} = \frac{v}{\Omega_y} = \frac{w}{\Omega_z}$ : nghĩa là chuyển động xoắn dính vít.

d)  $\Omega_x = \Omega_y = \Omega_z = 0$ : chuyển động thể

Do đó:  $U + P + \frac{u^2}{2} = \text{const}$

Nếu lực khối chỉ là trọng lực:  $Z = -\frac{\partial u}{\partial z} = -g$ , ta được:

$$gz + \int \frac{dp}{\rho} + \frac{u^2}{2} = \text{const} = C \quad (4.14)$$

Đó là tích phân Bécnu-li.

**3. Các dạng phương trình Bécnu-li viết cho dòng nguyên tố của chất lỏng lí tưởng, không nén được, lực khối là trọng lực (trục oz hướng lên).**

a) Trong chuyển động dừng:  $\frac{\partial}{\partial t} = 0$

Từ (4.14) ta được:

$$gz + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} = \text{const} = C$$

hay là:  $z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{u_2^2}{2g} \quad (4.15)$

- Ý nghĩa của phương trình Bécnu-li (4.15)

Biểu diễn hình học (hình 4.2)

$z$  - độ cao hình học;

$\frac{p}{\gamma}$  - độ cao đo áp;

$\frac{u^2}{2g}$  - độ cao vận tốc.

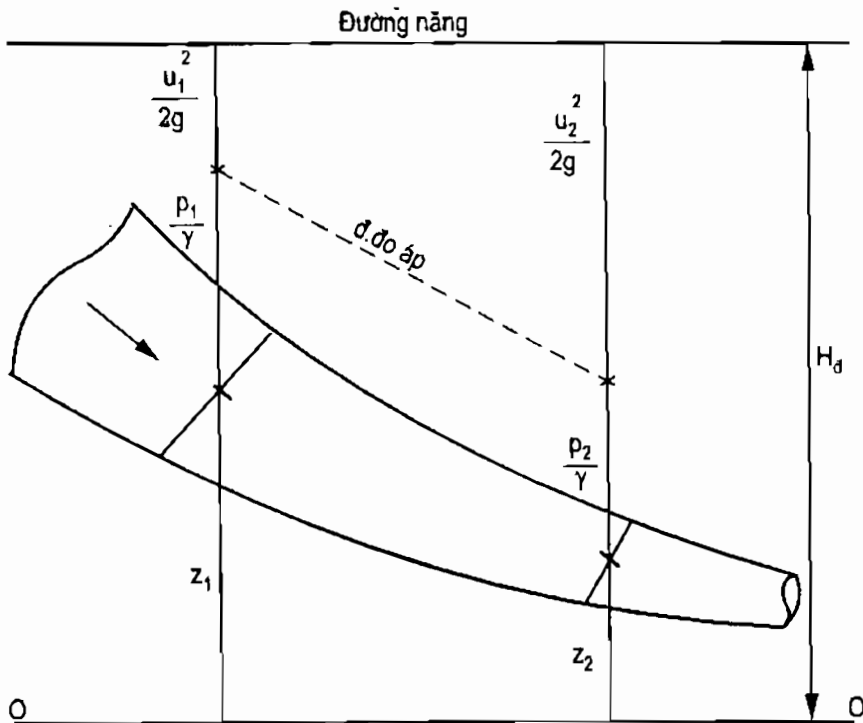
- Ý nghĩa năng lượng

$z + \frac{p}{\gamma}$  - thế năng đơn vị - đường đo áp;

$\frac{u^2}{2g}$  - động năng đơn vị

$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g} = H_d$  - cột áp động - đường năng.

$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g} = e = \text{const}$  - năng lượng đơn vị.



Hình 4.2

Nghĩa là, năng lượng đơn vị tại các mặt cắt dọc theo dòng nguyên tố của chất lỏng lí tưởng không nén được trong chuyển động dừng là không đổi.

Có thể thành lập phương trình (4.15) một cách khác.

Viết phương trình Ôle động (4.8) dưới dạng hình chiếu  $\vec{u}(u, v, w)$ :

$$\frac{du}{dt} = X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\frac{dv}{dt} = Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y}$$

$$\frac{dw}{dt} = Z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}$$

Nhân các phương trình trên lần lượt với  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$  và sử dụng các điều kiện đã nêu rồi cộng lại, ta được:

$$du \frac{dx}{dt} + dv \frac{dy}{dt} + dw \frac{dz}{dt} = -gdz - \frac{1}{\rho} dp$$

Biến đổi về trái với lưu ý:  $\frac{dx}{dt} = u$ ;  $\frac{dy}{dt} = v$ ;  $\frac{dz}{dt} = w$

và  $u^2 = u_x^2 + v^2 + w^2$ , ta được:

$$gdz + \frac{1}{\rho} dp + d \frac{u^2}{2} = 0$$

hay là:  $dz + \frac{1}{\gamma} dp + d \frac{u^2}{2g} = 0$

Tích phân lên với lưu ý  $\gamma = \text{const}$ , ta được (4.15):

$$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g} = \text{const} = C$$

b) Trong chuyển động không dừng  $\left( \frac{\partial}{\partial t} \neq 0 \right)$

Từ phương trình (4.10) với  $\Omega = 0$ , suy ra:

$$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g} + \frac{1}{g} \int_0^l \frac{\partial u}{\partial t} dl = \text{const}$$

$l$  – khoảng cách dọc đường dòng từ mặt cắt đầu.

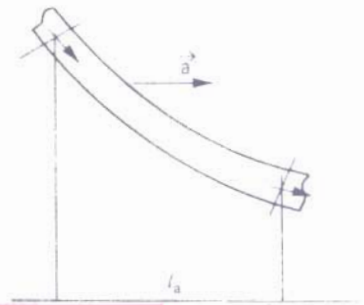
$$\frac{1}{g} \int_0^l \frac{\partial u}{\partial t} dl = h_{qt} - \text{cột áp quán tính}$$

Cho dòng nguyên tố:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{u_2^2}{2g} + h_{qt} \quad (4.16)$$

c) Trong chuyển động tương đối: có dạng giống (4.16):

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{u_{1r}^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{u_{2r}^2}{2g} + h_{qt}$$



Hình 4.3a

Nhưng  $u_r$  – vận tốc tương đối.

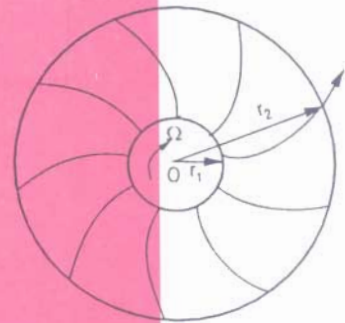
Còn  $h_{qt}$  được tính như sau:

- Ống chất lỏng chuyển động với gia tốc không đổi  $\bar{a}$  (hình 4.3a).

$$h_{qt} = \frac{a}{g} l_a$$

- Rãnh mang chất lỏng quay với vận tốc góc  $\Omega = \text{const}$  (hình 4.3b):

$$h_{qt} = \frac{\Omega^2}{2g} (r_1^2 - r_2^2)$$



Hình 4.3b

## §4.4. PHƯƠNG TRÌNH BÉCNULI ĐỐI VỚI CHẤT LỎNG THỰC

### 1. Viết cho dòng nguyên tố

Đối với chất lỏng lí tưởng, trong những điều kiện nhất định, ta có phương trình Bécnuli viết cho hai mặt cắt của dòng nguyên tố (4.15):

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{u_2^2}{2g}$$

Nhưng đối với chất lỏng thực, do tính nhớt nên khi chất lỏng chuyển động, nó gây ra những lực ma sát trong làm cản trở chuyển động. Một phần năng lượng của chất lỏng bị tiêu hao để khắc phục những lực ma sát đó, nghĩa là có sự tổn thất năng lượng  $h'_{wl-2}$  của dòng chảy dọc theo dòng chảy, nên:

$$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g} \neq \text{const},$$

suy ra: 
$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{u_2^2}{2g} + h'_{wl-2} \quad (4.17)$$



Đó là phương trình Bécnu-li viết cho dòng nguyên tố của chất lỏng thực.

Ta có thể nhận được phương trình (4.17) một cách chặt chẽ có nghĩa là tích phân từ phương trình Navie-Stóc (4.7) với các điều kiện:

$$\rho = \text{const}; \quad \frac{\partial}{\partial t} = 0; \quad X = Y = 0; \quad Z = -g$$

Kí hiệu:  $-\bar{R} = v\Delta\bar{u}$  - Hàm lực ma sát, đặc trưng cho lực nhớt. Gọi  $L$  là công ma sát gây ra do một đơn vị khối lượng chất lỏng chuyển động:

$$-R_x = -\frac{\partial L}{\partial x}; \quad -R_y = -\frac{\partial L}{\partial y}; \quad -R_z = -\frac{\partial L}{\partial z}$$

Với những điều kiện trên, phương trình (4.7) viết dưới dạng hình chiếu:

$$\frac{du}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial x}$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\partial L}{\partial y}$$

(4.18)

$$\frac{dw}{dt} = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\partial L}{\partial z}$$

Nhân lần lượt các phương trình (4.18) với  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$  rồi cộng lại theo cột ta được:

$$u du + v dv + w dw = -g dz - \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz \right) - \left( \frac{\partial L}{\partial x} dx + \frac{\partial L}{\partial y} dy + \frac{\partial L}{\partial z} dz \right)$$

$$d \frac{u^2}{2} = -g dz - \frac{1}{\rho} dp - dL$$

$$d \left( z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g} \right) + \frac{dL}{g} = 0 \rightarrow z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g} + \frac{L}{g} = C$$

hay là: 
$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{u_2^2}{2g} + h'_{w1-2} \quad (4.19)$$

Với  $h'_{w1-2} = \frac{L}{g}$  là tổn thất năng lượng của một đơn vị trọng lượng chất lỏng di chuyển từ mặt cắt 1-1 đến mặt cắt 2-2 (có thứ nguyên độ dài).

## 2. Ý nghĩa của phương trình Bécnu-li (4.17)

Biểu diễn trên hình 4.4.

Đường năng luôn luôn dốc xuống vì có tổn thất năng lượng. Để xác định độ dốc của đường năng, ta đưa vào khái niệm độ dốc thủy lực  $J$ : là tỉ số giữa tổn thất năng lượng đơn vị trên đơn vị dài:

$$J = \frac{dh'_w}{dL} \rightarrow J_{tb} = \frac{h'_w}{L}$$

## 3. Phương trình Bécnu-li cho toàn dòng

Ta phải tính năng lượng toàn dòng chảy tại các mặt cắt 1-1; 2-2; Cách làm như sau: viết phương trình Bécnu-li (4.17) cho  $dG$  trọng lượng, sau đó tích phân trên toàn mặt cắt, nghĩa là nhân phương trình (4.17) với  $dG = \gamma dQ$ , rồi tích phân:

$$\int_{\omega_1} (z + \frac{p_1}{\gamma}) \gamma dQ + \int_{\omega_1} \frac{u_1^2}{2g} \gamma dQ = \int_{\omega_2} (z_2 + \frac{p_2}{\gamma}) \gamma dQ + \int_{\omega_2} \frac{u_2^2}{2g} \gamma dQ + \int_{\omega_2} h'_{w1-2} \gamma dQ$$

Như vậy ta lần lượt xét ba loại tích phân.

- Tại các mặt cắt, áp suất phân bố theo quy luật thủy tĩnh (2.6) vì coi chất lỏng tại đó chuyển động gần như đều;  $z + \frac{p}{\gamma} = \text{const}$ , nên:

$$\int (z + \frac{p}{\gamma}) \gamma dQ = (z + \frac{p}{\gamma}) \gamma Q$$

- Động năng trung bình:  $T_{tb} = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2g} \gamma Q v^2$

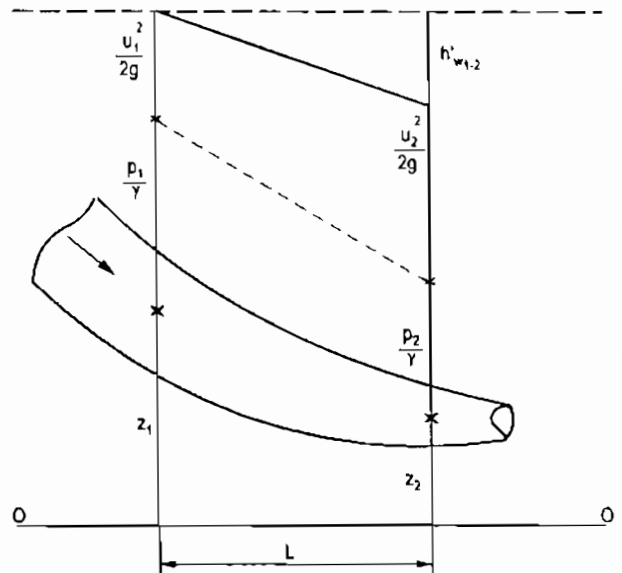
- Động năng tính toán:  $T_{tt} = \int \frac{u^2}{2g} \gamma dQ = \alpha T_{tb}$

$\alpha$  là hệ số hiệu chỉnh động năng:  $\alpha = \frac{T_{tt}}{T_{tb}} = \frac{\int u^2 dQ}{v^2 Q}$

giá trị của nó phụ thuộc vào chế độ chảy, như:

$\alpha = 2$ : chảy tầng

$\alpha = 1$ : chảy rối



Hình 4.4

Vậy phương trình Bécnu-li cho toàn dòng:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_{w1-2}$$

Trong đó:  $v_1, v_2$  – vận tốc trung bình tại mặt cắt:  $v = Q/\omega$

$$h_{w1-2} = \frac{1}{Q} \int_{\omega_1}^{\omega_2} h'_{w1-2} dQ \text{ - tổn thất năng lượng trung bình dọc theo dòng chảy.}$$

## §4.5. ỨNG DỤNG PHƯƠNG TRÌNH BÉCNULI

### 1. Xác định độ cao đặt bơm

Có một bơm li tâm (hình 4.5). Cho biết lưu lượng  $Q$ ,  $p_{ck}$ , đường kính  $d$ . Tính  $h_s$ .

Tường tượng có dòng chảy như hình vẽ. Chọn mặt cắt 1-1 (trừ ống) và 2-2, mặt chuẩn trùng với mặt thoáng. Viết phương trình Bécnu-li (4.15):

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{u_2^2}{2g}$$

$$0 + \frac{p_a}{\gamma} + 0 = h_s + \frac{p_a - p_{ck}}{\gamma} + \frac{u_2^2}{2g}$$

$$\rightarrow h_s = \frac{p_{ck}}{\gamma} - \frac{u_2^2}{2g}$$

Với: 
$$u_2 = \frac{Q}{\omega} = \frac{4Q}{\pi d^2}$$

Trong trường hợp có tổn thất  $h_{w1-2}$  độ cao đặt bơm sẽ thấp hơn:

$$h_s = \frac{p_{ck}}{\gamma} - \frac{u_2^2}{2g} - h_{w1-2}$$

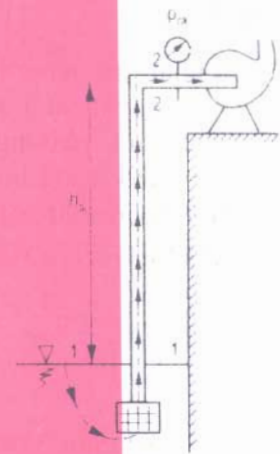
### 2. Dòng chảy qua vòi

Cho  $H, d$  – đường kính của vòi. Tính  $u, Q$ .

Xét vòi nhỏ, bình lớn (hình 4.6).

Chọn các mặt cắt như hình vẽ. Áp dụng phương trình (4.15) ta được:

$$H + 0 + 0 = 0 + 0 + \frac{u_2^2}{2g} \rightarrow u_2 = u = \sqrt{2gH}$$



Hình 4.5

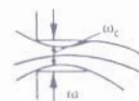
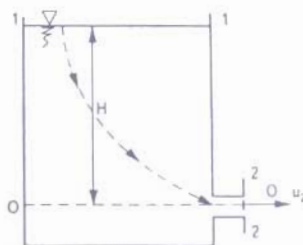
Đó chính là công thức Torixeli

$$\text{Lưu lượng } Q = u \cdot \omega; \quad \omega = \frac{\pi d^2}{4}$$

Trong thực tế, khi dòng chảy qua vòi có tổn thất do hình dạng của vòi, nên  $u = \varphi \sqrt{2gH}$  với  $\varphi < 1$ , gọi là hệ số vận tốc. Còn lưu lượng qua vòi, tiết diện bị thu hẹp (hình 4.6):  $\omega_c = \varepsilon \omega$ ;  $\varepsilon < 1$  – hệ số co hẹp. Nên:

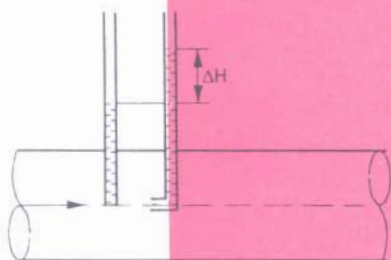
$$Q = u \omega_c = \omega \cdot \varepsilon \cdot \varphi \sqrt{2gH} = \mu \cdot \omega \cdot \sqrt{2gH}$$

$$\varepsilon \varphi \equiv \mu < 1 \text{ – hệ số lưu lượng.}$$



Hình 4.6

Các hệ số  $\varphi$ ,  $\varepsilon$ ,  $\mu$  được lập thành bảng và được nghiên cứu kĩ trong thủy lực – chương dòng chảy qua lỗ, vòi.



Hình 4.7

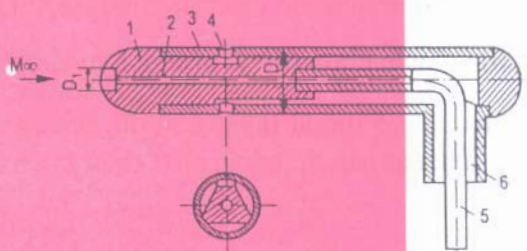
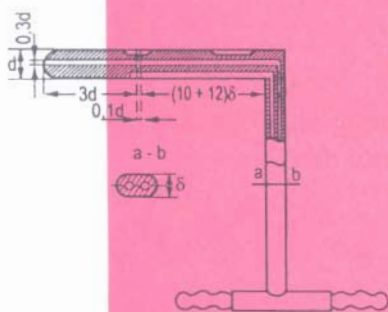
### 3. Dụng cụ đo vận tốc, ống Pitô - Prandtl

Đo vận tốc của một điểm trong dòng chảy. Cắm ống đo áp và ống Pitô hình chữ L vào dòng chảy như hình 4.7. ống đo áp cho  $(z + \frac{p}{\gamma})$  còn độ chênh

$$\Delta H = \frac{u^2}{2g}. \text{ Suy ra } u = \sqrt{2g\Delta H}.$$

Kết hợp hai ống này được ống Pitô-Prandtl (hình 4.7a).

Xem [4] tập I.



Hình 4.7a

### 4. Lưu lượng kế Venturi

Cho D, d,  $\Delta H$ . Tính Q (hình 4.8).

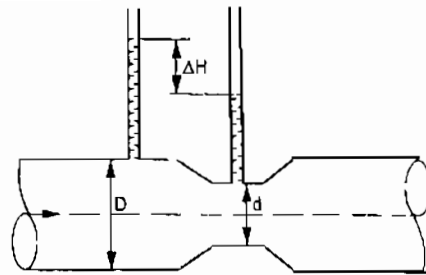
$$\text{Từ (4.15):} \quad z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{u_2^2}{2g}$$

$$\text{Suy ra: } \Delta H = \left( z_1 + \frac{p_1}{\gamma} \right) - \left( z_2 + \frac{p_2}{\gamma} \right) = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g}$$

$$u_1 = \frac{4Q}{\pi d^2}; \quad u_2 = \frac{4Q}{\pi D^2};$$

$$\rightarrow 2g\Delta H = \frac{16Q^2}{\pi^2} \left( \frac{1}{d^4} - \frac{1}{D^4} \right)$$

$$\rightarrow Q = \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{2g\Delta H}{\frac{1}{d^4} - \frac{1}{D^4}}} \equiv K\sqrt{\Delta H}$$



Hình 4.8

Đối với chất lỏng thực sẽ có tổn thất  $h_{w1-2} = \zeta \frac{u_1^2}{2g}$ ,  $\zeta$  là hệ số tổn thất cục bộ.

Khi đó:

$$Q = K_1 \sqrt{\Delta H} \text{ với } K_1 = \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{2g}{\frac{\alpha_2}{d^4} - \frac{\alpha_1}{D^4} - \frac{\zeta}{D^4}}}$$

Tóm lại, các bước áp dụng phương trình Bécnu-li như sau:

1. Chọn các mặt cắt thứ tự 1-2 dọc theo dòng chảy (mặt cắt  $\perp \vec{u}$ ). Tại các mặt cắt chất lỏng chuyển động đều. Số ẩn tại mặt cắt nhỏ hơn 2, nếu bằng 2 phải viết thêm phương trình lưu lượng  $Q = \omega v$ .

2. Lưu lượng qua các mặt cắt không đổi:  $Q = \omega v = \text{const}$ .

3. Mặt chuẩn chọn tùy ý, nhưng tiện cho tính toán.

4. Áp suất có thể là tuyệt đối, dư, nhưng phải thống nhất cho 2 vế. Nếu lấy áp suất dư thì tại mặt cắt nào đó có áp suất chân không phải đổi dấu.

## §4.6. CÁC ĐỊNH LÝ OLE

Một số bài toán không thể giải được bằng phương trình Bécnu-li thường phải dùng đến định lý Ole.

### 1. Định lý Ole 1. Hay là phương trình động lượng

Ứng dụng định lý biến thiên động lượng của cơ lý thuyết vào chất lỏng:  
 $\frac{d}{dt} (m\vec{u}) = \sum \vec{F}_c$ ;  $\vec{F}_c$  là ngoại lực, như vậy không phải xét đến nội lực của chất lỏng (lực nhớt).

Xét dòng nguyên tố (hình 4.9). Lực tác dụng lên khối chất lỏng: gọi  $\vec{R}_m$  là tổng lực khối,  $\vec{R}_s$  là tổng lực mặt.

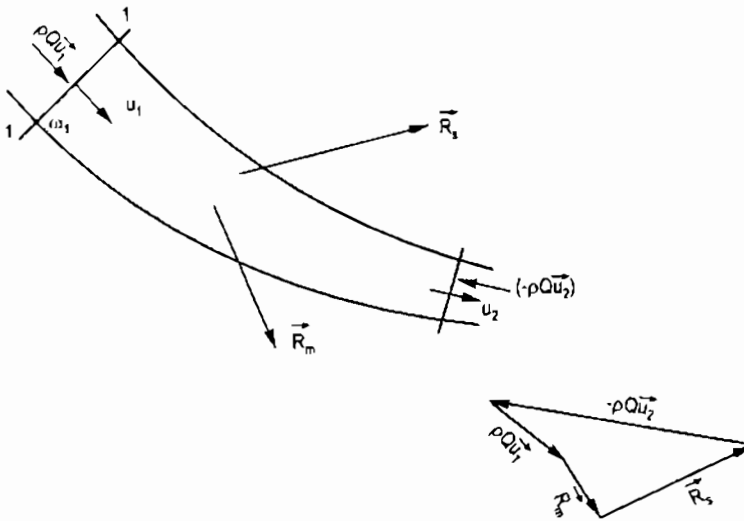
Theo định lí biến thiên động lượng

$$\frac{d}{dt}(m\vec{u}) = \vec{R}_s + \vec{R}_m$$

Ta tính:  $m = \rho\omega dt$

$$d(m\vec{u}) = (m\vec{u})_2 - (m\vec{u})_1 = \rho\omega_2 u_2 \vec{u}_2 dt - \rho\omega_1 u_1 \vec{u}_1 dt = \rho Q(\vec{u}_2 - \vec{u}_1) dt$$

vì  $u_1 \omega_1 = u_2 \omega_2 = Q$



Hình 4.9

$$\vec{R}_s + \vec{R}_m + \rho Q \vec{u}_1 + (-\rho Q \vec{u}_2) = 0 \quad (4.20)$$

Đó là nội dung định lí Ôle 1.

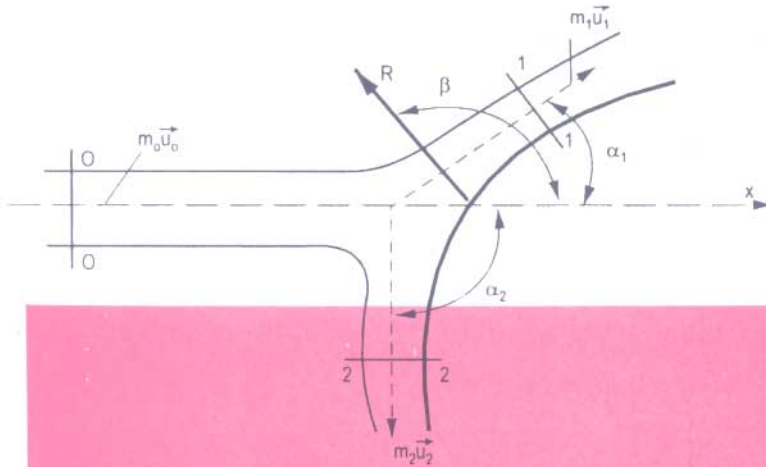
Ứng dụng phương trình động lượng:

Phương trình động lượng ứng dụng rộng rãi trong thủy khí động lực và lí thuyết máy thủy khí, chẳng hạn:

- Tính lực đẩy của động cơ phản lực hoặc của một tên lửa.
- Tính lực tác dụng lên các cánh tuabin, cánh quạt, bơm v.v...
- Nghiên cứu hiện tượng va đập thủy lực trong đường ống dẫn có áp.

Dưới đây chúng ta dẫn ra một trường hợp vận dụng phương trình động lượng vào việc xác định tác dụng động lực của một luồng chất lỏng lên vật chẵn.

Giả thiết có một luồng chất lỏng phun vào vật chẵn cố định (hình 4.10).



Hình 4.10

Khi gặp vật chẵn thì luồng phân thành hai nhánh trượt dọc theo vật chẵn. Luồng tác dụng lên vật chẵn một lực  $\vec{P}$ . Theo nguyên lí tác dụng và phản tác dụng, luồng chịu một phản lực  $\vec{R}$  của vật chẵn. Về giá trị hai lực đó bằng nhau và có chiều ngược nhau. Để tìm lực  $\vec{P}$  ta áp dụng phương trình động lượng cho khối chất lỏng giữa các mặt cắt 0-0, 1-1 và 2-2, chiếu nó lên phương x ta có:

$$m_1 u_1 \cos \alpha_1 + m_2 u_2 \cos \alpha_2 - m_0 u_0 = R \cos \beta$$

trong đó:  $m_0, m_1, m_2$  – khối lượng chất lỏng đi qua các tiết diện 0-0, 1-1 và 2-2, tương ứng trong một đơn vị thời gian.

Từ phương trình trên ta rút ra:

$$R = \frac{m_1 u_1 \cos \alpha_1 - m_2 u_2 \cos \alpha_2 - m_0 u_0}{\cos \beta}$$

Hay là:

$$R = \frac{\rho Q u_1 \cos \alpha_1 - \rho Q u_2 \cos \alpha_2 - \rho Q u_0}{\cos \beta} \quad (4.21)$$

trong đó:  $Q = Q_1 + Q_2$ .

Ta tiến hành xét cụ thể cho một số trường hợp:

a) Vật chẵn là một mặt phẳng đặt vuông góc với luồng (hình 4.11).

Trường hợp này ta có:

$$\alpha_1 = \alpha_2 = 90^\circ$$

$$\beta = 180^\circ$$

$$Q_1 = Q_2 = \frac{1}{2} Q$$

$$u_1 = u_2$$

Thay các giá trị trên vào biểu thức (4.21) ta có:

$$R = P = \rho Q u_0 \quad (4.22)$$

Qua thực nghiệm thấy rằng trị số lực  $P$  nhỏ hơn trị số tính theo công thức lý thuyết, cụ thể là:

$$P = k \rho Q u_0 \quad (4.23)$$

trong đó:  $k = 0,92 \div 0,95$

b) Vật chắn là một mặt cong đối xứng (hình 4.12)

Trong trường hợp này:

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$$

$$\beta = 180^\circ$$

$$Q_1 = Q_2 = \frac{1}{2} Q$$

$$u_1 = u_2 = u_0$$

Sau khi thay các giá trị trên vào biểu thức (4.21) ta có:

$$P = \rho Q u_0 (\cos \alpha - 1) \quad (4.24)$$

c) Vật chắn là một mặt phẳng đặt vuông góc với luồng nhưng chuyển động theo chiều dòng luồng với vận tốc  $v$  (hình 4.13).

Trong trường hợp này có sự chuyển động tương đối của luồng đối với vật chắn với vận tốc tương đối là:

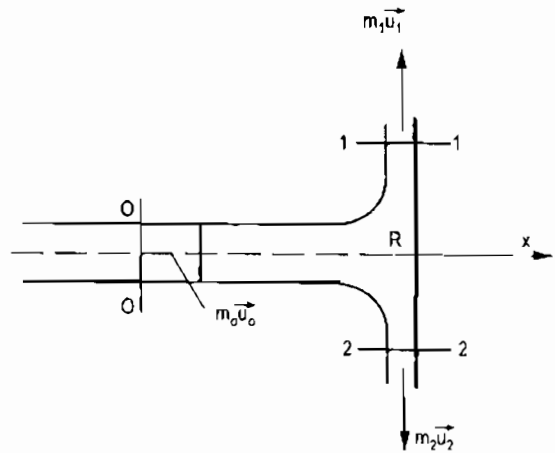
$$W = u_0 - v$$

Ta vẫn có thể áp dụng công thức (4.22) để tính lực tác dụng của luồng lên vật chắn nhưng phải thay vận tốc tuyệt đối  $u_0$  bằng vận tốc tương đối  $w$ :

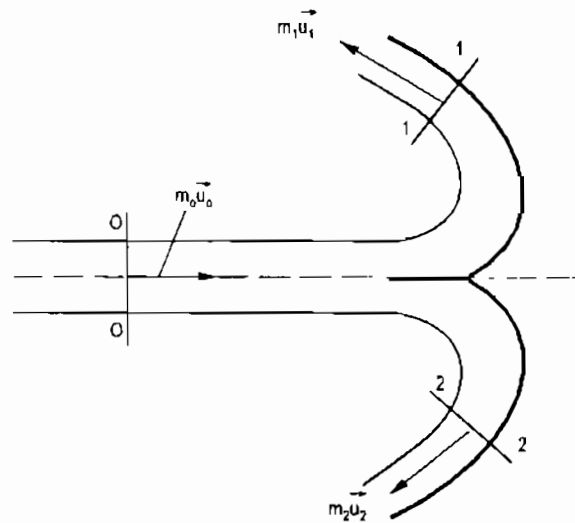
$$\text{Ta có:} \quad P = \rho Q (u_0 - v) \quad (4.25)$$

Công suất của luồng cung cấp cho vật chắn di động sẽ là:

$$N = P v = \rho Q (u_0 - v) v \quad (4.26)$$

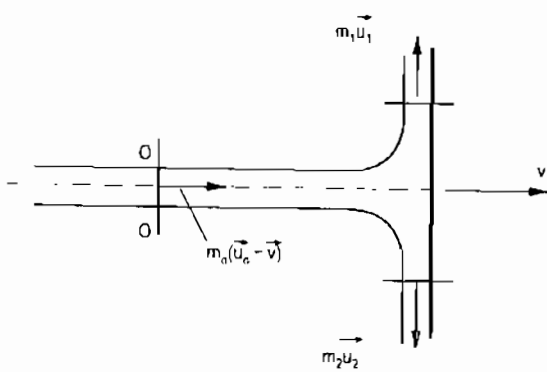


Hình 4.11

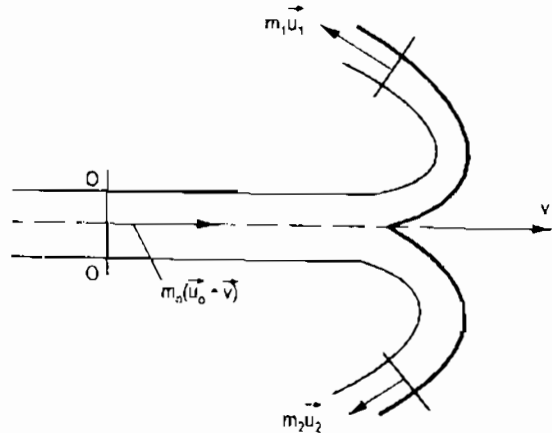


Hình 4.12





**Hình 4.13**



**Hình 4.14**

Công suất cực đại mà luồng có thể cung cấp cho vật chắn di động sẽ có khi:

$$\frac{dN}{dv} = \rho Q(u_0 - 2v) = 0$$

Rút ra:  $v = \frac{u_0}{2}$

Do đó:  $N_{\max} = \rho Q \frac{u_0^2}{4} = \frac{1}{2} \gamma Q \frac{u_0^2}{2g}$  (4.27)

Công suất vốn có của bản thân luồng là:

$$N_1 = \gamma Q \frac{u_0^2}{2g}$$
 (4.28)

So sánh với (4.27) và (4.28) ta nhận thấy rằng khi vật chắn là một mặt phẳng đặt thẳng góc với luồng và di động theo chiều dòng luồng, ta chỉ lợi dụng được nhiều nhất là nửa công suất vốn có của bản thân luồng.

d) Trường hợp vật chắn là một mặt cong đối xứng di động theo chiều dòng luồng với vận tốc  $v$  (hình 4.14)

Cũng giống như trường hợp c) ở trên, luồng chuyển động tương đối so với vật chắn với vận tốc tương đối  $w = u_0 - v$ . Áp dụng công thức (4.24) để tính lực tác dụng của luồng lên vật chắn, nhưng cần chú ý thay vận tốc tuyệt đối  $u_0$  bằng vận tốc tương đối  $w = u_0 - v$ .

Khi đó ta có:

$$P = P = \rho Q(u_0 - v) (\cos\alpha - 1)$$
 (4.29)

Trường hợp đặc biệt khi  $\alpha = 180^\circ$ , lúc đó ta có:

$$P = 2\rho Q(u_0 - v) \quad (4.30)$$

Công suất của luồng cung cấp cho vật chắn:

$$N = Pv = 2\rho Q(u_0 - v)v$$

Công suất đó sẽ lớn nhất khi:

$$\frac{dN}{dv} = 2\rho Q(u_0 - 2v) = 0$$

Rút ra: 
$$v = \frac{u_0}{2}$$

Do đó: 
$$N_{\max} = 2\rho Q \frac{u_0^2}{4} = \frac{1}{2} \gamma Q \frac{u_0^2}{2g} \quad (4.31)$$

So sánh (4.31) và (4.28) ta rút ra kết luận:

Khi vật chắn là một mặt cong đối xứng di động theo chiều dòng luồng thì công suất của luồng có thể được sử dụng toàn bộ. Hình dạng của cánh tuabin xung kích “kiểu gáo” ngày nay chính là xuất phát từ kết luận đó.

## 2. Định lí Ole 2. Hay là phương trình mômen động lượng

$$\frac{d\vec{L}_0}{dt} = \sum \vec{M}_0$$

Xét khối chất lỏng chuyển động trong rãnh bánh công tác (của tuabin chẳng hạn) (hình 4.15).

Gọi  $M_0$  - mômen ngoại lực.

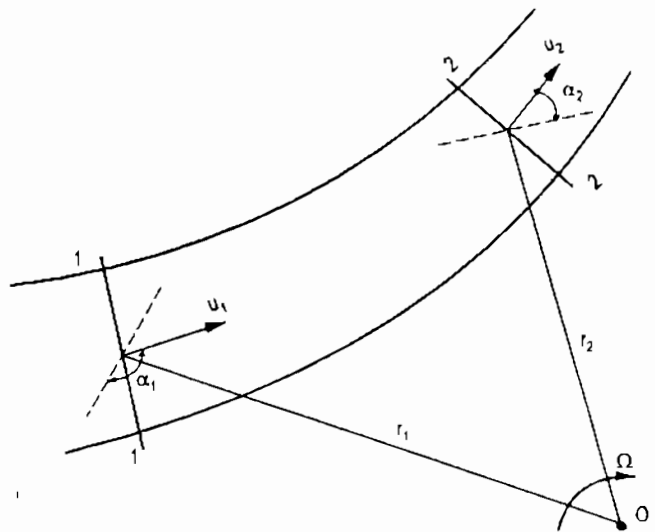
-  $M_0$  là mômen tác dụng của dòng chảy lên thành rãnh - mômen làm quay bánh công tác của tuabin.

$$d\vec{L}_0 = (m\vec{u})_2 - (m\vec{u})_1$$

$$dL_{01} = \rho\omega_2 u_2 dt \cdot u_2 \cdot r_2 \cos\alpha_2$$

$$- \rho\omega_1 u_1 dt \cdot u_1 \cdot r_1 \cos\alpha_1$$

$$= \rho Q(u_2 r_2 \cos\alpha_2 - u_1 r_1 \cos\alpha_1) dt$$



Hình 4.15

Vậy mômen làm quay bánh công tác của tuabin, gây ra do tác dụng của dòng chất lỏng có lưu lượng Q:

$$M_0 = \rho Q(-u_2 r_2 \cos\alpha_2 + u_1 r_1 \cos\alpha_1) \quad (4.32)$$

Tuabin quay với vận tốc góc  $\Omega$  thì công suất của nó là:  $N = M_0\Omega$

Trong thực tế:  $N = \eta M_0\Omega$

$\eta < 1$  - hiệu suất chung của tuabin.

Vậy:  $N = \eta \rho Q \Omega (u_1 r_1 \cos \alpha_1 - u_2 r_2 \cos \alpha_2)$

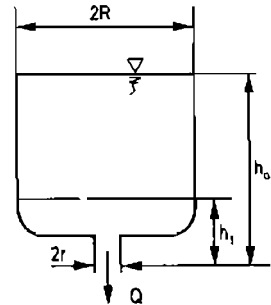
Với lưu ý:  $r\Omega = v_c$  vận tốc theo.

### §4.7. VÍ DỤ VÀ BÀI TẬP

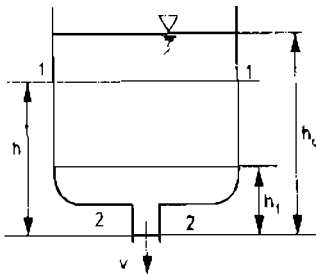
**Ví dụ 4.1.** Máy đo nhớt Engler bao gồm một bình trụ tròn bán kính  $R = 5,3\text{cm}$  và một ống nhỏ giọt ở dưới đáy với bán kính  $r = 0,145\text{cm}$ , chiều dài  $l = 2\text{cm}$ . Độ sâu chất lỏng trong bình lúc ống nhỏ giọt bắt đầu chảy là  $h_0 = 5,2\text{cm}$ .

1. Tìm mối quan hệ giữa thời gian tháo chất lỏng  $t$  với độ nhớt động học  $\nu$  của nó. Bỏ qua ma sát và gia tốc của chất lỏng khi máy làm việc.

2. Cho chất lỏng là nước,  $\nu = 0,01\text{cm}^2/\text{s}$ . Tìm thời gian tháo nước từ độ sâu  $h_0$  xuống độ sâu  $h_1 = 2,93\text{cm}$ .



**Hình bài 4.1**



**Hình bài 4.1a**

**Bài giải:**

1.a) Thành lập phương trình:

Phương trình cân bằng của dòng chảy trong hệ thống bình và ống nhỏ giọt là:

$$\pi R^2 dh = -\pi r^2 v dt \quad (1)$$

Sau thời gian  $t$  mực chất lỏng trong bình ở độ sâu  $h$ .  
Viết phương trình Bécnu-li cho 2 mặt cắt 1-1 và 2-2, ta có:

$$h = \frac{\alpha v^2}{2g} + h_d = \frac{\alpha v^2}{2g} + \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} \quad (2)$$

Dòng chảy trong ống nhỏ giọt là dòng chảy tầng, nên:

$$\lambda = \frac{64}{\text{Re}} = \frac{32\nu}{rv}$$

Giả thiết lấy  $\alpha = 1$  phương trình (2) có dạng:

$$v^2 + \frac{16\nu l}{r^2} v - 2gh = 0 \quad (3)$$

Giải (3) sẽ tìm được biểu thức:

$$v = \frac{8\nu l}{r^2} (\sqrt{1 + kh} - 1) \quad (4)$$

Với: 
$$k = \frac{gr^4}{32\nu^2 l^2}$$

Thay (4) vào (1) ta có phương trình:

$$-\frac{k^2}{8\nu l} \frac{dh}{\sqrt{1+kh}-1} = dt \quad (5)$$

1.b) Tìm quan hệ  $t \sim \nu$

Giải phương trình (5) với điều kiện: khi  $t = 0$ ,  $h = h_0$ ,  $r = R$  sẽ tìm được quan hệ giữa  $t$  và  $\nu$  như sau:

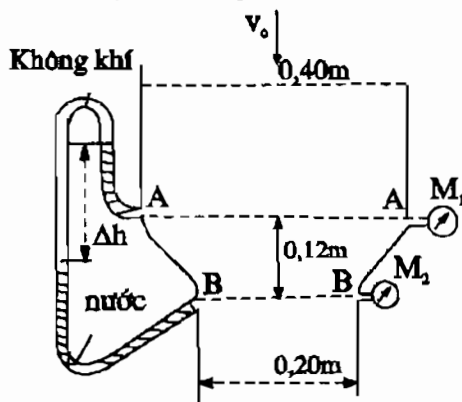
$$t = \frac{8\nu/R^2}{gr^4} \left[ \sqrt{1+kh_0} - \sqrt{1+kh} + \ln \left( \frac{\sqrt{1+kh_0}-1}{\sqrt{1+kh}-1} \right) \right] \quad (6)$$

2. Thời gian tháo nước từ  $h_0$  đến  $h_1$  là:

$$t = \frac{8\nu/R^2}{gr^4} \left[ \sqrt{1+kh_0} - \sqrt{1+kh_1} + \ln \left( \frac{\sqrt{1+kh_0}-1}{\sqrt{1+kh_1}-1} \right) \right]$$

với nước,  $\nu = 0,01\text{cm}^2/\text{s}$ ,  $T = 37,30\text{s}$ .

**Ví dụ 4-2. Ống Venturi phẳng**



**Hình bài 4.2**

Một ống mặt cắt hình chữ nhật  $0,5\text{m} \times 0,4\text{m}$  dẫn nước với vận tốc ổn định  $v_0$  được nối với một ống khác mặt cắt hình chữ nhật  $0,50\text{m} \times 0,20\text{m}$  bằng một đoạn chuyển tiếp A - A, B - B. Tại các mặt cắt A - A, B - B có đặt áp kế kim loại  $M_1$  và  $M_2$ .

**Hỏi:**

1. Tính độ chênh lệch áp suất  $\Delta p$  giữa hai áp kế  $M_1$  và  $M_2$  nếu biết lưu lượng là  $600\text{l/s}$ , vận tốc tại A là  $0,7v_0$ , vận tốc tại B là  $2,3v_0$ ; lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ ,  $\alpha = 1$ .

2. Tính độ chênh  $\Delta h$  giữa hai mức nước trong ống đo áp chữ U ngược lắp tại hai mặt cắt A - A, B - B ngang vị trí hai áp kế  $M_1$  và  $M_2$  (trên mặt thoáng của nước trong ống đo áp có không khí trọng lượng không đáng kể).

Giải thích tại sao có sự chênh lệch giữa hai kết quả tính áp suất trên đây: lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

**Giải:** 1. Viết phương trình Bécnu-li cho hai mặt cắt A và B:

$$z_A + \frac{p_A}{\gamma} + \frac{v_A^2}{2g} = z_B + \frac{p_B}{\gamma} + \frac{v_B^2}{2g} \quad (a)$$

hay là

$$\frac{p_A - p_B}{\gamma} = z_B - z_A + \frac{1}{2g}(v_B^2 - v_A^2)$$

$$\frac{p_A - p_B}{\gamma} = -0,12 + \frac{v_0^2}{2g}[(2,3)^2 - (0,7)^2]$$

biết

$$v_0 = \frac{Q}{\omega} = \frac{0,6}{0,5 \cdot 0,4} = 3 \text{ m/s}$$

$$\frac{v_0^2}{2g} = \frac{9}{20} = 0,45 \text{ mH}_2\text{O}$$

vậy

$$\frac{p_A - p_B}{\gamma} = -0,12 + 0,45 \cdot 4,8 = 2,04 \text{ mH}_2\text{O}$$

$$\Delta p = p_A - p_B = 0,204 \text{ at.}$$

2. Ống đo áp, đo  $z + \frac{p}{\gamma}$ , vì vậy trong trường hợp này độ chênh  $\Delta h$  trong ống đo áp chữ U ngược biểu thị

$$\left( z_A + \frac{p_A}{\gamma} \right) - \left( z_B + \frac{p_B}{\gamma} \right)$$

Từ phương trình Bernouli (a) trên đây, rút ra:

$$\left( z_A + \frac{p_A}{\gamma} \right) - \left( z_B + \frac{p_B}{\gamma} \right) = \frac{v_0^2}{2g} [(2,3)^2 - (0,7)^2]$$

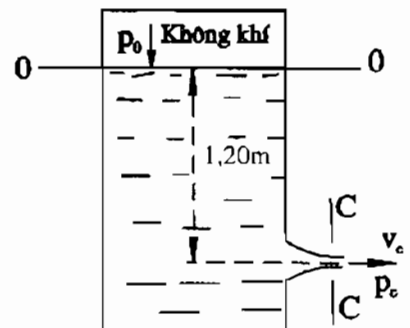
$$\Delta h = 0,45 \cdot 4,8 = 2,16 \text{ mH}_2\text{O}$$

### Ví dụ 4-3. Dòng chảy của chất lỏng bị ép.

Một bình lớn, kín, chứa chất lỏng trên mặt có không khí với áp suất dư 0,07at.

Cách dưới mặt thoáng một độ sâu 1,20m có lỗ nhỏ cho chất lỏng chảy ra.

Tính vận tốc chảy qua lỗ tại mặt cắt co hẹp của dòng chảy trong 3 trường hợp;



Hình bài 4.2

1. Chất lỏng là nước;
2. Chất lỏng là dầu với tỷ trọng 0,7;
3. Chất lỏng gồm 1 lớp nước dày 30cm và 1 lớp dầu dày 90cm tỷ trọng 0,7.

Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ ,  $\alpha = 1$ .

*Chú ý:* Dòng chảy qua lỗ có hiện tượng co hẹp sau khi ra khỏi lỗ; tại mặt cắt co hẹp có thể coi như dòng biến đổi chậm. Bỏ qua tổn thất; vận tốc trên mặt thoáng không đáng kể. Áp suất  $p_c$  tại mặt cắt co hẹp bằng  $p_a$ .

*Giải:* Viết phương trình Bécnu-li cho hai mặt 0-0 (mặt thoáng trên bình kín) và mặt cắt co hẹp C-C.

$$z_0 + \frac{p_0}{\gamma} + \frac{v_0^2}{2g} = z_c + \frac{p_c}{\gamma} + \frac{v_c^2}{2g}$$

Suy ra:

$$\frac{v_c^2}{2g} = z_0 - z_c + \frac{p_0}{\gamma} - \frac{p_c}{\gamma} + \frac{v_0^2}{2g}$$

Vì  $v_0$  không đáng kể nên:

$$v_c = \sqrt{2g \left[ (z_0 - z_c) + \left( \frac{p_0 - p_c}{\gamma} \right) \right]}$$

### 1. Trường hợp chất lỏng là nước

$$z_0 - z_c = 1,2\text{mH}_2\text{O}; \quad \gamma_n = 10^4 \text{N/m}^3$$

$$p_0 - p_c = 0,07 \cdot 10^5 \text{N/m}^2; \quad \frac{p_0 - p_c}{\gamma - n} = 0,7\text{mH}_2\text{O}.$$

$$v_{cn} = \sqrt{20(1,2 + 0,7)} = 6,16\text{m/s}$$

### 2. Trường hợp chất lỏng là dầu với tỷ trọng 0,7

$$\gamma_d = 7 \cdot 10^3 \text{N/m}^3; \quad z_0 - z_c = 1,2\text{m cột dầu};$$

$$p_0 - p_c = 0,07 \cdot 10^5 \text{N/m}^2; \quad \frac{p_0 - p_c}{\gamma_d} = 1\text{m cột dầu};$$

$$v_{cd} = \sqrt{20(1,2 + 1)} = 6,63\text{m/s}$$

### 3. Trường hợp chất lỏng gồm nước và dầu

Lớp nước nặng hơn dầu nằm dưới nên dòng chảy qua lỗ sẽ là dòng nước, vì vậy phải viết lại phương trình Bécnu-li trong đó ta đổi chiều cao cột dầu thành chiều cao cột nước tương đương.

Gọi  $z_n$  độ cao của phân giới nước – dầu (các kí hiệu khác không đổi) ta có:

$$(z_0 - z_n) \frac{\gamma_d}{\gamma_n} + z_n + \frac{p_0}{\gamma_n} = z_0 + \frac{p_c}{\gamma_n} + \frac{v_c^2}{2g}$$

Rút ra

$$\frac{v_c^2}{2g} = (z_0 - z_n) \frac{\gamma_d}{\gamma_n} + (z_n - z_c) + \frac{p_0 - p_c}{\gamma_n}$$

Thay số vào

$$\frac{v_c^2}{20} = 0,9 \cdot 0,7 + 0,3 + 0,7;$$

$$v_{c,nd} = \sqrt{20 \cdot 1,63} = 5,7 \text{ m/s.}$$

Vận tốc lần này bé hơn cả hai trường hợp trên, không phải có giá trị trung gian giữa  $v_{c,n}$  và  $v_{c,d}$  như ta có thể tưởng.

**Ví dụ 4-4.** Hiệu suất của một quạt gió

Một quạt gió lắp trong ống đường kính 0,80m nhận của động cơ một công suất là 35M.L hút không khí ngoài trời và tạo ra một dòng chảy đều, vận tốc 40m/s trong ống.

Tính hiệu suất của hệ thống. Lấy

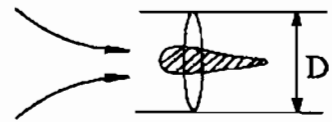
$$\rho_{kk} = 1,225 \text{ kg/m}^3 = 1,225 \text{ N.s}^2/\text{m}^4.$$

**Giải:** Cơ năng của một đơn vị thể tích tại mặt cắt ra là:

$$e_2 = p_2 + \gamma z_2 + \rho \frac{v_2^2}{2}$$

Cơ năng của một đơn vị thể tích tại mặt cắt vào là:

$$e_1 = p_1 + \gamma z_1 + \rho \frac{v_1^2}{2} = p_a$$



**Hình bài 4.4**

Trong hệ thống này có thể bỏ qua  $\gamma z_1, \gamma z_2, \frac{v_1^2}{2g}$  (vì trọng lượng cột không khí không đáng kể, vận tốc vào rất bé); áp suất tĩnh  $p_2 = p_a$ .

Như vậy quạt cung cấp cho đơn vị thể tích không khí một cơ năng bằng  $\Delta e$ :

$$\Delta e = e_2 - e_1 = \rho \frac{v_2^2}{2}$$

Trong một giây, với lưu lượng là  $Q = \omega v_2 = \frac{\pi D^2}{4} v_2$  thì năng lượng do quạt cung cấp cho dòng không khí là:

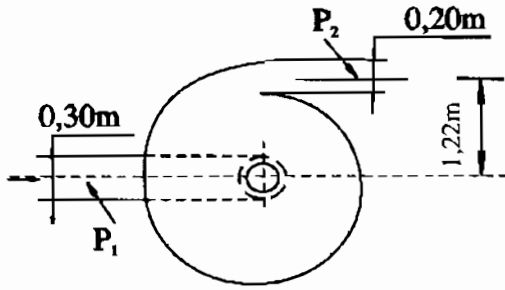
$$N = Q \cdot \Delta = \frac{\pi D^2}{4} v_2 \cdot \rho \frac{v_2^2}{2} = \frac{\pi D^2 v^3}{8} \cdot \rho \quad (*)$$

$$N = \frac{\pi}{8} \cdot 0,8^2 \cdot 4^3 \cdot 10^3 \cdot 1,225 = 19.698 \text{ kW} = 26,8 \text{ ML (mã lực)}$$

Hiệu suất của hệ thống:

$$\eta = \frac{26,8}{35} = 0,76.$$

**Ví dụ 4-5.** Tính công suất của bơm.



0,7at.

**Hình bài 4.5**

Một bơm cấp nước lưu lượng  $Q = 9000 \text{ l/ph}$ . Ống hút có đoạn nằm ngang đường kính  $D_1 = 30 \text{ cm}$ . Tại miệng vào bơm áp suất trên trục ống hút là  $p_1$  nhỏ hơn áp suất khí trời  $20 \text{ cm}$  thủy ngân. Ống đẩy đặt nằm ngang có đường kính  $D_2 = 20 \text{ cm}$ . Trục ống đẩy cao hơn trục ống hút  $\Delta z = 1,22 \text{ m}$ . áp suất tại miệng ra của bơm (trên trục ống đẩy) là  $p_2$  lớn hơn áp suất khí trời

Cho rằng hiệu suất bơm  $\eta = 80\%$ , tính công suất cần cung cấp cho nó.

Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ;  $\alpha = 1$ ; áp suất khí trời  $p_a = 10 \text{ mH}_2\text{O}$ .

**Giải:** Khi nước chảy qua bơm thì bơm cung cấp cho mỗi đơn vị trọng lượng nước một số năng lượng mà ta kí hiệu là  $\Delta e$ . Nếu như không có tổn thất năng lượng thì ta có:

Năng lượng đơn vị tại miệng vào bơm:

$$e_1 = z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g}$$

Năng lượng đơn vị tại miệng ra bơm:

$$e_2 = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g}$$

$$\Delta e = e_2 - e_1 = (z_2 - z_1) + \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_2 v_2^2 - \alpha_1 v_1^2}{2g}$$

(\*) Trong hệ thức này, để dễ thấy cân bằng thứ nguyên và đơn vị của hai vế nên lấy  $\rho = 1,225 \text{ N.s}^2/\text{m}^4$ , vì  $\text{kg}/\text{m}^3 = \text{N.s}^2/\text{m}^3$ .



Với lưu lượng của bơm là  $Q$  công suất cần cung cấp cho nước bằng:

$$N' = \gamma Q \Delta e$$

Do có tổn thất, bơm có hiệu suất  $\eta < 1$  nên phải cung cấp cho bơm một công suất  $N$  lớn hơn  $N'$ :

$$N = \frac{N'}{\eta} = \frac{\gamma Q \Delta e}{\eta}$$

Thay số vào công thức trên:

$$20 \text{ cmHg} = 20 \cdot 13,6 \text{ cmH}_2\text{O} = 2,72 \text{ mH}_2\text{O};$$

$$0,7 \text{ at} = 7 \text{ mH}_2\text{O}$$

$$\frac{p_1}{\gamma} = \frac{p_a}{\gamma} - 2,72; \quad \frac{p_2}{\gamma} = \frac{p_a}{\gamma} + 7; \quad \frac{p_2 - p_1}{\gamma} = 9,72 \text{ m}$$

$$Q = \frac{9 \cdot 10^3}{60} = 0,15 \text{ m}^3/\text{s}; \quad v_1 = \frac{0,15}{0,785(0,3)^2} = 2,12 \text{ m/s}$$

$$v_2 = \frac{0,15}{0,785(0,2)^2} = 4,78 \text{ m/s}; \quad \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} = 0,92 \text{ m};$$

$$z_2 - z_1 = 1,22 \text{ m}; \quad \gamma = 10^4 \text{ N/m}^3$$

$$\Delta e = 1,22 + 9,72 + 0,92 = 11,86 \text{ m}.$$

Công suất  $N'$  của bơm dùng đưa  $0,15 \text{ m}^3$  nước trong một giây lên cao  $11,86 \text{ m}$ . Nhưng thực tế do hiệu suất của bơm  $\eta = 0,80$  nên cần phải cung cấp cho bơm một công suất  $N$  lớn hơn  $N'$ :

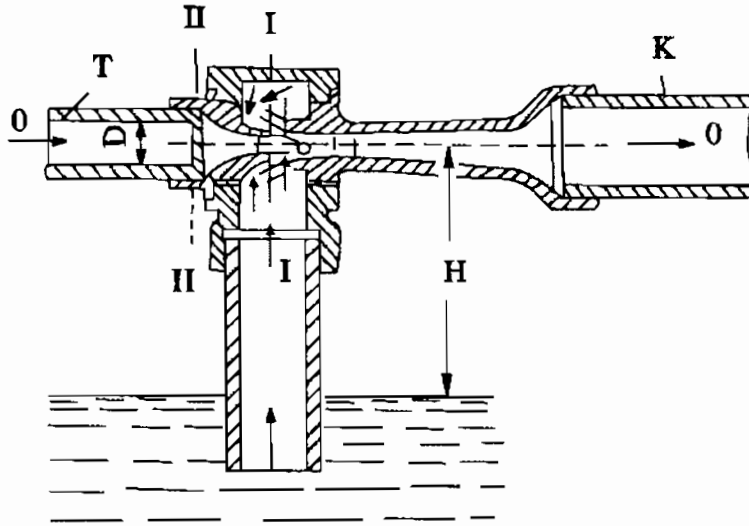
$$N = \frac{10^4 \cdot 0,15 \cdot 11,86}{0,8 \cdot 10^3} = 22,20 \text{ kW} = 29,8 \text{ ML}.$$

#### Ví dụ 4-6. Bơm phun tia.

Một bơm phun tia có lưu lượng  $Q = 30 \text{ l/s}$  áp suất tại chỗ vào  $p_1 = 2 \text{ at}$ ,  $D = 100 \text{ mm}$ ,  $d = 50 \text{ mm}$ . Nước khi ra khỏi bơm gặp không khí.

Nếu đặt bình nước thấp hơn trục bơm phun tia  $H = 4,5 \text{ m}$  thì bơm có thể hút nước từ bình lên không?

*Hướng dẫn:* Nếu muốn hút nước từ bình lên thì độ cao chân không tại mặt cắt có đường kính  $d$  là  $h_{ck} \geq H$ .



Hình bài 4.6

**Giải:** Viết phương trình Bécnu-li cho hai mặt cắt I-I và II-II, bỏ qua tổn thất năng lượng:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} \quad (1)$$

Độ cao chân không được xác định bởi biểu thức sau:

$$h_{ck} = \frac{p_a}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma}$$

Vậy thay vào (1) ta có:

$$h_{ck} = \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} - \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} + \frac{p_a}{\gamma} - \frac{p_1}{\gamma}$$

Vì

$$v_1 = \frac{Q}{\omega_1} = \frac{Q}{\frac{\pi D^2}{4}}$$

$$v_2 = \frac{Q}{\omega_2} = \frac{Q}{\frac{\pi d^2}{4}}$$

lấy

$$\alpha_1 = \alpha_2 = 1,$$

cuối cùng ta có:

$$h_{ck} = \frac{16Q^2}{\pi^2 \cdot 2g} \left( \frac{\alpha_1}{d^4} - \frac{\alpha_2}{D^4} \right) + \frac{p_a}{\gamma} - \frac{p_1}{\gamma}$$

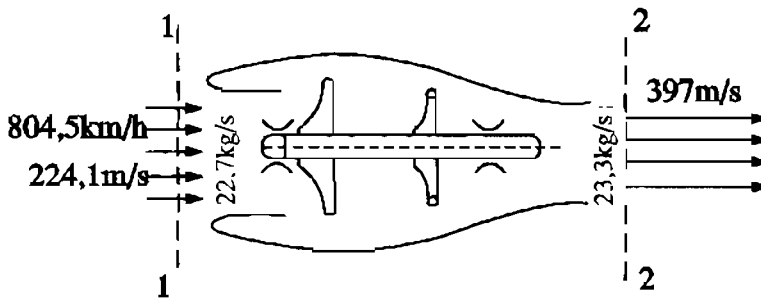
$$h_{ck} = \frac{16.0,03^2}{3,14^2 \cdot 2 \cdot 0,9,81} \left( \frac{1}{0,05^2} - \frac{1}{0,10^4} \right) + 10,0 - 20,0$$

$$h_{ck} = 1,15\text{m}$$

Vì  $H = 4,5\text{m} > h_{ck} = 1,15$  do đó bơm không hút được nước từ bình lên. Muốn hút được phải tăng  $Q$  hoặc giảm áp suất chỗ vào  $p_1$ .

**Ví dụ 4-7.** Lực đẩy của động cơ phản lực.

Một máy bay phản lực có vận tốc  $804,5\text{km/h}$ . Không khí được nạp vào động cơ với lưu lượng khối  $22,7\text{kg/s}$ . Nhiên liệu được phun vào buồng đốt theo tỷ lệ khối sau đây: một nhiên liệu 40 không khí. Vận tốc khí thải ra là  $397\text{m/s}$ . Tính lực đẩy của động cơ phản lực.



**Hình bài 4.7**

**Giải:** Chọn hai mặt cắt kiểm tra 1-1 và 2-2 trước và sau động cơ, cách xa động cơ một ít.

Động lượng vào qua mặt cắt 1-1:

$$(\rho Q)_1 v_1 = 22,7 \cdot \frac{804,5 \cdot 10^3}{3600} = 5080\text{N}.$$

Động lượng ra qua mặt cắt 2-2 là  $(\rho Q)_2 v_2$  trong đó  $(\rho Q)_2$  là lưu lượng khối ra của khí thải (gồm không khí + nhiên liệu)

$$(\rho Q)_2 = 22,7 + 22,7 \cdot \frac{1}{40} = 23,3\text{kg/s}$$

$$(\rho Q)_2 v_2 = 23,3 \cdot 397 = 9200\text{N}.$$

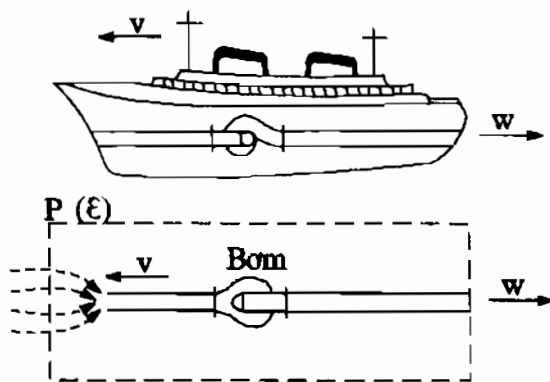
Vậy lực đẩy của động cơ phản lực là:

$$F = (\rho Q)_1 v_1 - (\rho Q)_2 v_2 = 5080 - 9200 = -4120\text{N}.$$

**Ví dụ 4-8.** Dùng bơm đẩy tàu thủy.

Người ta muốn đẩy tàu thủy chạy với vận tốc  $v$  bằng cách dùng bơm hút nước biển ở mũi tàu và phun nước ra sau đuôi tàu theo trục dọc của tàu với vận tốc  $w$  đối với tàu.

1. Tính công suất có ích cần thiết cho việc đẩy tàu theo lưu lượng khối  $q$  nước phun ra.
2. Tính hiệu suất đẩy của tàu theo tỷ số  $\frac{v}{w}$ . Năng lượng sản xuất ra đã được dùng vào những việc gì.
3. Ứng dụng số: vận tốc tàu 24km/h. Lưu lượng bơm  $Q = 0,28\text{m}^3/\text{s}$  qua một ống tròn đường kính 15cm. Tính lực đẩy, công suất có ích và hiệu suất đẩy. Lấy khối lượng riêng của nước  $\rho = 1000\text{kg}/\text{m}^3 = 1000\text{Ns}^2/\text{m}^4$ .



Hình bài 4.8

**Giải:** 1. Coi tàu thủy như một ống trong đó nước chảy qua và phun ra ngoài với vận tốc tương đối  $w$ . Lấy một mặt kiểm tra cách xa miệng vào của ống nhưng gần sát mặt cắt ra. Dọc mặt này áp suất không đổi. Áp dụng phương trình động lượng vào mặt kiểm tra, ta thấy lưu lượng khối  $q$  của nước chảy vào với vận tốc tuyệt đối  $w - v$ . Vậy lực đẩy là:

$$F = q(w - v)$$

và công suất có ích cho việc đẩy tàu:

$$N_{c1} = Fv = qv(w - v)$$

(Ta cũng đạt được kết quả tương tự nếu lấy mặt kiểm tra gắn liền với tàu, không phải cố định).

2. Muốn tính hiệu suất đẩy, phải tính công suất thực tế mà bơm đã cung cấp cho nước.

Nếu ta lấy hệ thống mặt kiểm tra gắn liền với tàu, ta có thể coi như khối lượng nước  $q$  chảy đến với động năng  $\frac{1}{2}qv^2$  và chảy ra với động năng  $\frac{1}{2}qw^2$ . Vậy bơm phải cung cấp cho nó công suất:

$$N_b = \frac{1}{2}qw^2 - \frac{1}{2}qv^2 = \frac{1}{2}q(w^2 - v^2).$$

Hiệu suất đẩy là:

$$\eta = \frac{N_{c1}}{N_b} = \frac{2v(w - v)}{w^2 - v^2} = \frac{2v}{w + v} = \frac{2}{1 + \frac{w}{v}}$$

Hiệu suất tăng cùng với  $\frac{v}{w}$ , tiến tới 1 khi  $v$  tiến đến  $w$  (lúc đó lực đẩy  $F = 0$ ).

Ta thấy rằng công suất do bơm sản xuất ra dùng để:

- Cung cấp công suất  $N_{c1}$  ứng với lực đẩy;

- Cung cấp cho nước động năng  $\frac{1}{2}q(w - v)^2$  bị tiêu hao vì ma sát với nước biển.

$$N_b = N_{c1} + \frac{1}{2}q(w - v)^2.$$

3. Ứng dụng số:

$$v = \frac{24000}{3600} = 6,67 \text{ m/s}$$

$$w = \frac{Q}{\omega} = \frac{0,28}{0,785 \cdot 0,15^2} = 15,85 \text{ m/s}$$

$$q = \rho Q = 1000 \cdot 0,28 = 280 \text{ kg/s} = 280 \text{ Ns/m}.$$

Lực đẩy là:

$$F = q(w - v) = 280(15,85 - 6,67) = 2570 \text{ N}.$$

Công suất có ích:

$$N_{c1} = Fv = 2570 \cdot 6,67 = 17,15 \text{ kW} \approx 23,3 \text{ M.L}$$

Hiệu suất đẩy:

$$\eta_d = \frac{2}{1 + \frac{w}{v}} = 0,59.$$

**Ví dụ 4-9.** *Phản lực của một vòi chữa cháy.*

Đầu phun của một vòi chữa cháy có đường kính trong  $D_2 = 3 \text{ cm}$  được vận bằng ren vào một ống tròn có đường kính trong  $D_1 = 8 \text{ cm}$ .

Khi đầu phun mở thì vòi có lưu lượng  $Q = 40 \text{ l/s}$ . Tính:

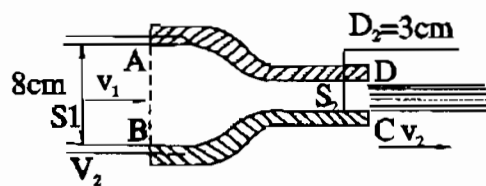
1. Cột áp  $H$  tạo ra lưu lượng đó.
2. Tổng hợp lực tác động lên các bước ren:
  - a) khi đầu phun mở;
  - b) khi đầu phun đóng.

Bỏ qua tổn thất và trọng lượng của nước.

Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ;  $\alpha = 1$ .

**Giải:** 1. Viết phương trình Bécnu-li cho hai mặt cắt AB và CD (hình 4.9).

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g}$$



**Hình bài 4.9**

Vì bỏ qua trọng lượng của nước lên trong phương trình trên bỏ qua  $z_1$  và  $z_2$ . Vì vòi chữa cháy phun nước ra ngoài trời nên  $p_2 = p_a$ . Tính theo áp suất dư và thay  $\alpha = 1$  phương trình trên còn lại:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{v_2^2}{2g}$$

Cột áp  $\frac{v_2^2}{2g}$  chính do cột áp  $H = \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g}$  tạo ra.

Biết 
$$v_2 = \frac{Q}{\frac{\pi D_2^2}{4}} = \frac{40 \cdot 10^{-3}}{0,785 \cdot (3 \cdot 10^{-2})^2} = 56,6 \text{ m/s.}$$

$$H = \frac{v_2^2}{2g} = \frac{(56,6)^2}{20} = 160 \text{ m.}$$

2. a) Viết phương trình động lượng cho mặt kiểm tra ABCD giới hạn đầu phun khi nó mở:

$$-\rho \vec{Q} \vec{v}_1 + \rho \vec{Q} \vec{v}_2 = \bar{p}_1 \omega_1 - \bar{p}_2 \omega_2 + \vec{R}$$

Tất cả các vectơ trên đây đều song song với trục ống. Tổng hợp lực cần tìm là  $-\vec{R}$ . Cũng như trên, ta tính với  $p_{\text{atm}} = 0$

$$-R = p_1 \omega_1 - \rho Q (v_2 - v_1).$$

Thay số vào:

$$\rho Q = \frac{\gamma}{g} Q = \frac{10^4}{10} \cdot 40 \cdot 10^{-3} = 40 \text{ Ns/m}$$

$$v_1 = v_2 \frac{\omega_2}{\omega_1} = 56,6 \left( \frac{3}{8} \right)^2 = 7,96 \text{ m/s}$$

$$\omega_1 = \frac{\pi}{4} (8 \cdot 10^{-2})^2 = 5,02 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$p_1 = \gamma \left( H - \frac{v_1^2}{2g} \right) = 10^4 \left( 160 - \frac{63,3}{20} \right) = 156,86 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$$

$$-R = 156,86 \cdot 10^4 \cdot 5,02 \cdot 10^{-3} - 40(56,6 - 7,96) \text{ N.}$$

$$R = -5930 \text{ N.}$$

b) Nếu đầu phun đóng, áp suất trong ống bằng cột nước H:

$$p_1 = \gamma H = 10^4 \cdot 160 \text{ N/m}^2 = 16 \text{ at.}$$

Lực tác dụng lên các bước ren bằng  $|R^2| = p_1 \omega_1$  :

$$|R^1| = 160 \cdot 10^4 \cdot 5,02 \cdot 10^{-3} \text{ N}$$

$$|R^1| = 8032 \text{ N.}$$

**Ví dụ 4-10.** *Mỗi bơm li tâm bằng bơm phun tia.*

Khi chuẩn bị cho chạy một bơm li tâm người ta dùng một bơm phun tia để môi nước. Độ cao chân không cần tạo ra  $h_{ck} = 200 \text{ mm}$  cột thuỷ ngân. Đường kính lỗ đầu vòi bơm phun tia  $d_1 = 50 \text{ mm}$ , đường kính ống  $d_2 = 75 \text{ mm}$ . Độ cao  $H_2 = 1,5 \text{ m}$ . Xác định độ cao  $H_1$  để bơm phun tia có thể tạo ra độ cao chân không yêu cầu.

Chú ý: Bỏ qua tổn thất.

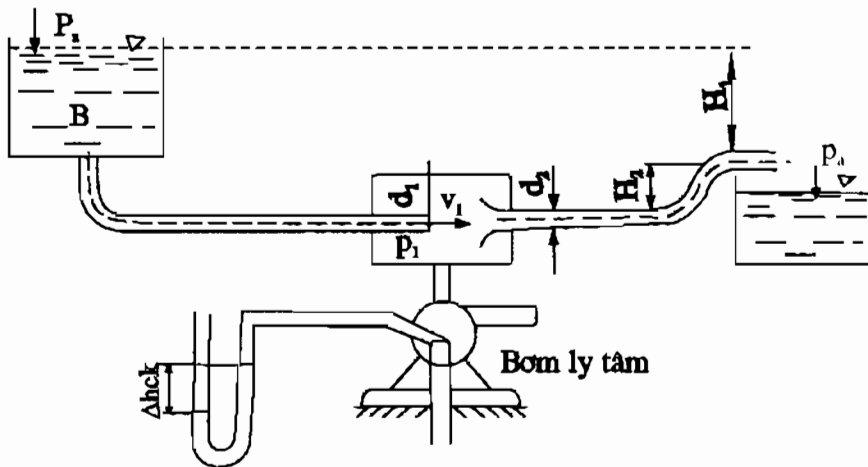
**Giải:** Viết phương trình Bécnu-li cho mặt thoáng bình bên trái và đầu vòi

$$H_1 + H_2 + \frac{p_a}{\gamma} = \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g};$$

rút ra:

$$H_1 = \frac{v_1^2}{2g} - H_2 - \left( \frac{p_a - p_1}{\gamma} \right);$$

$$H_1 = \frac{v_1^2}{2g} - H_2 - h_{ck}.$$



**Hình bài 4.10**

Viết phương trình Bécnu-li cho mặt cắt ở đầu vòi và mặt cắt cuối ống phía phải:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = H_2 + \frac{p_a}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g};$$

$$\frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} = H_2 + \frac{p_a - p_1}{\gamma};$$

$$\frac{16Q^2}{\pi^2 2g} \left( \frac{1}{0,05^4} - \frac{1}{0,075^4} \right) = 1,5 + h_{ck};$$

Với  $h_{ck} = 200\text{mmHg}$ , tính ra  $= 2,72\text{m}$  cột nước:

$$Q = \sqrt{(1,5 + 2,72) \cdot \frac{3,14^2 \cdot 2,9,81}{16 \left( \frac{1}{0,05^4} - \frac{1}{0,075^4} \right)}}$$

$$Q \approx 0,02\text{m}^3/\text{s}$$

$$v_1 = \frac{4Q}{\pi d_1^2} = \frac{4 \cdot 0,02}{3,14 \cdot 0,05^2} = 10,2\text{m/s}; \frac{v_1^2}{2g} = 5,3\text{m};$$

$$H_1 = 5,3 - 1,5 - 2,72 = 1,08\text{m}.$$

**Ví dụ 4-15.** *Lỗ tháo bình chứa hai lớp chất lỏng khác nhau.*

Một bình chứa nước và dầu (đã lắng thành hai lớp mỗi lớp cao  $h = 1\text{m}$ ) có một lỗ thành mỏng tại đáy:

1. Tính vận tốc ban đầu của dòng chất lỏng qua lỗ, bỏ qua tổn thất. Tỷ trọng dầu  $\delta = 0,8$ .
2. So sánh kết quả trên vận tốc ban đầu của dòng chảy khi bình chỉ chứa một loại chất lỏng, hoặc nước, hoặc dầu, với chiều cao của lớp chất lỏng là  $2h$ .

**Giải:** 1. Công thức để tính vận tốc qua lỗ:

$$v = \varphi \sqrt{2gH}$$

khi bỏ qua tổn thất  $\varphi = 1$ .

Xác định  $H$  - Cân đối các chiều cao chất lỏng thành cột nước tương đương:

$$H = \frac{p}{\gamma_n} = \frac{p_d + p_n}{\gamma_n}$$

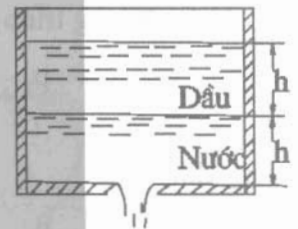
Vì:  $p_d = \gamma_d h; p_n = \gamma_n h$ , thay vào có:

$$H = \gamma_d \frac{h}{\gamma_n} + \frac{\gamma_n h}{\gamma_n} = 0,8h + h = 1,8h = 1,8\text{mH}_2\text{O}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 1,8} = 5,94\text{m/s}.$$

2. Khi bình chỉ có dầu:

$$H = \frac{p}{\gamma_d} = \gamma_d \frac{2h}{\gamma_d} = 2\text{m}$$
 cột dầu



Hình bài 4.15



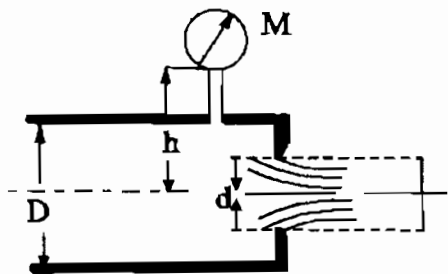
Vậy  $v = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 2} = 6,27 \text{ m/s}$ .

Khi bình chỉ có nước

$$H = \frac{p}{\gamma_n} = \gamma_n \frac{2h}{\gamma_n} = 2mH_2O.$$

Vậy  $v = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 2} = 6,27 \text{ m/s}$ .

**Ví dụ 4-16.** Lưu lượng qua lỗ thành mỏng.



Hình bài 4.16

Nước chảy qua một lỗ thành mỏng đường kính  $d = 120 \text{ mm}$  khoét trên đáy của một ống đường kính  $D = 200 \text{ mm}$ . Một áp kế kim loại lắp trước lỗ chỉ áp suất  $p = 1 \text{ at}$ ; tâm áp kế cao hơn trục ống  $h = 1,5 \text{ m}$ .

1. Tính lưu lượng qua lỗ.

2. Lưu lượng sẽ thay đổi thế nào nếu nối thêm vào lỗ một vòi trụ tròn (nét đứt trên hình).

3. Trường hợp lắp vòi như trên, tìm áp suất chỉ trên áp kế lúc xảy ra hiện tượng gián đoạn chế độ

của dòng chảy, giả thiết rằng khi xảy ra gián đoạn áp suất tuyệt đối tại mặt cắt co hẹp của dòng bằng không (áp suất khí trời  $p_a = 1 \text{ at}$ ).

Hệ số tổn thất của lỗ ấy bằng  $\zeta = 0,04$ .

**Giải:** 1. Xác định lưu lượng:

Viết phương trình Bécnu-li cho mặt cắt có lắp áp kế và mặt cắt chỗ dòng co hẹp:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + \zeta \frac{v_2^2}{2g} \quad (1)$$

trong đó:

$$\frac{p_2}{\gamma} = \frac{p_a}{\gamma}$$

$$\frac{p_1}{\gamma} = \frac{1,98100}{9810} + 1,5 + \frac{p_a}{\gamma};$$

$$\frac{p_1}{\gamma} = 11,5 + \frac{p_a}{\gamma}; \frac{p_1 - p_2}{\gamma} = 11,5 \text{ m.}$$

Từ phương trình liên tục có:

$$Q = v_1 F_1 = v_2 F_2.$$

$$v_2 = v_1 \frac{F_1}{F_2};$$

vì  $F_2$  là diện tích mặt cắt co hẹp nên  $F_2 = \varepsilon F_0$  trong đó  $\varepsilon$  là hệ số co hẹp và  $F_0$  là diện tích mặt cắt lỗ. Hệ số  $\varepsilon$  được tính theo công thức:

$$\varepsilon = 0,62 + 0,38 \left( \frac{F_0}{F_1} \right)^2 \text{ với } F_0 \text{ diện tích mặt cắt tại lỗ, } F_1 \text{ diện tích mặt cắt trước lỗ.}$$

ở đây  $\varepsilon = 0,62 + 0,38 \left( \frac{120^2}{200^2} \right) = 0,67.$

Ta có:

$$v_1 = v_2 \frac{F_2}{F_1} = v_2 \frac{\varepsilon F_0}{F_1} = 0,67 v_2 \frac{F_0}{F_1} = 0,67 v_2 \frac{d^2}{D^2}$$

Từ (1) có:

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{v_2^2}{2g} \left( 1 + \zeta - 0,67^2 \frac{d^2}{D^2} \right)$$

Vì  $Q = v_2 F_2$ , ta có:

$$\begin{aligned} Q &= \frac{\varepsilon}{\sqrt{1 + \zeta - 0,67^2 \frac{d^2}{D^2}}} \cdot F_0 \sqrt{2g \frac{p_1 - p_2}{\gamma}} = \\ &= \frac{0,67}{\sqrt{1 + 0,04 - 0,67^2 \frac{120^2}{200^2}}} \cdot \frac{3,14 \cdot 0,120^2}{4} \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 11,5} \end{aligned}$$

$$Q = 0,115 \text{ m}^3/\text{s}.$$

## 2. Tính Q khi lắp thêm vòi.

Viết phương trình Bernouli cho mặt cắt tại chỗ lắp áp kế và mặt cắt chỗ ra của vòi:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_a}{\gamma} + \frac{v_0^2}{2g} + \zeta \frac{v_2^2}{2g} + \frac{(v_2 - v_0)^2}{2g}$$

trong đó  $v_0$  là vận tốc tại mặt cắt ra của vòi.

Vi:

$$v_2 = v_0 \frac{F_0}{F_2} = v_0 \frac{F_0}{\varepsilon F_0} = \frac{v_0}{\varepsilon}$$

và

$$v_1 = v_0 \frac{F_0}{F_2} = v_0 \frac{d^2}{D^2}$$

nên sau khi rút gọn phương trình trên có:

$$\frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_a}{\gamma} = \frac{v_0^2}{2g} \left( 1 + \frac{\zeta}{\varepsilon^2} + \frac{1}{\varepsilon^2} + 1 - \frac{2}{\varepsilon} - \frac{d^4}{D^4} \right).$$

$$Q = v_0 F_0 = \frac{F_0}{\sqrt{2 + \frac{\zeta}{\varepsilon^2} + \frac{1}{\varepsilon^2} - \frac{2}{\varepsilon} - \frac{d^4 \gamma}{D^4}}} \sqrt{2g \frac{p_1 - p_a}{\gamma}}$$

Thay số vào có:

$$Q = \frac{3,14,0,120^2}{4} \sqrt{2,9,81,11,5}$$

$$Q = 0,155 \text{ m}^3/\text{s}.$$

3. Xác định số chỉ của áp kế khi dòng chảy mất liên tục.

Viết phương trình Bécnu-li cho mặt cắt có lắp áp kế và mặt cắt co hẹp của vòi:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{v_2^2}{2g} + \zeta \frac{v_2^2}{2g} - 10.$$

Viết phương trình Bécnu-li cho mặt cắt co hẹp và mặt cắt chỗ ra của vòi:

$$-10 + \frac{v_2^2}{2g} = \frac{v_0^2}{2g} + \frac{(v_2 - v_0)^2}{2g}$$

vì  $v_2 = v_0 \frac{F_0}{F_2} = \frac{v_0}{\varepsilon}$  nên từ phương trình trên có:

$$\frac{v_0^2}{2g} = \frac{10}{2\left(\frac{1}{\varepsilon} - 1\right)}$$

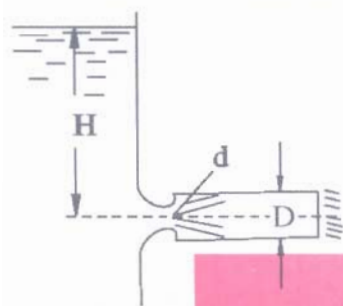
Thay  $v_2 = \frac{v_0}{\varepsilon}$  và  $v_1 = v_0 \frac{d^2}{D^2}$  vào phương trình đầu tiên, rút ra:

$$\frac{p_1}{\gamma} = \left[ \frac{1}{\varepsilon^2} (1 + \zeta) - \frac{d^4}{D^4} \right] \cdot \frac{10}{2\left(\frac{1}{\varepsilon} - 1\right)} =$$

$$= \left[ \frac{1}{0,67^2} (1 + 0,04) - \frac{0,12^4}{0,2^4} \right] \cdot \frac{10}{2\left(\frac{1}{0,67} - 1\right)}$$

$$\frac{p_1}{\gamma} = 22,2 \text{ m}, \text{ vậy } \frac{p_{1đ\acute{a}}}{\gamma} = 12,2 \text{ m}.$$

**Ví dụ 4-17. Tăng khả năng tháo của vòi.**



**Hình bài 4.17**

Để tăng khả năng tháo chất lỏng qua một vòi hình lưu tuyến có đường kính lỗ ra  $d = 80\text{mm}$  và hệ số tổn thất  $\zeta = 0,04$  người ta nối thêm vào nó một đoạn ống ngắn đường kính  $D$ .

1. Xác định đường kính của đoạn ống ngắn sao cho khả năng tháo của vòi là lớn nhất.

2. Trường hợp chất lỏng là nước, xác định cột nước giới hạn ứng với áp suất chân không trong mặt cắt co hẹp của vòi bằng 1at.

**Giải:** 1. Để xác định đường kính vòi, viết phương trình Bécnu-li cho mặt thoáng của bình và mặt cắt cuối của vòi, sau khi bỏ qua các số hạng quá bé và rút gọn lại ta có:

$$H = h_{c1} + h_{c2} + \frac{v_2^2}{2g}$$

trong đó:  $h_{c1}$  - tổn thất cục bộ của vòi hình lưu tuyến;

$h_{c2}$  - tổn thất cục bộ do dòng chảy mở rộng từ vòi lưu tuyến sang vòi hình trụ.

Ta có  $h_{c1} = \frac{v_1^2}{2g}$  với  $v_1$  là vận tốc dòng chảy tại mặt cắt có đường kính  $d$ , và

$$h_{c2} = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g} \text{ trong đó } v_2 \text{ là vận tốc dòng chảy trong vòi trụ.}$$

Từ phương trình liên tục có  $Q = v_1 \omega_1 = v_2 \omega_2$  do đó:

$$v_1 = v_2 \left( \frac{D}{d} \right)^2$$

Thay trị số của  $h_{c1}$ ,  $h_{c2}$ ,  $v_1$  vào phương trình trên ta có:

$$H = \zeta \frac{v_2^2 \left( \frac{D}{d} \right)^4}{2g} + \frac{v_2^2}{2g} \left( \frac{D^4}{d^4} + 1 - 2 \frac{D^2}{d^2} \right) + \frac{v_2^2}{2g}$$

$$H = \frac{v_2^2}{2g} \left( \frac{1 + \zeta}{d^4} D^4 - 2 \frac{D^2}{d^2} + 2 \right)$$

Kí hiệu:  $A = \frac{1 + \zeta}{d^4}$ ;  $B = -\frac{2}{d^2}$ ;  $C = 2$ , có:

$$H = \frac{v_2^2}{2g} (AD^4 + BD^2 + C);$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2gH}{AD^4 + BD^2 + C}}$$

$$Q = v_2 \omega_2 = \frac{\pi}{4} \sqrt{2gH} \cdot \frac{D^2}{\sqrt{AD^4 + BD^2 + C}}$$

Q có trị số cực đại khi đường kính D thoả mãn  $\frac{dQ}{dD} = 0$ , bởi vậy ta lấy đạo hàm của Q theo D.

$$\begin{aligned} \frac{dQ}{dD} &= \frac{\pi}{4} \sqrt{2gH} \left\{ D^2 \left[ -\frac{1}{2} (AD^4 + BD^2 + C)^{-\frac{3}{2}} (4AD^3 + 2BD^2) \right] + 2D ((AD^4 + BD^2 + C)^{-\frac{1}{2}}) \right\} = \\ &= \frac{\pi}{4} \sqrt{2gH} \left[ \frac{1}{\sqrt{AD^4 + BD^2 + C}} \times \left( 2D - \frac{1}{2} \cdot \frac{4AD^3 + 2BD^2}{AD^4 + BD^2 + C} \right) \right] \end{aligned}$$

Khi:  $\frac{dQ}{dD} = 0$  thì  $2D - \frac{1}{2} \cdot \frac{4AD^3 + 2BD^2}{AD^4 + BD^2 + C} = 0$  hay

$$2AD^5 + 2BD^3 + 2DC = 2AD^5 + BD^3;$$

$$D(BD^2 + 2C) = 0$$

$$D \neq 0 \text{ vậy } BD^2 + 2C = 0$$

$$D = \sqrt{-\frac{2C}{B}}$$

trong đó:  $B = -\frac{2}{d^2} = \frac{-2}{0,08^2}; C = 2$  (xem đoạn trên)

Vậy:

$$D = \sqrt{\frac{2 \cdot 2 \cdot 0,08^2}{2}} = 0,113\text{m}$$

2. Để xác định cột nước giới hạn khi xuất hiện chân không tại mặt cắt co hẹp của vòi, ta viết phương trình Bécnu-li tại mặt thoáng và mặt cắt co hẹp:

$$H = -\frac{p_a}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + h_{cl},$$

$-h_{cl}$ : tổn thất cục bộ của vòi lưu tuyến,  $h_{cl} = \zeta \frac{v_1^2}{2g}$

Ta có:

$$H = -\frac{p_a}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + \zeta \frac{v_1^2}{2g} = -\frac{p_a}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} (1 + \zeta);$$

$$\frac{v_1^2}{2g} = \frac{H + 10}{1 + \zeta}. \quad (1)$$

Viết phương trình Bécnu-li tại mặt thoáng và mặt cắt ra của vòi:

$$H = \frac{v_2^2}{2g} + h_{c1} + h_{c2},$$

trong đó

$$h_{c2} = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g},$$

Vậy:

$$H = \frac{v_2^2}{2g} + \zeta \frac{v_1^2}{2g} + \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g} \quad (2)$$

Đem (1) thay vào (2) và chú ý rằng  $v_1 = v_2 \frac{D^2}{d^2}$ , ta có:

$$H = \frac{H + 10}{1 + \zeta} \cdot \frac{d^4}{D^4} \left[ (1 + \zeta) \frac{D^4}{d^4} + 2 \left( 1 - \frac{D^2}{d^2} \right) \right]$$

$$H = \frac{10 \left[ 1 + \frac{2 \left( 1 - \frac{D^2}{d^2} \right)}{(1 + \zeta) \frac{D^4}{d^4}} \right]}{1 - \left[ 1 + \frac{2 \left( 1 - \frac{D^2}{d^2} \right)}{(1 + \zeta) \frac{D^4}{d^4}} \right]} =$$

$$= \frac{10 \left[ 1 + \frac{2 \left( 1 - \frac{113^2}{80^2} \right)}{(1 + 0,04) \frac{113^4}{80^4}} \right]}{1 - \left[ 1 + \frac{2 \left( 1 - \frac{113^2}{80^2} \right)}{(1 + 0,04) \frac{113^4}{80^4}} \right]}$$

$$H = 10,8\text{m}$$

**Ví dụ 4-18. Dòng chảy qua lỗ tiết lưu.**

Xăng từ một bình chứa chảy qua một lỗ chắn tiết lưu  $d_0 = 2\text{mm}$  vào bầu ổn định mức xăng.

Tính đường kính  $d$  của dòng chảy qua lỗ chắn và lưu lượng  $Q$  khi cột áp  $H = 0,4\text{m}$ ; lỗ mở hoàn toàn. Trong bài giải dùng biểu đồ quan hệ  $\mu - Re$  độ nhớt của xăng  $\nu = 0,93\text{cSt}$ .

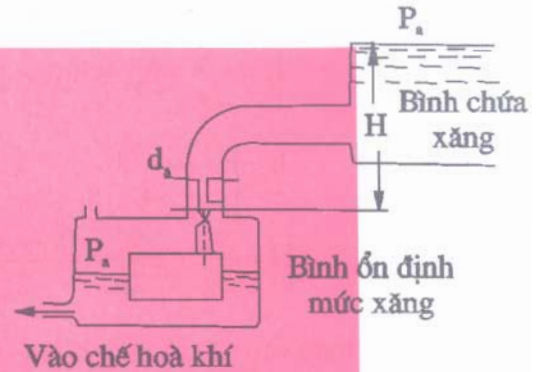
**Giải:** Công thức tính lưu lượng qua lỗ:

$$Q = \mu F_0 \sqrt{2gH_0}$$

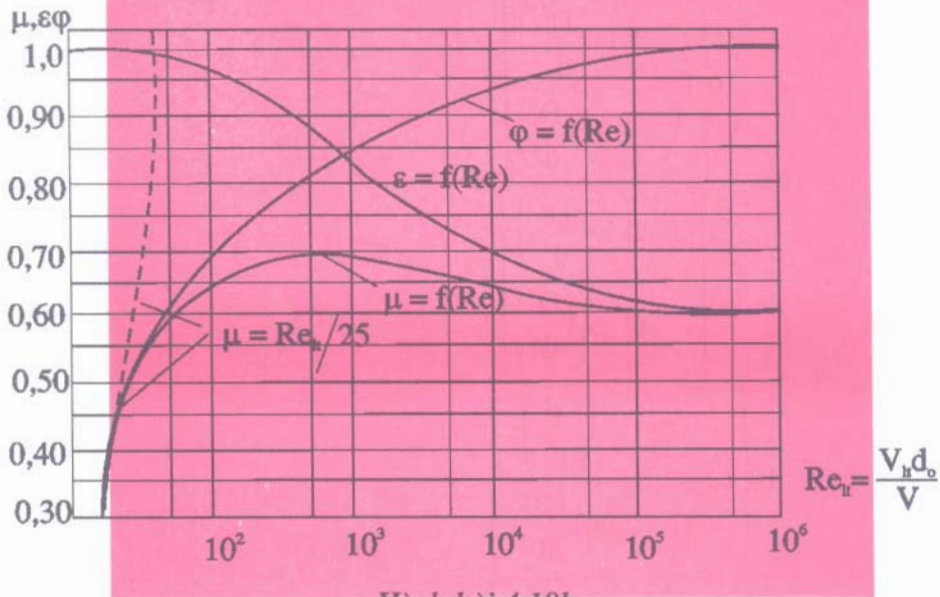
Nếu bỏ qua vận tốc  $v_0$  trong bình ta có:

$$Q = \mu F_0 \sqrt{2gH}$$

Đối với ống tròn hệ số  $\mu$  và  $\varepsilon$  phụ thuộc vào số Rây-nôn  $Re_1 = \frac{\sqrt{2gH} \cdot d_0}{\nu}$  (hình 4-18b hoặc hình 5-11 bis G.T TL và MTL tập I, trang 155)



Hình bài 4.18a



Hình bài 4.18b

Ta xác định  $Re_1 = \frac{\sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 0,4} \cdot 0,002}{0,93 \cdot 10^{-6}} = 6000$ .

Tra được  $\mu = 0,645$  và  $\varepsilon = 0,73$ .

Thay vào ta có:

$$Q = 0,645 \cdot \frac{3,14 \cdot 0,002^2}{4} \cdot \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 0,4}$$

$$Q = 0,00000568 \text{ m}^3/\text{s} = 5,68 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s} = 5,68 \text{ cm}^3/\text{s}$$

Diện tích dòng tia F được xác định bằng  $F = F_0 \varepsilon$

Vậy:  $d' = d_0^2 \varepsilon$

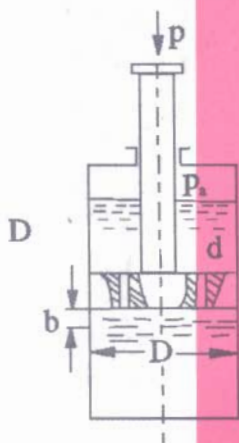
hay là:  $d = d_0 \sqrt{\varepsilon}$

$$d = 0,002 \cdot \sqrt{0,73}$$

$$d = 0,00171 \text{ m} = 1,71 \text{ mm}$$

#### Ví dụ 4-19. Bộ giảm xóc dầu.

Một bộ giảm xóc gồm: xylanh chứa dầu trọng lượng riêng  $\gamma = 848 \text{ daN/m}^3$ , pittông đường kính  $D = 200 \text{ mm}$  trên đó có hai lỗ lưu thông dầu đường kính  $d = 10 \text{ mm}$ . Vòng đệm kín của pittông rộng  $b = 25 \text{ mm}$  có hệ số ma sát  $f = 0,15$ , lắp trên mặt pittông.



Phụ tải đè lên pittông  $P = 11,75 \cdot 10^3 \text{ daN}$ . Hệ số lưu lượng qua các lỗ lưu thông dầu  $\mu = 0,6$ . Tính vận tốc di chuyển của pittông.

**Giải:** Tốc độ pittông được xác định bằng công thức:

$$v = \frac{2Q}{\Omega}$$

trong đó:  $Q$  là lưu lượng chất lỏng đi qua một lỗ ở pittông;

$\Omega$  là diện tích mặt pittông.

Xác định lưu lượng  $Q$ :

Hình bài 4.19

$$Q = \mu F \sqrt{2gH}$$

$F$ : diện tích lỗ.

Ta có:  $H = \frac{p_1}{\gamma}$ ,  $p_1 = \frac{P - P_{ms}}{\Omega}$ ,  $P_{ms}$  là lực ma sát gây nên bởi đệm lót kín của pittông và được tính bằng  $P_{ms} = Nf = p_1 F' f$  với  $F'$  là diện tích của vành đệm lót kín,  $F' = \pi D b$ .

Cuối cùng ta có:

$$p_1 = \frac{P - p_1 F' f}{\Omega}$$



$$p_1 = \frac{P}{\Omega + F'f} = \frac{117500}{\frac{3,14 \cdot 0,2^2}{4} + 3,14 \cdot 0,2 \cdot 0,025 \cdot 0,15}$$

$$p_1 = 35,6 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2;$$

$$H = \frac{p_1}{\gamma} = \frac{35,6 \cdot 10^5}{8480} = 4,2 \cdot 10^2 \text{ m.}$$

$$Q = 0,6 \cdot \frac{3,14 \cdot 0,01^2}{4} \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 4,2 \cdot 10^2}$$

$$Q = 4,27 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 / \text{s}$$

$$v = \frac{2 \cdot 4,27 \cdot 10^{-3}}{\frac{3,14 \cdot 0,2^2}{4}} = 0,272 \text{ m/s}$$

#### Ví dụ 4.20. Bộ giảm xóc dầu – khí nén

Một bộ giảm xóc dầu – khí nén với đường kính xylanh  $D = 120 \text{ mm}$  lúc ban đầu được nạp khí áp suất  $p_0 = 32 \text{ at}$ ; lúc đó thể tích khí có chiều cao  $a_0 = 150 \text{ mm}$ .

Lỗ tiết lưu dầu đường kính  $d = 2,2 \text{ mm}$ , hệ số lưu lượng  $\mu = 0,8$ .

Trọng lượng riêng của dầu  $\gamma = 1100 \cdot 9,81 \text{ N/m}^3$  (hỗn hợp cồn – glixêrin).

Tính thời gian hạ thấp (tụt xuống) của xylanh và độ giảm của chiều cao thể tích khí nén khi có tải trọng không đổi  $G = 4900 \text{ daN}$  tác động đột ngột lên bộ giảm xóc.

**Giải:** Nếu trong thời gian  $dt$ , xylanh hạ thấp xuống một đoạn  $dx$  thì ta có phương trình vi phân chuyển động của chất lỏng trong xylanh như sau:

$$-Fdx = Qdt \quad (1)$$

$F$  – diện tích pittông;

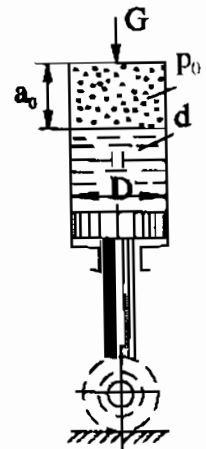
$Q$  – lưu lượng chất lỏng chảy qua lỗ tiết lưu.

Mặt khác ta có thể tính lưu lượng qua lỗ tiết theo công thức sau:

$$Q = \mu f \sqrt{2g \frac{p_1 - p}{\gamma}} \quad (2)$$

$p_1$  - Áp suất của pittông tính theo công thức  $p_1 = \frac{G}{F}$ ;

$p$  - Áp suất của không khí trong xylanh ứng với độ cao của không khí trong xylanh là  $x$  (tại thời điểm ban đầu độ cao của thể tích không khí trong xylanh là  $a_0$ )



Hình bài 4.20

$p$  được tính theo công thức:  $p = (p_0 + p_a) \frac{a_0}{x} - p_a$  với  $p_a$  là áp suất khí quyển và bằng 1at.

Gọi  $a_1$  là độ cao của không khí trong xylanh khi áp suất không khí bằng  $p_1$  ta có biểu thức sau:

$$p_1 = (p_0 + p_a) \frac{a_0}{a_1} - p_a$$

vậy 
$$a_0 = a_1 \left( \frac{p_1 + p_a}{p_0 + p_a} \right) \quad (3)$$

$$a_1 = a_0 \left( \frac{p_0 + p_a}{p_1 + p_a} \right) \quad (4)$$

$$p_1 = \frac{49000}{\frac{3,14 \cdot 0,12^2}{4}} = 433 \text{N/cm}^2$$

$$a_1 = 0,15 \cdot \frac{(32+1)9,81}{433+1 \cdot 9,81} = 0,11 \text{m} = 11 \text{cm}.$$

Thay các giá trị vào (2) có:

$$Q = \mu f \sqrt{2g \frac{p_1 - \left[ (p_0 + p_a) \frac{a_0}{x} - p_a \right]}{\gamma}}$$

$$Q = \mu f \sqrt{\frac{2g}{\gamma} (p_1 + p_a) \left( \frac{x - a_1}{x} \right)} \quad (6)$$

Thay  $Q$  tính từ (6) vào (1) và biến đổi, ta có:

$$dt = - \frac{F}{\mu f \sqrt{2g \frac{p_1 + p_a}{\gamma}}} \cdot \sqrt{\frac{x}{x - a_1}} dx,$$

$$t = - \frac{F}{\mu f \sqrt{2g \frac{p_1 + p_a}{\gamma}}} \int_{a_0}^{a_1} \sqrt{\frac{x}{x - a_1}} = - \frac{F}{\mu f \sqrt{2g \frac{p_1 + p_a}{\gamma}}} \times$$

$$\times \left\{ a_1 \ln \sqrt{a_1} - \left[ \sqrt{(a_0 - a_1)a_0} + a_1 \ln(\sqrt{a_0} + \sqrt{a_0 - a_1}) \right] \right\}$$

Thay số lấy đơn vị dài là cm:

$$t = -\frac{0,12^2}{0,8 \cdot 0,25^2 \sqrt{2,9,81 \cdot \frac{(433 + 9,81)}{0,0011,9,81}}} \left\{ 1 \ln \sqrt{11} - [\sqrt{(15-11)15} + 1 \ln(\sqrt{15} + \sqrt{15-11})] \right\}$$

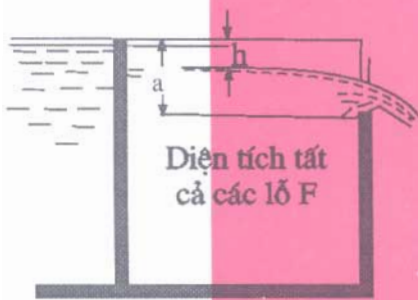
$$t = -0,321(13,2 - 27,2) = 4,5s$$

- Thời gian hạ thấp của xylanh:  $t = 4,5s$ .

- Độ giảm chiều cao của thể tích khí nén:

$$a_0 - a_1 = 150 - 110 = 40mm.$$

#### Ví dụ 4-21. Dùng đập tràn đo lưu lượng



Hình bài 4.21

Nước chảy qua một đập tràn thành mỏng hình chữ nhật, bề rộng  $b = 0,8m$  dùng để đo lưu lượng. Trước đập tràn đặt một tấm lửng có khoan nhiều lỗ tổng diện tích là  $F = 0,25m^2$ . Các lỗ khoan coi như những lỗ sắc cạnh làm việc độc lập, dòng chảy qua đó là ngập với hệ số lưu lượng  $\mu = 0,6$ .

Khi dòng chảy ổn định, mức nước trước tấm lửng cao hơn đỉnh đập  $a = 400mm$ , không có co hẹp bên, hệ số lưu lượng của đập lấy bằng  $m = 0,12$ . Hỏi:

1. Lưu lượng qua đập tràn.

2. Tổn thất cột áp h khi qua tấm lửng.

Bỏ qua ảnh hưởng của các vận tốc đến gần.

**Giải:** Lưu lượng qua đập tràn chính là bằng lưu lượng qua tất cả các lỗ khoan trên tấm lửng. Vì các lỗ khoan được coi như những lỗ thành mỏng sắc cạnh làm việc độc lập với hệ số lưu lượng  $\mu = 0,6$  nên có thể coi như lưu lượng tổng cộng qua tất cả các lỗ ấy bằng lưu lượng qua một lỗ có diện tích bằng tổng của các diện tích lỗ ấy, tức là bằng  $F = 0,25m^2$ . Hệ số lưu lượng của lỗ tương đương này cũng bằng  $\mu = 0,6$ . Dòng chảy qua các lỗ của tấm lửng do độ chênh cột nước  $h$  trước và sau tấm lửng tạo nên.

Dòng chảy qua đập tràn do cột nước trên đỉnh đập tạo nên: cụ thể cột nước ấy bằng  $a - h$ . Vậy ta có phương trình cân bằng lưu lượng:

$$\mu F \sqrt{2gh} = mb(a - h) \sqrt{2g(a - h)} \quad (1)$$

tương đương với phương trình bậc ba;

$$\left( \frac{\mu F}{mb} \right)^2 h = (a - h)^3 \quad (2)$$

Giải phương trình (2) bằng phương pháp đồ thị hoặc tính thử dần. Ở đây dùng phương pháp tính thử dần.

Đặt:

$$y_1 = \left( \frac{\mu F}{mb} \right)^2 h = \left( \frac{0,6 \cdot 0,25}{0,42 \cdot 0,8} \right)^2 ; h = 0,1998h \approx 0,2h$$

$$y_2 = (a - h)^3 = (0,4 - h)^3$$

Lập bảng tính  $y_1$  và  $y_2$  theo  $h$ :

$h$	- 0,2	- 0,1	0	+0,1	+0,2	+0,4	+1
$y_1 \approx 0,2h$			0	+0,02	+0,04		0,2
$y_2 = (0,4 - h)^3$	+0,216	+0,125	+0,064	+0,027	+0,008	0	- 0,216

Ta thấy trị số của  $h$  ở trong khoảng 0,1 đến 0,2 gần 0,1 hơn. Tính thêm 3 trị số của  $y_1$  và  $y_2$  ứng với  $h$  bằng 0,12; 0,11; 0,115.

Với  $h = 0,12$ , có  $y_1 = 0,024$ ;  $y_2 = 0,0219$ .

$h = 0,11$ , có  $y_1 = 0,022$ ;  $y_2 = 0,024$ .

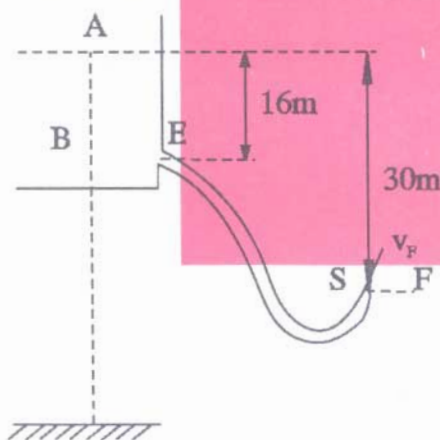
$h = 0,115$ , có  $y_1 = 0,023$ ;  $y_2 = 0,023$ .

Vậy lưu lượng qua đập  $Q = \mu F \sqrt{2gh} = 0,6 \cdot 0,25 \sqrt{19,6 \cdot 0,115} = 0,225 \text{ m}^3/\text{s}$ .

Tổn thất cột nước qua tấm lảng  $h = 0,115 \text{ m}$ .

#### Bài 4-1. Nguồn cung cấp nước cho một vòi phun.

Nước từ một bể chảy vào ống đường kính  $D = 8 \text{ cm}$  qua vòi F lắp ở cuối ống. Vòi có đường kính miệng ra  $d = 4 \text{ cm}$ . Bỏ qua tổn thất thủy lực; lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ;  $\alpha = 1$ .



Hỏi:

1. Vận tốc nước ra khỏi vòi;
2. Lưu lượng nước chảy qua vòi;
3. Áp suất thủy tĩnh tại các điểm E (ống nối vào bể) và điểm S (sát mặt cát ra của vòi);
4. Vẽ đường năng, đường đo áp của hệ thống.

ĐS: 1.  $v_F = 24,5 \text{ m/s}$

2.  $q_F = 31 \text{ l/s}$ .

3.  $p_E = 8,125 \text{ mH}_2\text{O}$ ;

4.  $p_S = 28,125 \text{ mH}_2\text{O}$ .

Bài 4.1

**Bài 4-2. Lưu lượng kế vòng chắn.**

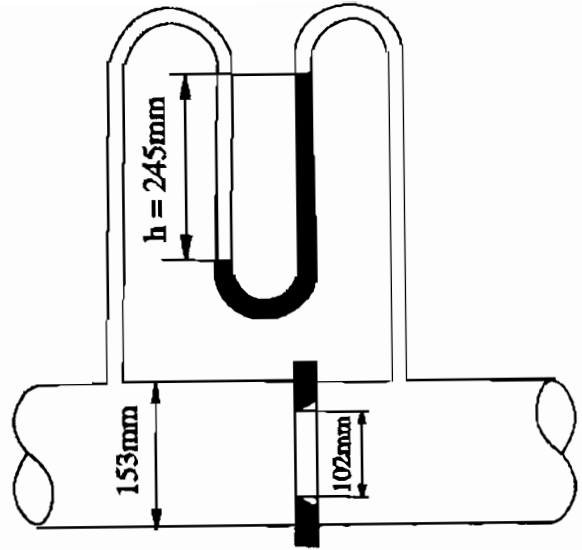
Tính chính xác lưu lượng nước chảy qua một đường ống  $D = 153\text{mm}$  có lắp lưu lượng kế vòng chắn  $d = 102\text{mm}$  với hai ống đo áp lắp cách vòng chắn khoảng cách  $D$  và  $D/2$ . Độ chênh cột thủy ngân trong áp kế  $h = 254\text{mm}$ . Công thức tính lưu lượng:

$$Q = C_d \frac{\pi d^2}{4} E \sqrt{2g \frac{\Delta p}{\gamma}}$$

$$E = \frac{1}{\sqrt{1-m^2}}; m = \left(\frac{d}{D}\right)^2$$

$$C_d = cz_1 z_2,$$

$$c = 0,607; z_1 = z_2 = 1.$$



**Bài 4.2**

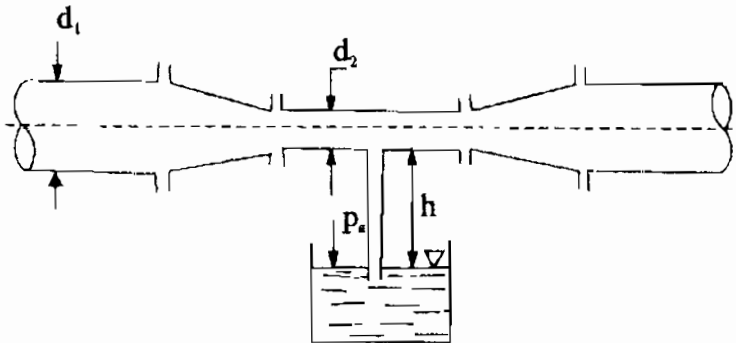
*Hướng dẫn:* Đổi cột thủy ngân  $h$  thành

cột nước  $\frac{\Delta p}{\gamma} = h(\gamma_m - \gamma_n) \frac{1}{\gamma_n}$

ĐS:  $Q = 0,0434\text{m}^3/\text{s}$ .

**Bài 4-3. Dùng ống co hẹp để hút nước.**

Một ống dẫn nằm ngang có đường kính  $d_1 = 50\text{mm}$ ; đường kính chỗ ống bị thu hẹp  $d_2 = 25\text{mm}$ . Từ chỗ ống co hẹp người ta nối một ống nhỏ cắm vào một bình hở chứa nước (hình B-4-3).



**Bài 4.3**

Xác định chiều cao  $h$  để nước có thể được hút từ bình lên ống.

Cho biết áp suất dư tại mặt cắt ống trước chỗ co hẹp  $p_1 = 0,784\text{N}/\text{cm}^2$  lưu lượng trong ống nằm ngang  $Q = 2,7\text{l}/\text{s}$ . Bỏ qua tổn thất.

ĐS:  $h = 650\text{mm}$ .

#### Bài 4-4. Ống xi phông

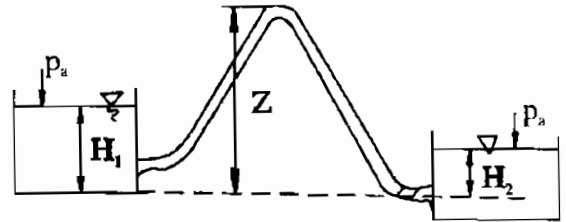
Xác định áp suất chân không  $p_{ck}$  tại điểm cao nhất của ống xi phông và tính lưu lượng nước trong ống. Cho biết  $d = 150\text{mm}$ ,  $H_1 = 3,3\text{m}$ ;  $H_2 = 1,5\text{m}$ ;  $z = 6,8\text{m}$ . Tổn thất cột nước từ bể vào ống bằng  $0,6\text{m}$  cột nước,

từ ống ra bể bên phải  $h_{cdm} = \zeta_{dm} \frac{v^2}{2g}$  trong đó

$\zeta_{dm} = 1$ ; các tổn thất khác bỏ qua.

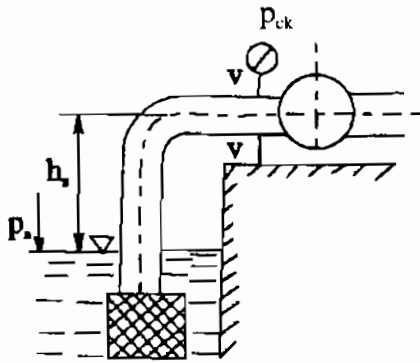
$$\text{ĐS: } Q = 86\text{l/s};$$

$$p_{ck} = 0,53\text{at}.$$



Bài 4.4

#### Bài 4-5. Độ cao đặt bơm.



Bài 4.5

Bơm ly tâm hút nước từ giếng lên. Áp suất tại mặt nước giếng là  $p_a$ . Lưu lượng bơm  $Q = 25\text{l/s}$ . Tại miệng vào bơm có áp suất chân không  $p_{ck} = 6,87 \cdot 10^{-4}\text{Nm}^2 = 6,87\text{N/cm}^2$ , ống hút có đường kính  $d = 0,15\text{m}$ . Tổn thất trong ống hút  $h_w = 1\text{m}$  cột nước. Xác định độ cao đặt bơm  $h_s$  (khoảng cách thẳng đứng từ trục bơm tới mặt nước giếng).

Chú ý: bỏ qua vận tốc tại mặt giếng;  $g = 10\text{m/s}^2$ .

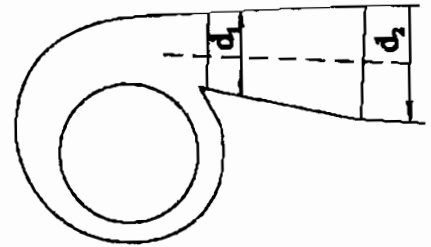
$$\text{ĐS: } 5,77\text{m}.$$

#### Bài 4-6. Áp suất tại miệng ra của quạt.

Một quạt gió lưu lượng  $3000\text{m}^3/\text{h}$  ( $\gamma = 11,77\text{N/m}^3$ ) ở đầu ống lọc có  $d_2 = 300\text{mm}$ . Xác định áp suất không khí ở đầu ống lọc.

Bỏ qua sự biến đổi của trọng lượng riêng không khí theo  $p$  và bỏ qua tổn thất tại ống lọc;  $g = 9,81\text{m/s}^2$ .

$$\text{ĐS: } 1317\text{N/m}^2.$$



Bài 4.6

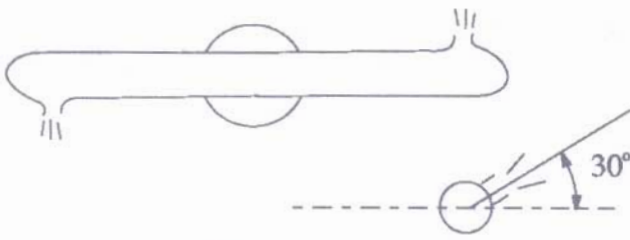
#### Bài 4-7. Trọng lượng của quạt bàn.

Một quạt bàn  $\Phi 305\text{mm}$  có lưu lượng không khí  $56,5\text{m}^3/\text{ph}$ . Muốn cho quạt đứng cố định, tính trọng lượng tối thiểu của nó biết rằng hệ số ma sát giữa đế của nó và bàn là  $0,1$ .

Trong khi tính giả thiết dòng khí ở trước quạt (thượng lưu) lớn hơn diện tích tích dòng tại quạt khoảng  $10\%$  và mật cắt dòng ở hạ lưu bé hơn dòng tại quạt khoảng  $10\%$ ;  $\rho_{kk} = 1,22\text{kg/m}^3$ .

$$\text{ĐS: } 30\text{N}.$$

**Bài 4-8. Máy tưới tự quay.**



Một máy tưới tự động quay quanh trục thẳng đứng. Nó có hai vòi phun  $\Phi$  5mm cách xa nhau 60cm và hướng lên phía trên tạo một góc  $30^\circ$  so với mặt phẳng ngang (hình B 4-8).

Biết lưu lượng của máy tưới này là  $2\text{m}^3/\text{h}$ , tính vận tốc quay.

ĐS:  $n = 391\text{vg/ph.}$

**Bài 4.8**

**Bài 4-9. Phản lực lên đoạn ống cong.**

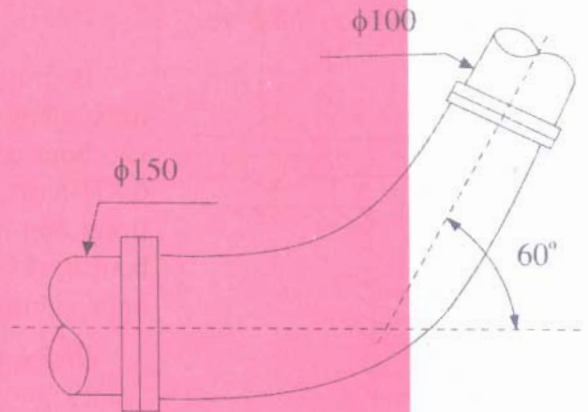
Một đoạn ống chuyển tiếp cong góc  $60^\circ$  lắp trên một đường ống dẫn nước nằm ngang với lưu lượng  $40\text{l/s}$ . Tại đầu vào áp suất là  $4\text{at}$ ,  $\Phi$  150mm; đầu ra  $\Phi$  100mm.

Xác định cường độ và hướng của lực nằm ngang tác động lên đoạn ống cong (bỏ qua tổn thất cột áp).

$g = 10\text{m/s}^2$ ;  $\rho_{\text{nước}} = 1000\text{kg/m}^3$ .

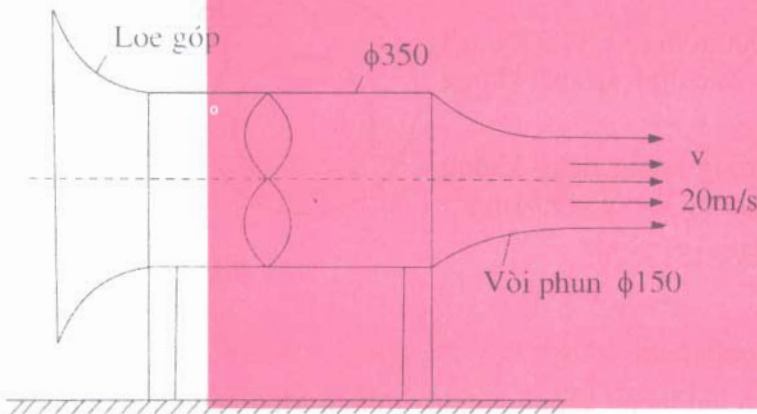
ĐS:  $F = 6220\text{N}$ .

$\alpha = 27^\circ$  với trục đoạn ống thượng lưu.



**Bài 4.9**

**Bài 4-10. Ống khí động thí nghiệm**



Một ống khí động thí nghiệm tạo một luồng không khí  $\Phi$  150mm vận tốc  $20\text{m/s}$ . Bỏ qua tính nén được của không khí, vận tốc vào trong đoạn góp và tất cả các tổn thất áp suất. Cho khối lượng riêng không khí  $\rho = 1,225\text{kg/m}^3$ . Hỏi:

1. Tính lực do ống khí động tác động lên giá.

2. Hợp lực của các lực khí động lên đoạn vòi phun,

**Bài 4.10**

biết rằng  $\Phi$  của đầu vào là 350mm.

3. Độ chênh áp suất khí động tại hai phía của quạt, suy ra lực đẩy của quạt lên trục của nó.

4. Tính theo hai phương pháp công suất có ích của quạt.

ĐS: 1) 8,66N. 2) 15,7N;

3)  $\Delta p = 245,2 \text{N/m}^2$ ;  $F = 23,6 \text{N}$ ;

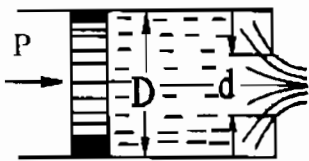
4)  $N = 86,6 \text{W}$ .

Cách thứ nhất, tính với  $\Delta p$ .

Cách thứ hai, tính với  $\rho \frac{v^2}{2g}$

**Bài 4-11.** Lực tác động lên xylanh.

Trong một xylanh thuỷ lực  $D = 60 \text{mm}$  pittông chịu tác động của một lực  $P = 3000 \text{N}$  đẩy qua một lỗ đáy xylanh  $d = 20 \text{mm}$ . Bỏ qua ma sát pittông xylanh.



**Bài 4.11**

Xác định lực tác động lên xylanh. Tỷ trọng của dầu  $\delta = 0,9$ . Hệ số lưu lượng qua lỗ  $\mu = 0,63$ . Công thức tính lưu lượng qua lỗ thành mỏng  $Q = \mu \omega \sqrt{\Delta h \cdot g}$  ( $\omega$ : diện tích lỗ;  $\Delta h$ : độ chênh cột áp). Hệ số co hẹp của lỗ  $\epsilon = 0,65$ .

ĐS: 2620N.

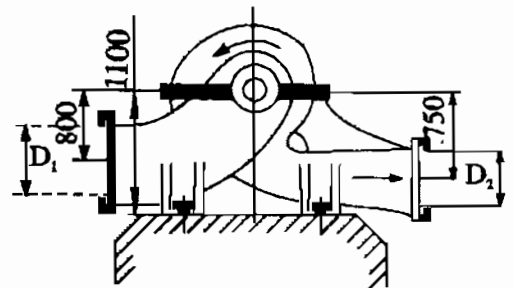
**Bài 4-12.** Lực của nước tác động lên bơm.

Bơm li tâm với ống hút  $D_1 = 700 \text{mm}$  dưới áp suất chân không bên phía hút  $p_1 = 20 \text{kN/m}^2$  cung cấp nước với lưu lượng  $Q = 1300 \text{l/s}$  qua đường ống đẩy  $D_2 = 500 \text{mm}$  dưới áp suất dư  $p_2 = 880 \text{kN/m}^2$ . Số vòng quay của bơm 960v/ph; công suất động cơ điện  $N_{dc} = 1250 \text{kW}$ .

Theo kích thước ghi trên hình B4.12, xác định lực (tổng cộng) do nước tác động lên bơm và mômen các lực ngoài đối với trục quay của nó.

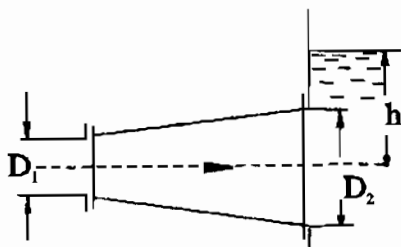
ĐS:  $R = 185 \text{kN}$ .

$M = 126 \text{kNm}$ .



**Bài 4.12**

**Bài 4-13.** Áp lực nước lên ống loe.



**Bài 4.13**

Nước chảy qua một đoạn chuyển tiếp hình loe, (đường kính vào  $D_1 = 250 \text{mm}$ , đường kính ra  $D_2 = 500 \text{mm}$ ) vào bể chứa dưới cột áp không đổi  $h = 4 \text{m}$ . Lưu lượng  $Q = 0,4 \text{m}^3/\text{s}$ .

1. Xác định lực dọc trục lên ống loe, biết rằng khi qua ống loe áp suất tại miệng ra bị giảm so với áp suất tại miệng vào và hệ số tổn thất của ống loe  $\varphi_1 = 0,25$ .



2. Áp suất chân không tại mặt thoáng của bình bằng bao nhiêu thì lực dọc trục ống triệt tiêu?

ĐS:  $R = 4,6\text{kN}$ .

$p_{ck} = 31,4\text{kN/m}^2$ .

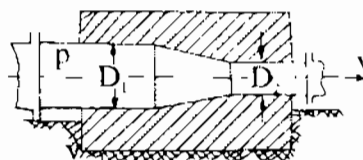
**Bài 4-14. Lực tác động lên bệ đỡ ống.**

Đoạn ống chuyển tiếp của một đường ống dẫn nước đặt trên bệ đỡ có đường kính vào  $D_1 = 1,5\text{m}$  và ra  $D_2 = 1\text{m}$ .

Tính lực dọc trục tác động lên bệ đỡ khi áp suất dư tại miệng vào  $p = 4\text{at}$  và lưu lượng nước  $Q = 1,8\text{m}^3/\text{s}$ .

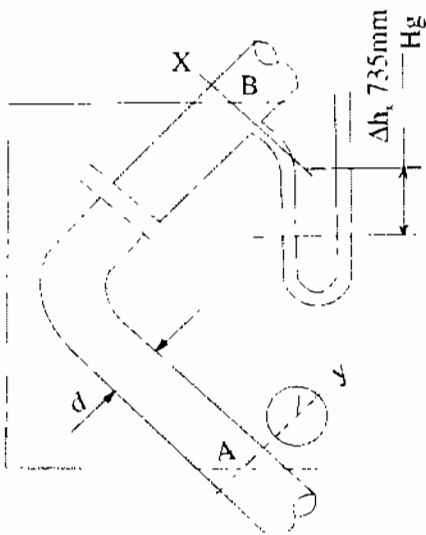
Bỏ qua tổn thất.

ĐS:  $R = 392\text{kN}$ .



**Bài 4.14**

**Bài 4-15. Phán đoán chiều dòng chảy trong ống kín.**



Trên một đường ống dẫn nước ( $\gamma = 9,8 \cdot 10^3$ ) đặt trong mặt phẳng thẳng đứng người ta xét đoạn giới hạn giữa hai mặt cắt Y-Y và X-X. Tại mặt cắt Y-Y (ở dưới) có lắp áp kế kim loại (manômet) đo được  $p_Y = 2,6\text{at}$ .

Tại mặt cắt trên X-X có lắp áp kế chữ U đựng thủy ngân và đo được độ chênh cột thủy ngân  $\Delta h_x = 735\text{mmHg}$ . Chiều cao từ Y-Y đến X-X là  $H = 15\text{m}$ . Đường kính ống không đổi. Dòng chảy ổn định. Coi như các trị số của áp suất đo được tại các tâm A; B của Y-Y và X-X.

**Hỏi:** 1. Nước chảy theo chiều nào (không cắt đoạn ống ra).

2. Tính tổn thất thủy lực.

**Bài 4.15**

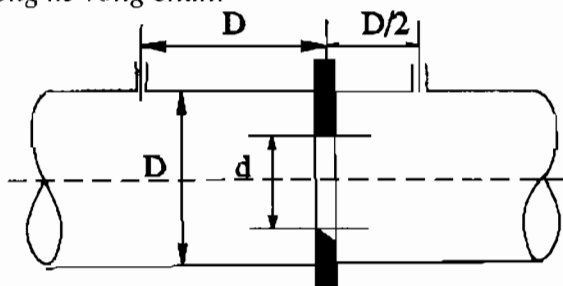
ĐS:  $h_w = h_d = 1\text{mH}_2\text{O}$ .

**Bài 4-16. Xác định kích thước của lưu lượng kế vòng chắn.**

Một lưu lượng kế vòng chắn được lắp trên đường ống  $D = 153\text{mm}$  đo lưu lượng khí đốt  $Q = 1700\text{m}^3/\text{h}$ . Độ chênh áp suất tương ứng trong các ống đo áp là  $748\text{N/m}^2$ . Khí đốt có các đặc tính sau đây:

- độ nhớt  $\nu = 1,44 \cdot 10^{-4}\text{N}\cdot\text{s/m}^2$ ;

- nhiệt độ  $t^0 = 289^0\text{K}$ ;



**Bài 4.16**

- tỷ trọng  $\delta = 0,5$ ; áp suất:  $p = 101000\text{N/m}^2$ .

Tính đường kính  $d$ .

*Hướng dẫn:* tính  $d$  từ công thức (3-37) “giáo trình thủy lực Máy thủy lực Tập I”. Nhưng phải tìm chiều cao cột khí đối  $\Delta h$  tương đương với độ chênh áp suất  $748\text{N/m}^2$ .

Như vậy, cần dùng phương trình trạng thái khí  $\frac{p}{\rho} = RT$  để tính khối lượng riêng của không khí (biết rằng  $R = 287\text{N.m/kg}^\circ\text{K}$  đối với không khí và suy ra khối lượng riêng của khí đối).

ĐS:  $d = 62\text{mm}$ .

#### Bài 4-17. Đo vận tốc gió bằng ống Pitô.

Một ống Pitô được đặt trong một luồng khí áp suất (tuyệt đối)  $p = 207000\text{N/m}^2$  và nhiệt độ  $t = 29,5^\circ\text{C}$ . Độ chênh cột thủy ngân trong áp kế chữ U lắp với ống Pitô là  $\Delta h = 33,3\text{mmHg}$ . Tỷ trọng của thủy ngân  $\delta = 13,6$ .

Tính vận tốc gió. (lấy  $R$  như trong bài 4-16)

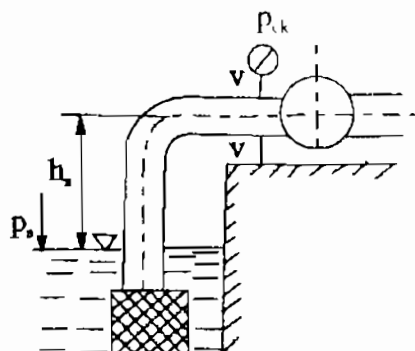
ĐS:  $61\text{m/s}$ .

#### Bài 4-18. Tính áp suất chân không trong bơm.

Một bơm nước có độ cao hút  $h_s = 5\text{m}$ , lưu lượng  $Q = 6\text{l/s}$ , đường kính ống  $d = 100\text{mm}$ . Yêu cầu xác định áp suất tại chỗ vào bơm. Cho biết tổn thất toàn bộ trên ống hút  $h_w = 0,32\text{m}$ .

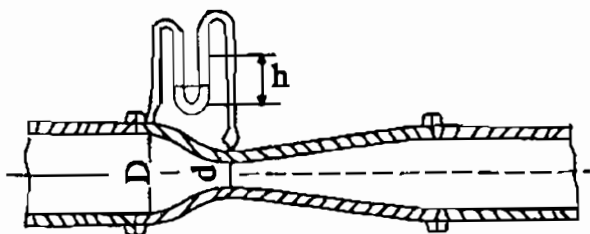
ĐS:  $p_{ck} = 0,535\text{at}$ .

$p_i = 0,465\text{at}$ .



Bài 4.18

#### Bài 4-19. Lưu lượng kế Venturi.

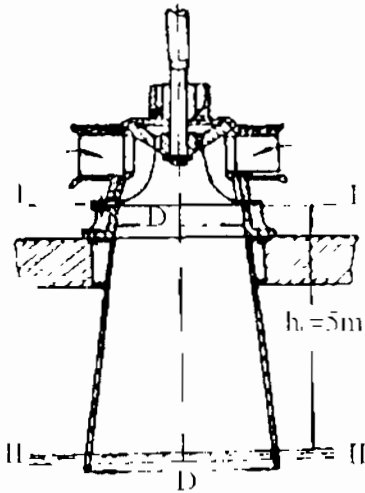


Bài 4.19

Ống đo lưu lượng Venturi có đường kính  $D = 200\text{mm}$ ,  $d = 80\text{mm}$ . Áp kế đo chênh lắp trên lưu lượng kế được đổ đầy thủy ngân và nước. Độ chênh mức thủy ngân trên áp kế  $h = 200\text{mm}$ , xác định lưu lượng  $Q$ . Hệ số lưu lượng của lưu lượng kế  $\mu = 0,98$ . Lấy  $\alpha = 1,1$ .

ĐS:  $Q = 0,0344\text{m}^3/\text{s}$ .

**Bài 4-20. Ống xả của tuabin thủy lực.**



**Bài 4.20**

Xác định độ chân không  $h_{ck}$  tại chỗ đầu ống xả (mặt cắt I – I) của tuabin  $Q = 1,5\text{m}^3/\text{s}$  (bỏ qua tổn thất thủy lực; lấy  $\alpha_1 = \alpha_2 = 1,1$ )  $h_b = 5\text{m}$ ;  $D_1 = 0,7\text{m}$ ;  $D_2 = 1,4\text{m}$ .

ĐS:  $h_{ck} = 5,8\text{m}$ .

**Bài 4-21. Lưu lượng của xăng bị ép chảy qua vòi.**

Một bình kín chứa xăng có gắn vòi trụ tròn tại đáy và chịu áp suất khí nén trên mặt thoáng. Đường kính vòi  $d = 50\text{mm}$ ; cột áp của xăng  $h = 1,5\text{m}$ , áp suất hơi xăng  $p_{hx} = 200\text{mm}$  cột thủy ngân, trọng lượng riêng xăng  $\gamma_x = 750\text{daN}/\text{m}^3$ .

1. Tính áp suất lớn nhất của không khí nén lên mặt thoáng của xăng để đảm bảo cho dòng chảy qua vòi tại mặt cắt ra vẫn được giữ đầy.

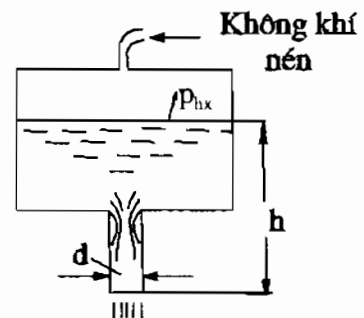
2. Lưu lượng trọng lượng  $G$  lúc ấy bằng bao nhiêu?

Lấy áp suất khí trời bằng  $730\text{mm}$  cột thủy ngân.

Cho hệ số lưu lượng  $\mu = 0,81$ , hệ số co hẹp  $\epsilon = 0,62$ .

Hướng dẫn: Xem giáo trình TL.MTL, tập I, công thức (5-27).

ĐS: 1)  $p_{max} = 0,83 \cdot 10^4 \text{N}/\text{m}^2$   
2)  $G = 186 \text{N}/\text{s}$ .



**Bài 4.21**

**Bài 4-22. Dòng chảy qua ống lọc.**

Nước chảy từ một bình xuống một bể qua một ống lọc (đường kính nhỏ  $d_1 = 100\text{mm}$ , đường kính lớn  $d_2 = 150\text{mm}$ ). Hệ số tổn thất tại đoạn vào ống lọc  $\zeta = 0,06$  và hệ số tổn thất trong đoạn lọc  $\varphi_1 = 0,2$ .

Mặt cắt co hẹp của ống lọc cao hơn mặt nước bể dưới  $H_2 = 1,2\text{m}$ , áp suất khí trời  $p_a = 1\text{at}$ .

Tính chiều cao  $H_1$  từ mặt cắt co hẹp đến mặt nước bình trên sao cho áp suất tuyệt đối tại mặt cắt co hẹp bằng không.

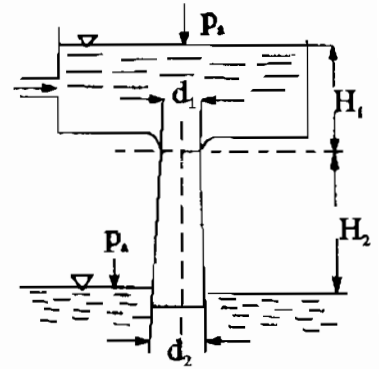
Hướng dẫn: Từ phương trình Bécnu-li viết cho hệ thống này ta có:

$$H_1 + H_2 = \zeta \frac{v_1^2}{2g} + \varphi_1 \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g} + \frac{v_2^2}{2g}$$

Điều kiện để có áp suất tuyệt đối bằng không tại mặt co hẹp cung cấp thêm phương trình:

$$H_1 + \frac{p_a}{\gamma} = \frac{v_1^2}{2g} (1 + \zeta)$$

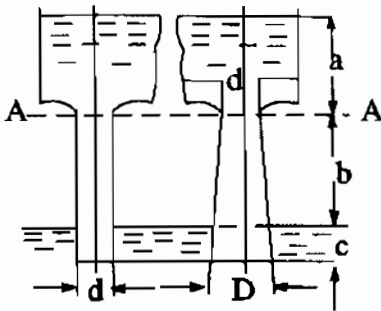
ĐS:  $H_1 = 2,6\text{m}$ .



Bài 4.22

**Bài 4-23. So sánh ống trụ tròn và ống loe.**

Nước chảy từ một bình trên xuống bể dưới qua hai ống: một ống trụ tròn đường kính  $d = 300\text{mm}$  và một ống loe đường kính vào cũng bằng  $d = 300\text{mm}$ , đường kính ra  $D = 600\text{mm}$ . Chiều cao các cột nước giữa bình và bể là:  $a = 0,8\text{m}$ ;  $b = 1,4\text{m}$  (từ sau đoạn vào các ống tại mặt cắt A - A);  $c = 0,6\text{m}$ . Hệ số tổn thất của đoạn vào  $\zeta_v = 0,05$ ; hệ số tổn thất trong ống loe  $\varphi_1 = 0,25$ ; hệ số ma sát trong ống tròn  $\lambda = 0,025$ .



Bài 4.23

1. So sánh lưu lượng chảy qua hai ống.
2. Tính áp suất tại mặt cắt A - A trong hai ống.

ĐS: 1) Lưu lượng qua ống loe bằng 2,2 lần lưu lượng qua ống trụ tròn.

2) Chân không tại mặt cắt A - A trong ống tròn bằng  $1,1 \cdot 10^4 \text{N/m}^2$ , trong ống loe bằng  $8,1 \cdot 10^4 \text{N/m}^2$ .

**Bài 4-24. Dòng chảy qua lỗ và vòi trong bình hai ngăn.**

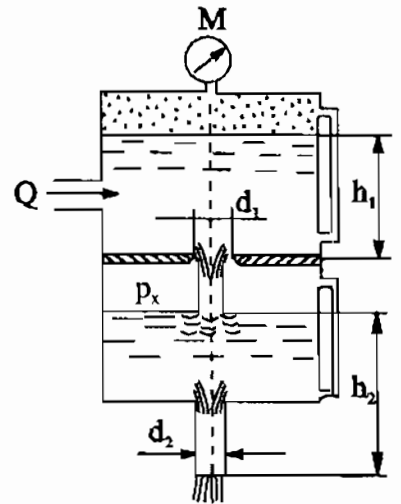
Một bình kín hai ngăn thông nhau bằng một lỗ thành mỏng đường kính  $d_1 = 30\text{mm}$  tại đáy của ngăn trên và có một vòi đường kính  $d_2 = 20\text{mm}$  lắp tại đáy ngăn dưới.

Nước được dẫn vào ngăn trên, chảy qua lỗ xuống ngăn dưới và thoát qua vòi ra ngoài trời. Khi dòng chảy đã ổn định áp suất không khí trên mặt thoáng của ngăn trên đo bằng áp kế kim loại là  $p_0 = 0,5\text{at}$ , cột nước trong các ống đo áp là  $h_1 = 2\text{m}$  (ngăn trên), và  $h_2 = 3\text{m}$  (ngăn dưới).

1. Xác định lưu lượng  $Q$  của dòng nước vào.
2. Tính áp suất  $p_x$  trên mặt thoáng của ngăn dưới.

Lấy  $g = 9,8\text{m/s}^2$ . Hệ số co hẹp  $\epsilon = 0,63$  (xem giáo trình TLMTL).

ĐS: 1)  $Q = 3,1\text{l/s}$ ; 2)  $p_x = 4,3 \cdot 10^4 \text{N/m}^2 = 0,44\text{at}$ .



Bài 4.24

**Bài 4-25.** Lưu lượng của khí qua vòi.

Chất khí trong một ống thẳng đứng phun ra ngoài trời qua hai vòi đường kính  $d = 10\text{mm}$  cách nhau một khoảng  $a = 100\text{m}$  và có trục thẳng góc với ống. Hệ số lưu lượng của vòi  $\mu = 0,95$  (đã có xét đến tổn thất trong các đoạn ống dẫn ngắn). áp kế chữ U dựng côn lắp ngang mặt cắt vòi dưới đo được cột áp  $h = 200\text{mm}$  côn (trọng lượng riêng  $\gamma_{\text{côn}} = 800\text{daN/m}^3$ ). Áp suất khí trời tại miệng ra của vòi phun dưới là  $p_a = 745\text{mm}$  thủy ngân. nhiệt độ không khí và chất khí trong ống là  $t = 20^\circ\text{C}$ . Hằng số khí của không khí  $R = 287\text{J/kg}^\circ\text{K}$  và của chất khí trong ống  $R = 530\text{J/kg}^\circ\text{K}$ .

Bỏ qua cột áp vận tốc và các tổn thất; trọng lượng riêng của không khí và của chất khí trong ống coi như không đổi theo chiều cao.

Tính lưu lượng khối của chất khí qua mỗi vòi.

*Hướng dẫn:* Trong công thức tính lưu lượng của khí qua vòi

$$Q = \mu F \sqrt{2aH}$$

phải tính  $H$  theo cột khí.

$$H = \frac{p - p_a}{g\rho_k} \text{ trong đó } p: \text{ áp suất tuyệt}$$

đối của khí trong ống;

$p_a$ : áp suất khí trời ngang miệng vòi;  $\rho_k$ : khối lượng riêng của khí.

Khối lượng riêng của không khí và của khí được xác định theo phương trình trạng thái:

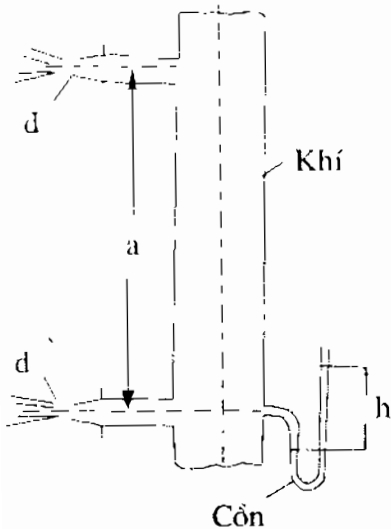
$$\frac{p}{\rho} = RT$$

trong đó:  $p$ : áp suất tuyệt đối;  $R$ : hằng số của khí;

$T$ : nhiệt độ tuyệt đối đo bằng độ  $^\circ\text{K}$ .

ĐS: Lưu lượng khối qua vòi dưới  $M_1 = 0,0034\text{kg/s}$ .

Lưu lượng khối qua vòi trên  $M_2 = 0,0039\text{kg/s}$ .



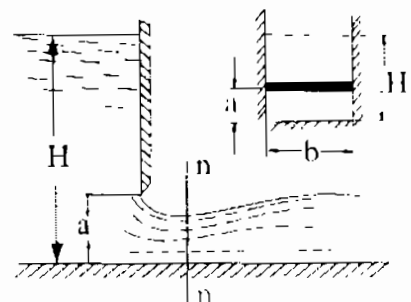
**Bài 4.25**

**Bài 4-26.** Lưu lượng qua cửa cống.

Tính lưu lượng chảy của một cửa cống, biết rằng cột áp trên cửa  $H = 4\text{m}$ , bề cao của cửa  $a = 0,8\text{m}$ , bề rộng cửa  $b = 2,4\text{m}$ . Lỗ không bị ngập và không bị co hẹp bên.

Trong mặt cắt  $n - n$  (trong đó áp suất phân bố theo quy luật thủy tĩnh) hệ số co hẹp  $\epsilon = 0,67$  và hệ số vận tốc  $\phi = 0,97$ . Bỏ qua vận tốc tới gần cửa.

ĐS:  $Q = 10,3\text{m}^3/\text{s}$ .



**Bài 4.26**

## Chương 5

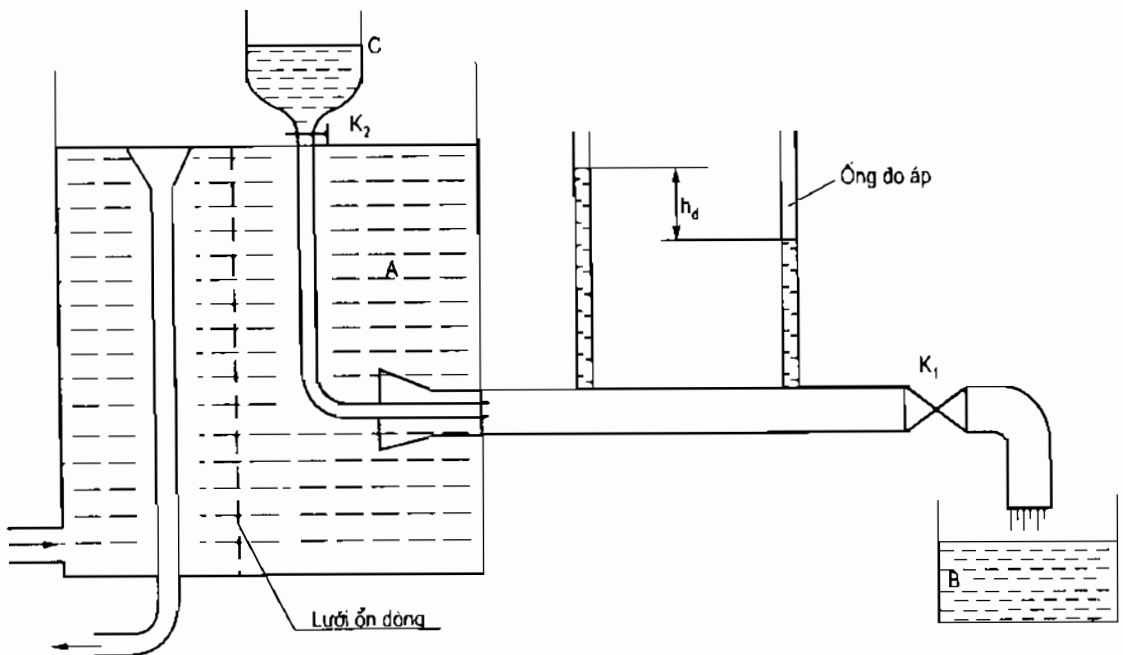
# CHUYỂN ĐỘNG MỘT CHIỀU CỦA CHẤT LỎNG KHÔNG NÉN ĐƯỢC

Trong chương 4 ta đã thành lập được hệ phương trình vi phân chuyển động của chất lỏng. Chương này xét cụ thể một số dạng chuyển động một chiều của chất lỏng không nén được như nước chảy trong ống, dầu trong các khe hẹp v.v... Từ đó rút ra những ứng dụng vào kỹ thuật.

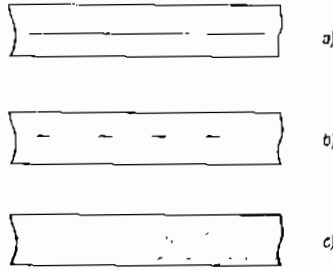
### §.5.1. TỶ SỐ TỶ THẤT NĂNG LƯỢNG TRONG DÒNG CHẢY

#### 1. Hai trạng thái chảy

O.Reynolds làm thí nghiệm vào năm 1883 và nhận thấy có hai trạng thái chảy khác biệt nhau rõ rệt. Thí nghiệm gồm một bình nước lớn A và một bầu nhỏ nước màu C - màu đỏ. Một ống thủy tinh trong suốt để trông thấy nước chảy (hình 5.1). Điều chỉnh khoá để nước màu đỏ chảy thành một sợi chỉ đỏ căng xuyên suốt ống thủy tinh, nghĩa là các lớp chất lỏng không trộn lẫn vào nhau, chảy thành tầng lớp. Đó là trạng thái chảy tầng (hình 5.1a). Tăng vận tốc dòng chảy, đầu tiên sợi chỉ đỏ bị đứt đoạn (hình 5.1b) gọi là chảy quá độ, sau đó chảy hỗn loạn hoà vào nước (hình 5.1c) gọi là chảy rối.



Hình 5.1



**Hình 5.1 (tiếp)**

Như vậy trạng thái dòng chảy phụ thuộc vào vận tốc  $v$ , độ nhớt động học  $\nu$  và đường kính ống  $d$ . Reynolds đã tìm ra tổ hợp 3 đại lượng ấy là một số không thứ nguyên mang tên ông: Số Rây-nôn:  $Re = \frac{vd}{\nu}$  và tìm được trị số trung bình của số  $Re$  tới hạn tương ứng với trạng thái chảy quá độ:  $Re_c = 2320$ .

Vậy:  $Re < 2320$ : chảy tầng

$Re > 2320$ : chảy rối

## 2. Quy luật tổn thất năng lượng trong dòng chảy

Nguyên nhân của tổn thất năng lượng có nhiều: tính nhớt của chất lỏng ( $\nu$ ), đoạn đường đi dài hay ngắn  $l$ , tiết diện dòng chảy ( $\omega$ ), trạng thái chảy v.v...

Để tiện tính toán, người ta quy ước chia thành hai dạng tổn thất: tổn thất dọc đường  $h_d$  và tổn thất cục bộ:  $h_c$ :  $h_w = \sum h_d + \sum h_c$

### a) Tổn thất dọc đường

Đácxi nhận thấy: Ở chảy tầng:  $h_d = k_1 v$

Ở chảy rối  $h_d = k_2 v^2$ ,

và ông đưa ra công thức chung vào năm 1856, gọi là công thức Đácxi:

$$h_d = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}$$

trong đó:

$l$  - chiều dài;  $d$  - đường kính ống;  $v$  - vận tốc trung bình.

$\lambda$  - hệ số tỉ lệ, gọi là hệ số ma sát. Nó phụ thuộc vào số  $Re$  và độ nhám thành ống  $n$ :

$$\lambda (Re, n)$$

Việc tính  $\lambda$  khá phức tạp. Có nhiều công thức bán thực nghiệm để tính. Người ta thường hay dùng đồ thị Nicurátze (hình 5.2).

Có 5 khu vực:

I. Chảy tầng  $\lambda = \frac{A}{Re}$ .

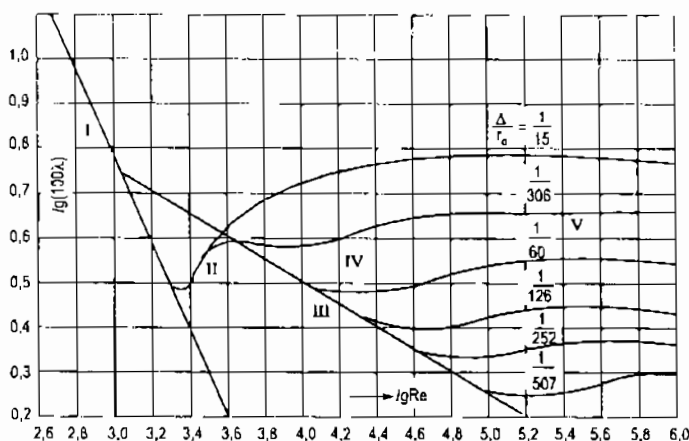
II. Chảy quá độ từ tầng sang rối: chưa có quy luật nào.

III. Chảy rối thành trơn:  $\lambda = f(Re)$ .

IV. Chảy quá độ từ thành trơn sang thành nhám:  $\lambda = f(Re, n)$ .

V. Chảy rối thành nhám:  $\lambda = f(n)$ .

Trong từng khu vực có công thức tính  $\lambda$  tương ứng (tham khảo Sổ tay Thủy lực).



Hình 5.2

b) Tổn thất cục bộ

Thường dùng công thức Vaizơbác:

$$h_c = \zeta \frac{v^2}{2g}$$

$\zeta$ - hệ số tỉ lệ, gọi là hệ số tổn thất cục bộ, thường được xác định bằng thực nghiệm. Nó phụ thuộc vào số Re và đặc trưng hình học vật cản. Ví dụ xét hai trường hợp (hình 5.3a và 5.3b)

Đột mở (hình 5.3a)

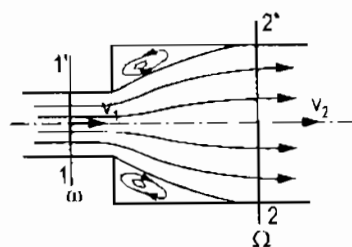
$$h_c = \zeta_1 \frac{v_1^2}{2g}; \zeta_1 = \left(1 - \frac{\omega}{\Omega}\right)^2;$$

$$h_c = \zeta_1' \frac{v_2^2}{2g}; \zeta_1' = \left(\frac{\Omega}{\omega} - 1\right)^2$$

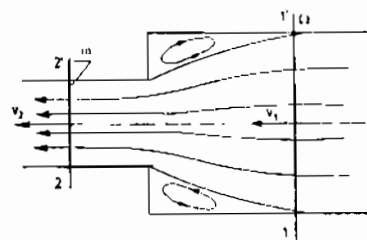
Đột thu (hình 5.3b):

$$h_c = \zeta_2 \frac{v_2^2}{2g}; \zeta_2 = 0,5 \left(1 - \frac{\omega}{\Omega}\right)$$

$$h_c = \zeta_1' \frac{v_1^2}{2g}; \zeta_1' = 0,5 \frac{\Omega}{\omega} \left(\frac{\Omega}{\omega} - 1\right)$$



Hình 5.3a



Hình 5.3b



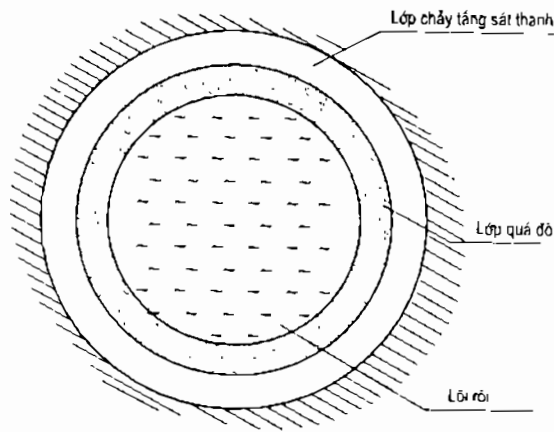
## §5.2. DÒNG CHẢY RỐI TRONG ỐNG

### 1. Cấu trúc dòng chảy rối trong ống

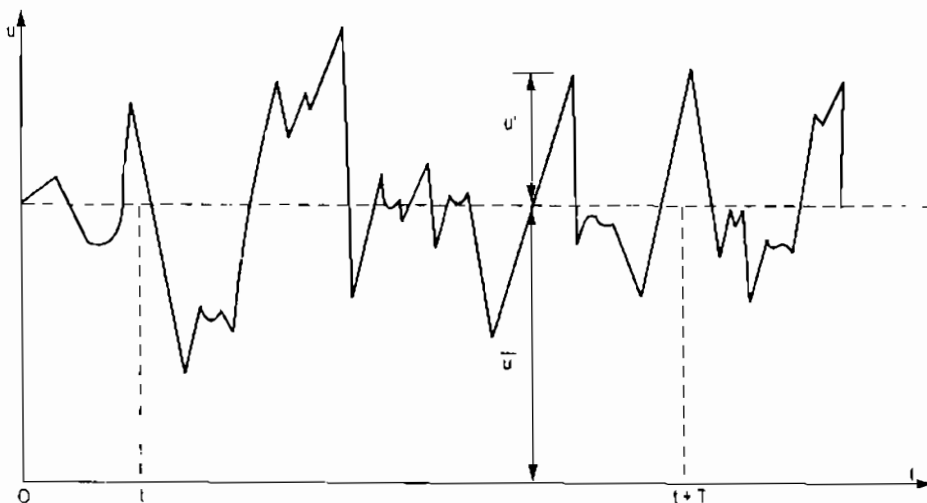
Thực nghiệm chứng tỏ dòng chảy rối trong ống gồm hai phần chính (hình 5.4a): lõi rối và lớp chảy tầng sát thành ống.

$$\delta_r = \frac{30d}{Re \sqrt{\lambda}}$$

Trong lõi rối, vận tốc điểm thay đổi về trị số và cả hướng theo thời gian. Nếu xét trong một khoảng thời gian tương đối dài  $T$ , thì thấy  $u$  dao động xung quanh một trị số không đổi  $\bar{u}$  (hình 5.4b) gọi là vận tốc trung bình thời gian:



Hình 5.4a



Hình 5.4b

$$\bar{u} = \frac{1}{T} \int_0^T u dt$$

Lúc đó vận tốc tức thời  $u = \bar{u} + u'$ ,  $u'$  gọi là vận tốc mạch động. Tương tự ta có:

$$p = \bar{p} + p'; \quad \rho = \bar{\rho} + \rho'$$

## 2. Phân bố vận tốc trong ống

Ở trạng thái chảy tầng, theo Newton  $\tau = \mu \frac{d\bar{u}}{dy}$ . Ở trạng thái chảy rối, người ta đưa

vào hệ số nhớt rối bổ sung  $\tau_r = (\varepsilon + \mu) \frac{d\bar{u}}{dy}$ .

Nhưng  $\varepsilon \gg \mu$ , nên  $\tau_r \equiv \tau = \varepsilon \frac{d\bar{u}}{dy}$

Giả thuyết về  $\varepsilon$  có nhiều, nhưng theo Prandtl

$$\varepsilon = \rho l^2 \frac{d\bar{u}}{dy}$$

Trong đó  $l = ky$  là chiều dài xáo trộn, đặc trưng cho sự chuyển động theo phương ngang của các phần tử chất lỏng;  $k = 0,4$ ;

$\frac{d\bar{u}}{dy}$  - gradient vận tốc trung bình thời gian.

Do đó:

$$\tau = \varepsilon \frac{d\bar{u}}{dy} = \rho l^2 \left( \frac{d\bar{u}}{dy} \right)^2$$

$$\frac{d\bar{u}}{dy} = \sqrt{\frac{\tau}{\rho}} \frac{1}{l} = u_* \frac{1}{l} \quad \text{với } u_* = \sqrt{\frac{\tau}{\rho}} \text{ vận tốc động lực}$$

$$d\bar{u} = \frac{u_*}{l} dy = \frac{u_*}{k} \frac{dy}{y}$$

$$\bar{u} = \frac{u_*}{k} \ln y + C \quad \text{Tại trục ống: } y = r : \bar{u} = \bar{u}_{\max}$$

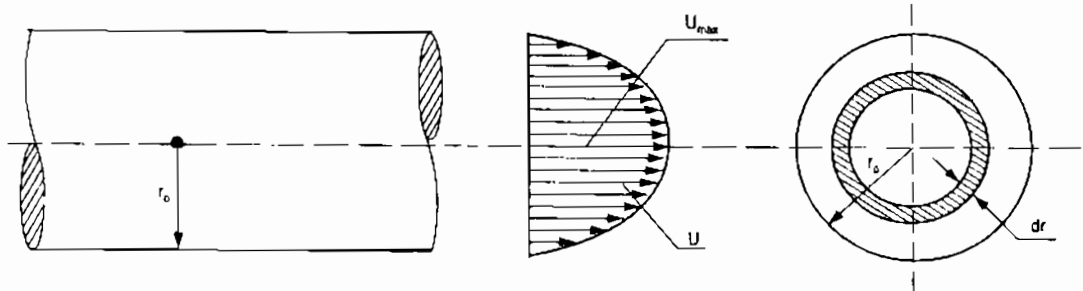
$$\rightarrow C = \bar{u}_{\max} - \frac{u_*}{k} \ln r$$

Vậy  $\bar{u} = \bar{u}_{\max} - \frac{u_*}{k} \ln \frac{r}{y}$  nghĩa là vận tốc biến thiên theo luật logarit, còn:

$$v = Q/\omega = 0,825 \bar{u}_{\max}$$

## §5.3 DÒNG CHẢY TẦNG TRONG ỐNG - DÒNG HAGEN - POADƠI

### 1. Phương trình vi phân chuyển động



Hình 5.5

Xét chuyển động một chiều ( $u \neq 0$ ) trong ống nằm ngang do độ chênh áp ( $p_1 > p_2$ ) của chất lỏng không nén được ( $\rho = \text{const}$ ) chuyển động dừng ( $\frac{\partial}{\partial t} = 0$ ), bỏ qua lực khối ( $\vec{F} = 0$ ) (hình 5.5). Với những điều kiện đó, xuất phát từ phương trình liên tục:  $\text{div } \vec{u} = 0$  và phương trình Navie-Stốc:

$$-\frac{1}{\rho} \text{grad} p + \nu \Delta \vec{u} = \frac{d\vec{u}}{dt}$$

Suy ra: 
$$-\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) = 0$$

$$\rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{1}{\mu} \frac{dp}{dx} = \text{const} = C \quad (5.1)$$

Ở đây cho hai vế bằng const, vì vế trái phụ thuộc vào  $y, z$ , còn vế phải không phụ thuộc vào chúng.

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{\Delta p}{l} = -\frac{\gamma h_w}{l} = -\gamma J \quad (5.2)$$

Trong đó:  $J$  - độ dốc thủy lực.

Để dễ tích phân phương trình (5.1), ta viết dưới dạng tọa độ trụ với giả thiết dòng chảy đối xứng trục:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{du}{dr} \right) = -\frac{1}{\mu} \frac{\Delta p}{l} \quad (5.3)$$

Với điều kiện  $r = 0$ :  $u$  hữu hạn

$$r = R_0 : u = 0$$

## 2. Phân bố vận tốc

Tích phân phương trình (5.3) với các điều kiện biên ta sẽ được phân bố vận tốc có dạng parabol.

$$u = \frac{\Delta p}{4\mu l} (R_0^2 - r^2)$$

Vận tốc max tại trục ống:  $u_{\max} = \frac{\Delta p}{4\mu l} R_0^2$

Ta tính được lưu lượng:  $Q = \int_0^{R_0} dQ = \int_0^{R_0} 2\pi r dr = \frac{\pi}{2} R_0^2 u_{\max}$

Vận tốc trung bình:  $v = \frac{Q}{\omega} = \frac{u_{\max}}{2}$

Độ chênh áp:  $\Delta p = \frac{8\mu l v}{\pi R_0^4} = \frac{8\mu l Q}{\pi R_0^4}$  (5.4)

Đó là định luật Hagen-Poiseuille, được áp dụng để tính độ nhớt (xem [4]).

Hệ số hiệu chỉnh động năng:

$$\alpha = \frac{\int u^3 d\omega}{v^3 Q} = 2$$

Phân bố ứng suất tiếp trong dòng chảy:

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} = \frac{\Delta p}{l} \frac{r}{2} = \tau_0 \frac{r}{R}$$

Với  $\tau_0 (r = R_0) = \frac{\Delta p}{l} \frac{R_0}{2} = \lambda J R$ ,  $R$  - bán kính thủy lực.

## 3. Tổn thất dọc đường của ống

$$h_w \cong h_d = \frac{\Delta p}{l} \text{ (theo (5.2))}$$

Thay  $\Delta p$  bằng (5.4):  $h_d = \frac{32}{\gamma d^5} l \mu v = \frac{128 \mu l Q}{\pi \gamma d^4}$  (5.5)

Từ (5.5) ta có hai nhận xét sau đây:

- Thứ nhất,  $h_d \sim v$ , nghĩa là như đã nêu ở §5.1: trong chảy tầng:  $h_d = k_1 v$ ;
- Thứ hai, với  $Q = \text{const}$ ,  $d = \text{const}$ , khi  $\mu$  giảm (do nhiệt độ tăng) thì  $h_d$  giảm, nghĩa là muốn tổn thất  $h_d$  ít thì hâm nóng chất lỏng (hâm nóng có mức độ).

Tiếp tục biến đổi (5.5) bằng cách thay  $\gamma = \rho g$  và nhân với  $\frac{2v}{2v}$  ta được:

$$h_d = \frac{64}{\text{Re}} \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}$$

Chính là công thức Darcy đã nêu trong công thức chảy tầng:

$$\lambda = \frac{64}{Re}; Re = \frac{vdp}{\mu}$$

## §5.4. DÒNG CHẢY TẦNG CÓ ÁP TRONG CÁC KHE HẸP

Trong kĩ thuật, giữa các chi tiết máy có những khe hở nên có sự rò rỉ của chất lỏng (xăng, dầu...) do chất lỏng làm việc dưới áp suất cao. Nên cần tính toán độ khít cần thiết của những khe hở đó, hạn chế lưu lượng rò rỉ, v.v...

### 1. Dòng chảy giữa hai tấm phẳng song song

Với những điều kiện như dòng chảy tầng trong ống (§5.3) và do khe hẹp nên  $u \equiv u(y)$ ; (hình 5.6).

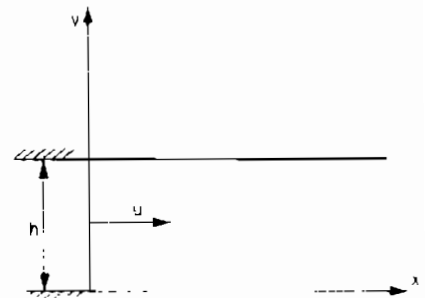
Phương trình vi phân chuyển động có dạng:

$$\frac{d^2u}{dy^2} = \frac{1}{\mu} \frac{dp}{dx}$$

Với điều kiện biên:  $y = 0; h; u = 0$ .

Sau khi tích phân ta sẽ được phân bố vận tốc có dạng parabol:

$$u = -\frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} y(h-y)$$



Hình 5.6

Vận tốc max (tại  $y = h/2$ )  $u_{max} = \frac{1}{8\mu} \frac{dp}{dx} h^2$

Lưu lượng  $Q = \int_0^h budy = -\frac{1}{12\mu} \frac{dp}{dx} h^3 = \frac{1}{12\mu} \frac{\Delta p}{l} h^3 b$

Vận tốc trung bình  $v = \frac{Q}{bh} = \frac{2}{3} u_{max}$

ở đây:  $b$ - bề rộng tấm phẳng;

$l$ - chiều dài của khe.

### 2. Dòng chảy dọc trục giữa hai trụ tròn

a) Mặt trụ đồng tâm

Ta dùng các kí hiệu sau đây (hình 5.7a).

$D_n$ - đường kính ngoài;  $D_t$ - đường kính trong

$D = \frac{D_n + D_t}{2}$  - đường kính trung bình.

$\delta = \frac{D_n - D_t}{2}$  - chiều dày của khe.



Hình 5.7a

Xét  $\delta \ll D/2$ ,  $l$  - chiều dài của đoạn dòng chảy cần xét. Áp dụng công thức (5.6) tính lưu lượng thay  $b = \pi D$ ,  $h = \delta$ , có:

$$Q \equiv Q_1 = \frac{\pi D \delta^3}{12\mu} \frac{\Delta p}{l}$$

b) *Mặt trụ lệch tâm*

Gọi  $\delta$ - chiều dày của khe hở khi mặt trụ đồng tâm;

$c$  - độ lệch tâm (hình 5.7b)

$\varphi$ - góc của 1 bán kính vectơ với đường qua tâm của hai mặt trụ (toạ độ cực  $O$  là tâm).

$a(\varphi)$  - khe hở theo bán kính vectơ ứng với  $\varphi$ .

Xét  $a \ll D$  nên

$$a = \frac{D_n}{2} - \frac{D_1}{2} + e \cos \varphi = \delta \left( 1 + \frac{e}{\delta} \cos \varphi \right)$$

Áp dụng (5.6) cho phân tố hình thang vuông:

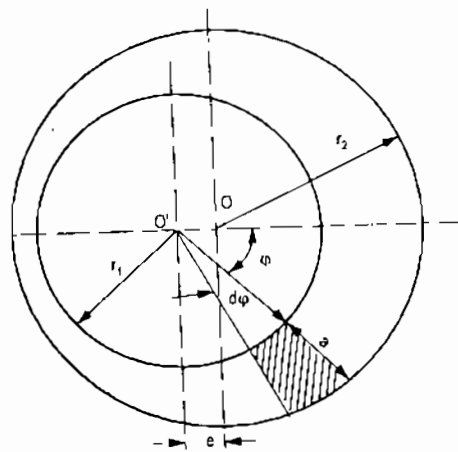
$$b = \frac{D}{2} d\varphi \quad a = h$$

$$dQ = \frac{\Delta p}{12\mu l} \frac{D}{2} \delta^3 \left( 1 + \frac{e}{\delta} \cos \varphi \right)^3 d\varphi$$

$$Q \equiv Q_2 = \int_0^{2\pi} dQ = \frac{\pi D \Delta p}{12\mu l} \delta^3 \left( 1 + \frac{3}{2} \frac{e^2}{\delta^2} \right) = Q_1 \left( 1 + \frac{3}{2} \frac{e^2}{\delta^2} \right)$$

Vậy  $Q_2 > Q_1$  và  $Q_2 = 2,5 Q_1$  khi độ lệch tâm lớn nhất ( $e = \delta$ ).

Ở đây có thể xét thêm bài toán lọc dầu, tức là dòng chảy tầng theo phương bán kính trong khe hẹp phẳng (xem [1] trang 181 - 184).



Hình 5.7b

## §5.5 DÒNG CHẢY TRONG KHE HẸP DO MA SÁT - CƠ SỞ CỦA LÝ THUYẾT BÔI TRƠN THUYẾT ĐỘNG

Ta gặp rất nhiều chuyển động do ma sát trong khe hẹp như chất lỏng chuyển động giữa pittông và xilanh, giữa con trượt và bàn trượt, giữa trục và ổ trục v.v... Cần phải tính lực ma sát và mômen cản.

### 1. Dòng chảy giữa hai mặt phẳng song song - bài toán Couét

Dòng chảy do ma sát (do tấm phẳng trên chuyển động với vận tốc  $U_1$  - hình 5.8) và do chênh lệch áp  $dp/dx \neq 0$ . Lúc đó phương trình vi phân chuyển động giống như §5.4.1 nhưng điều kiện biên khác khi  $y = h$ :  $u = U_1$ , nên:

$$u = \frac{U_1}{h} y - \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} y(h-y) \quad (5.7)$$

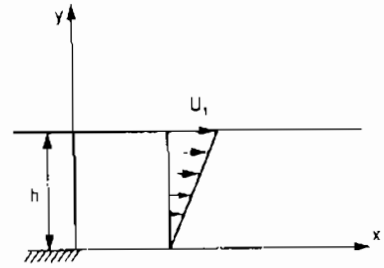
$$\text{và: } Q = \int_0^h u dy = \frac{U_1 h}{2} - \frac{1}{12\mu} \frac{dp}{dx} h^3 \quad (5.8)$$

Khi không có độ chênh áp ( $dp/dx = 0$ ).

$$u = U_1 \frac{y}{h}$$

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} = \mu \frac{U_1}{h}$$

Lực cản  $T = \tau \cdot S = \mu \frac{U_1}{h} S$ ;  $S$  - diện tích tấm phẳng.

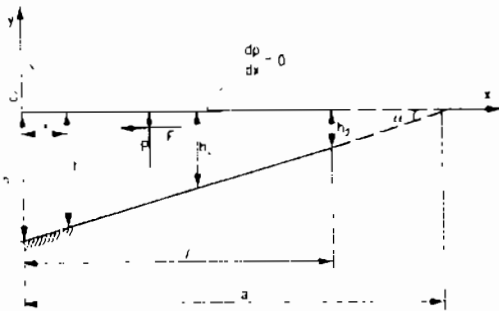


Hình 5.8

## 2. Bôi trơn hình nêm

Khi một tấm phẳng nghiêng đi một góc nhỏ  $\alpha$ , ta có hình nêm (hình 5.9). Lúc này, ngoài lực cản  $F$  còn có lực nâng  $P$ , nghĩa là cần tìm sự phân bố ứng suất tiếp và phân bố áp suất

Tương tự như bài toán Cuét (§5.5.1) ta tính được lưu lượng qua mặt cắt chiều cao  $h$ .



Hình 5.9

$$Q = \frac{U_1 h}{2} - \frac{1}{12\mu} \frac{dp}{dx} h^3 \quad (5.8)$$

$$\text{với } h = h(x) = (a-x)\text{tga} \approx (a-x)\alpha. \quad (5.9)$$

Giả sử tương ứng với mặt cắt chiều cao  $h$ , có áp suất cực đại, nghĩa là:

$$\frac{dp}{dx} = 0$$

$$Q = \frac{U_1 h_0}{2}$$

thay vào (5.8), ta tính được  $\frac{dp}{dx}$

$$\frac{U_1 h_0}{2} = \frac{U_1 h}{2} - \frac{1}{12\mu} \frac{dp}{dx} h^3$$

$$\rightarrow \frac{dp}{dx} = \frac{6\mu U_1 (h - h_0)}{h^3} = 6\mu U_1 \left( \frac{1}{h^2} - \frac{2Q}{U_1 h^3} \right)$$

Khi  $x = 0$  và  $x = l$ :  $p = p_a$

Thay h bằng (5.9) và lấy  $\int_0^x dx$ , ta được:

$$p = p_a + \frac{6\mu U_1 x}{\alpha^2 a(a-x)} \left[ 1 - \frac{Q}{\alpha U_1} \frac{2a-x}{a(a-x)} \right]$$

Suy ra áp lực tác dụng lên bản phẳng:

$$P = \int_0^l (p - p_a) dx = C_p \frac{\mu U_1 l^2}{h_2^2};$$

$$C_p = \frac{6}{(\eta-1)^2} \left[ 1 \lg \eta - 2 \frac{\eta-1}{\eta+1} \right] - \text{hệ số nâng, } \eta = \frac{h_1}{h_2}$$

Để tính lực cản F, ta phải tính ứng suất tiếp  $\tau = \mu \frac{du}{dy'}$ , u lấy từ phân bố chuyển động

Cuét (5.7). Từ đó thay  $y = h(x)$ , ta có  $\tau = \tau_h$ . Lực cản tính theo l đơn vị bề rộng đối với bản phẳng chuyển động là:

$$F = \int_0^l \tau_h dx = C_f \frac{\mu U_1 l}{h_2}$$

$$C_f = \frac{2}{\eta-1} \left[ 2 \lg \eta - 3 \frac{\eta-1}{\eta+1} \right] - \text{hệ số cản}$$

$$\text{Hệ số ma sát: } f = \frac{F}{P} = \frac{C_f}{C_p} \frac{h_2}{l}$$

### 3. Bôi trơn ổ trục

Tính lực ma sát và mômen của nó giữa trục và lớp dầu bôi trơn theo Pétơrốp (hình 5.10). Gọi r - bán kính trục; l - chiều dài trục; lớp dầu dày  $\delta$ . Khi trục quay với vận tốc  $u = r\Omega$  thì chất điểm dầu bám trên mặt trục cũng chuyển động với vận tốc đó, còn trên ổ trục bằng 0.

$$\text{Ứng suất tiếp của lớp dầu: } \tau = \mu \frac{du}{dr}$$

$$\text{Diện tích tiếp xúc giữa lớp dầu và mặt trục: } S = 2\pi r l$$

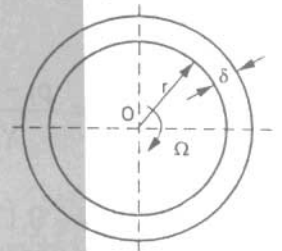
$$\text{Lực ma sát: } T = \tau \cdot S = 2\pi r l \mu \frac{du}{dy} = 2\pi r l \mu \frac{u}{\delta}$$

$$\text{Mômen lực ma sát: } M = T \cdot r = 2\pi r l \mu \frac{\pi n r}{30\delta} = \frac{\mu \pi^2 r^3 n l}{15\delta}, \quad \text{vì } u = r\Omega, \Omega = \frac{\pi n}{30}$$

Do lệch tâm khi quay trục, nên phải nhân các kết quả trên với hệ số hiệu chỉnh:

$$\beta = \frac{2(1+2C^2)}{(2+C^2)\sqrt{1-C^2}}; \quad C = \frac{e}{\delta}$$

(Có thể tham khảo lời giải chính xác của bài toán bôi trơn ổ trục ở [1], trang 191-196).



Hình 5.10



Thay h bằng (5.9) và lấy  $\int_0^x dx$ , ta được:

$$p = p_a + \frac{6\mu U_1 x}{\alpha^2 a(a-x)} \left[ 1 - \frac{Q}{\alpha U_1} \frac{2a-x}{a(a-x)} \right]$$

Suy ra áp lực tác dụng lên bản phẳng:

$$P = \int_0^l (p - p_a) dx = C_p \frac{\mu U_1 l^2}{h_2^2};$$

$$C_p = \frac{6}{(\eta-1)^2} \left[ \lg \eta - 2 \frac{\eta-1}{\eta+1} \right] - \text{hệ số nâng, } \eta = \frac{h_1}{h_2}$$

Để tính lực cản F, ta phải tính ứng suất tiếp  $\tau = \mu \frac{du}{dy'}$ , u lấy từ phân bố chuyển động

Cuét (5.7). Từ đó thay  $y = h(x)$ , ta có  $\tau = \tau_h$ . Lực cản tính theo l đơn vị bề rộng đối với bản phẳng chuyển động là:

$$F = \int_0^l \tau_h dx = C_f \frac{\mu U_1 l}{h_2}$$

$$C_f = \frac{2}{\eta-1} \left[ 2 \lg \eta - 3 \frac{\eta-1}{\eta+1} \right] - \text{hệ số cản}$$

$$\text{Hệ số ma sát: } f = \frac{F}{P} = \frac{C_f}{C_p} \frac{h_2}{l}$$

### 3: Bôi trơn ổ trục

Tính lực ma sát và mômen của nó giữa trục và lớp dầu bôi trơn theo Pêtorốp (hình 5.10). Gọi r - bán kính trục; l - chiều dài trục; lớp dầu dày  $\delta$ . Khi trục quay với vận tốc  $u = r\Omega$  thì chất điểm dầu bám trên mặt trục cũng chuyển động với vận tốc đó, còn trên ổ trục bằng 0.

$$\text{Ứng suất tiếp của lớp dầu: } \tau = \mu \frac{du}{dr}$$

$$\text{Diện tích tiếp xúc giữa lớp dầu và mặt trục: } S = 2\pi r l$$

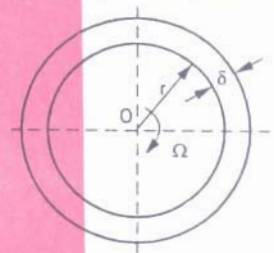
$$\text{Lực ma sát: } T = \tau \cdot S = 2\pi r l \mu \frac{du}{dy} = 2\pi r l \mu \frac{u}{\delta}$$

$$\text{Mômen lực ma sát: } M = T \cdot r = 2\pi r l \mu \frac{\pi n r}{30\delta} = \frac{\mu \pi^2 r^3 n l}{15\delta}, \quad \text{vì } u = r\Omega, \Omega = \frac{\pi n}{30}$$

Do lệch tâm khi quay trục, nên phải nhân các kết quả trên với hệ số hiệu chỉnh:

$$\beta = \frac{2(1+2C^2)}{(2+C^2)\sqrt{1-C^2}}; \quad C = \frac{e}{\delta}$$

(Có thể tham khảo lời giải chính xác của bài toán bôi trơn ổ trục ở [1], trang 191-196).



Hình 5.10

## §5.6 VÍ DỤ VÀ BÀI TẬP

### Ví dụ 5.1. Tính hệ số tổn thất đột mở.

Trong một ống dẫn nước tiết diện thay đổi đột ngột  $d_1 = 50\text{mm}$ ,  $d_2 = 100\text{mm}$  lưu lượng là  $Q = 16\text{m}^3/\text{h}$ . Áp kế đo chênh mức vào chỗ tiết diện thay đổi (chứa dung dịch có trọng lượng riêng  $\gamma = 1,6 \cdot 9,81 \cdot 10^3 \text{ N/m}^3$ ) đo được độ chênh cột chất lỏng

$\Delta h = 173\text{mm}$ . Xác định hệ số tổn thất do mở rộng đột ngột -  $\zeta_{dm}$  - và so sánh với kết quả tính theo công thức lý thuyết. Lấy trọng lượng riêng của nước  $\gamma = 9,81 \cdot 10^3 \text{ N/m}^3$

**Giải:**

1. Tính  $\zeta_{dm}$  theo đo đạc thực tế.

Viết phương trình Bécnu-li cho hai mặt cắt 1-1 và 2-2 (trên hình 5-1 trùng với hai chỗ nối ống đo áp vào đoạn ống bé và đoạn ống lớn).

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + \zeta_{dm} \frac{v_2^2}{2g}$$

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{v_2^2}{2g} (1 + \zeta_{dm}) - \frac{v_1^2}{2g}$$

Vì

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma_n} = \frac{-\Delta h(\gamma - \gamma_n)}{\gamma_n} = -\Delta h(1,6 - 1),$$

$$v_1^2 = v_2^2 \left( \frac{d_2}{d_1} \right)^4; v_2 = \frac{Q}{\omega_2} = \frac{4Q}{\pi d_2^2},$$

do đó:

$$\zeta_{dm} = \frac{p_1 - p_2}{\gamma} \cdot \frac{2g\pi^2 d_2^4}{16Q^2} - 1 + \left( \frac{d_2}{d_1} \right)^4;$$

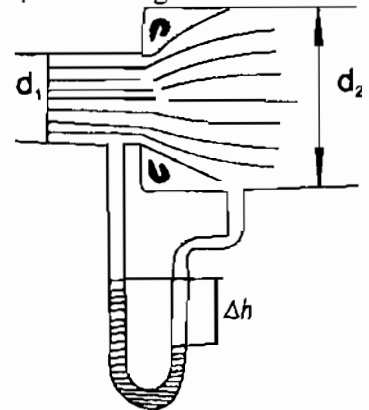
$$\zeta_{dm} = -0,176(1,6 - 1) \frac{2 \cdot 9810 \cdot 3,14^2 \cdot 0,1^2}{16 \cdot \left( \frac{16}{3600} \right)^2} - 1 + \left( \frac{0,1}{0,05} \right)^4;$$

$$\zeta_{dm} = 8,68.$$

2. Tính  $\zeta_{dm}$  theo công thức lý thuyết

$$\zeta_{dm} = \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} - 1 \right)^2 = \left( \frac{d_2^2}{d_1^2} - 1 \right)^2 = (2^2 - 1)^2;$$

$$\zeta_{dm} = 9$$



Hình bài 5.1

**Ví dụ 5.2. Áp suất hút của bơm**

Một bơm được đặt cao hơn mực nước giếng  $h_s = 5\text{m}$ . Ống hút dài 10m đường kính  $d = 100\text{mm}$  có một đoạn ống uốn cong, bán kính uốn  $R = 300\text{mm}$ , và lưới chắn rác.

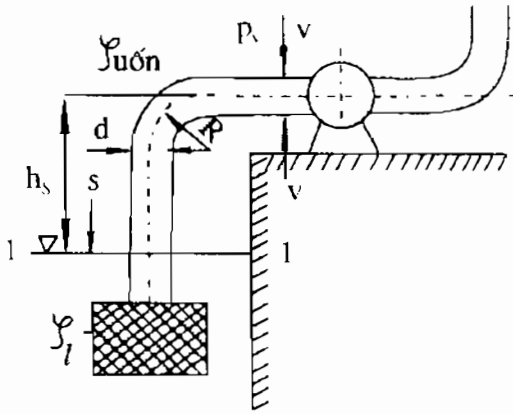
Hệ số ma sát của ống  $\lambda = 0,025$ . Hệ số tổn thất của lưới chắn rác  $\zeta_1 = 8$ . Lưu lượng qua bơm là  $Q = 6\text{l/s}$ . Trọng lượng riêng của nước  $\gamma = 10^3 \cdot 9,8\text{N/m}^3$ . Hệ số tổn thất uốn cong tra bảng phụ lục (Tập I, Giáo trình TL.MTL). Tính áp suất chân không và áp suất tuyệt đối tại mặt cắt vào (v-v) của bơm.

**Giải**

Viết phương trình Bécnu-li cho hai mặt cắt 1-1 và v-v lấy 1-1 làm mặt chuẩn. Điểm chọn trên 1-1 là một điểm trên mặt thoáng, ngoài ống, điểm chọn trên v-v là tâm của mặt cắt. Bỏ qua vận tốc tại mặt cắt 1-1 và lấy áp suất tuyệt đối ta có:

$$0 + \frac{p_a}{\gamma} + 0 = h_s + \frac{p_{lv}}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} + h_w$$

$$h_w = \left( \zeta_1 + \zeta_{\text{uốn}} + \lambda \frac{l}{d} \right) \frac{v^2}{2g}$$



Hình bài 5.2

Tra bảng phụ lục 4-6, ứng với  $\frac{d}{2R} = \frac{1}{6}$  có  $\zeta_{\text{uốn}} = 0,14$  (lấy tròn):

$$\lambda \frac{l}{d} = 0,025 \cdot \frac{100}{10} = 2,5.$$

$$\frac{v^2}{2g} + h_w = (1 + 8 + 0,14 + 2,5) \frac{v^2}{2g} = 11,64 \frac{v^2}{2g}$$

$$v = \frac{Q}{\omega} = \frac{4,6 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot (0,1)^2} = 0,764\text{m/s}$$

$$\frac{p_a - p_{lv}}{\gamma} = h_{\text{ck}} = 5 + \frac{(0,764)^2}{2 \cdot 9,8} \cdot 11,64 = 5,35\text{m H}_2\text{O}$$

Áp suất tuyệt đối tại mặt cắt vào:

$$p_{lv} = 10 - 5,35 = 4,6\text{m H}_2\text{O}$$

**Ví dụ 5.3.** Độ chính xác trong tính tổn thất thủy lực

Một đường ống tròn bằng thép có đường kính  $D = 1\text{m}$  và độ nhám tương đương đồng đều  $k = 1 \pm 0,25\text{mm}$ . Đường kính  $D$  có sai số tương đối  $\pm 2\%$ .

Giả thiết đường ống dẫn nước với lưu lượng  $Q$ , trạng thái chảy là rối thành nhám. Hỏi độ chính xác tương đối trong tính tổn thất dọc đường trên một đơn vị dài.

**Giải:** Hệ số ma sát trong ống thành nhám được tính theo công thức Kácman-Pran (Karman-Prandtl):

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \lg 3,71 \frac{D}{k}$$

Tổn thất dọc đường trên một đơn vị dài – tức là độ dốc thủy lực  $J$  – bằng:

$$J = \frac{\lambda}{D} \cdot \frac{v^2}{2g} = \frac{16}{2g\pi^2} \cdot \frac{\lambda}{D^5} Q^2 = \frac{16Q^2}{2g\pi^2} \cdot \frac{1}{4 \left( \lg 3,71 \frac{D}{k} \right)^2} \cdot \frac{1}{D^5}$$

$D$  và  $k$  là hai biến số độc lập, vậy:

$$\begin{aligned} \frac{dJ}{J} &= -5 \frac{dD}{D} - 2 \frac{d \left( \lg 3,71 \frac{D}{k} \right)}{\lg 3,71 \frac{D}{k}} = \\ &= -5 \frac{dD}{D} - 2 \cdot \frac{1}{\lg 3,71 \frac{D}{k}} \left( \frac{dD}{D} - \frac{dk}{k} \right) \end{aligned}$$

Vì các sai số tương đối cộng với nhau nên:

$$\frac{\Delta J}{J} = \frac{\Delta D}{D} \left( 5 + \frac{0,868}{\lg 3,71 \frac{D}{k}} \right) + \frac{\Delta k}{k} \cdot \frac{0,868}{\lg 3,71 \frac{D}{k}}$$

ở đây ta có:

$$\frac{\Delta D}{D} = \frac{2}{100}; \frac{\Delta k}{k} = \frac{25}{100}$$

$$\lg 3,71 \frac{D}{k} = \lg 3710 = 3,569.$$

Tính toán trên chỉ có giá trị nếu  $\frac{\Delta D}{D}$  và  $\frac{\Delta k}{k}$  đều nhỏ hơn so với 1. Điều này chỉ đúng với  $\frac{\Delta D}{D}$

Sau khi làm các phép tính ta được:

$$\frac{\Delta J}{J} = \frac{2}{100}(5 + 0,24) + \frac{25}{100} \cdot 0,24 \approx \frac{10,5}{100} + \frac{6}{100} \approx \frac{16,5}{100}.$$

Các sai số về  $D$  và  $k$  có hậu quả tương đương về độ lớn trong tính toán tổn thất cột áp của đường ống.

*Nhận xét:* Để xét ảnh hưởng của sai số về  $k$ , cách làm đúng hơn là thay đạo hàm theo  $k$  bởi một hiệu số hữu hạn, Đặt:

$$k = 1 \text{ mm}; k_1 = 1,25 \text{ mm}; k_2 = 0,75 \text{ mm};$$

giả sử  $D$  không đổi và bằng 1000mm và gọi  $A$  là một hằng số, ta có:

$$\begin{aligned} (\Delta J_1)_k &= \frac{A}{\left(\lg 3,71 \frac{D}{k}\right)^2} - \frac{A}{\left(\lg 3,71 \frac{D}{k_1}\right)^2} = \\ &= A \left[ \frac{1}{(\lg 3710)^2} - \frac{1}{(\lg 2970)^2} \right] = \\ &= A \left( \frac{1}{12,75} - \frac{1}{12,05} \right) = A \left| \frac{0,70}{153,5} \right| = 4,55 \cdot 10^{-3} A. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\Delta J_2)_k &= \frac{A}{\left(\lg 3,71 \frac{D}{k_2}\right)^2} - \frac{A}{\left(\lg 3,71 \frac{D}{k}\right)^2} = \\ &= \left[ \frac{A}{(\lg 4950)^2} - \frac{1}{(\lg 3710)^2} \right] = A \left( \frac{1}{13,65} - \frac{1}{12,75} \right) = \\ &= A \left| \frac{0,90}{174} \right| \approx 5,3 \cdot 10^{-3} A \end{aligned}$$

Chỉ giữ lại giá trị thứ hai, giá trị lớn nhất, ta có thể coi đó là sai số tương đối do  $k$ :

$$\left( \frac{\Delta J}{J} \right)_k = \frac{0,90}{174} A \cdot \frac{1}{A} = \frac{0,90}{174} \cdot 12,75 = \frac{6,6}{100}$$

$$\left( \lg 3,71 \frac{D}{k} \right)^2$$

Kết quả này không chênh lệch nhiều so với kết quả trên là  $\frac{6}{100}$ .

#### Ví dụ 5-4. Tháp lọc

Một tháp lọc trụ tròn thẳng đứng cao  $H = 3\text{m}$  và tiết diện  $S = 2\text{m}^2$  chứa đầy cát mịn với độ thấm  $k = 5 \cdot 10^{-8}\text{cm}^2$ . Dung dịch cần lọc ngấm hoàn toàn thể tích cát; độ nhớt động lực của nó là  $\mu = 1.1\text{cP}$  (centipoazơ), khối lượng riêng  $\rho = 1,04\text{g/cm}^3$ . Lấy gia tốc trọng trường  $g = 1000\text{cm/s}^2$ .

1. Tính lưu lượng trong ngày của tháp nếu dung dịch được đưa từ đỉnh xuống với áp suất dư  $0,42\text{daN/cm}^2$  và được thu lại ở đáy dưới áp suất khí trời.

2. Nếu dung dịch được nạp vào từ đáy lên và được thu lại ở đỉnh dưới áp suất khí trời thì áp suất nạp cần phải hao bao nhiêu để đạt lưu lượng như trên?

3. Người ta dự định nạp dung dịch vào qua một ống đường kính  $d = 6\text{cm}$  đồng trục, có nhiều lỗ. Ống này cao bằng tháp, ở dưới mở, trên bịt kín. Chất lỏng sẽ được thu hồi dọc thành đứng của tháp, có nhiều lỗ và tiếp xúc với khí trời.

Giả thiết dòng chảy hoàn toàn theo phương bán kính trên mỗi tiết diện của tháp lọc, tính lưu lượng trong ngày khi áp suất dư nạp dung dịch tại đáy ống là  $p_0 = 0,42\text{daN/cm}^2$ .

Trong điều kiện trên, có giả thiết được dòng chảy trong môi trường xốp là chảy tầng không?

Nhắc lại quy luật chảy trong môi trường xốp, định luật Đácxi (Darcy):

$$\vec{V} = -\frac{k}{\mu} \text{grad}p^*$$

Trong đó:  $k$  - độ thấm của môi trường xốp;

$V$  - Vận tốc dòng;  $p^* = p + \rho gh$ ;  $\mu$  - độ nhớt

Chú ý rằng  $p^*$  ở đây chỉ thế năng của dòng thấm, dùng lẫn với áp suất toàn phần thủy tĩnh.

**Giải:**

1. Dòng chảy là dòng một chiều, thẳng đứng; vận tốc hướng xuống bằng:

$$V = -\frac{k}{\mu} \cdot \frac{dp^*}{dz}$$

Với chiều dương của  $z$  hướng xuống (chiều dương của  $z$  lấy theo dòng chảy). Lưu lượng của tháp lọc là:

$$Q = SV = -\frac{k}{\mu} S \cdot \frac{dp^*}{dz}$$

Tích phân lên (với  $Q$  không đổi):

$$Q = -\frac{kS}{\mu} \cdot \frac{p_1^* - p_2^*}{z_1 - z_2} \quad (1)$$

trong đó:  $Z_1 - Z_2 = H$

$p_1^* - p_2^* = p_1 - p_2 + \rho g(h_1 - h_2) = p_1 + \rho gH$  với quy ước chiều dương của độ cao  $H$  vẫn hướng lên và tính theo áp suất dư. Vậy:

$$Q = \frac{kS}{\mu} \left( \frac{p_1}{H} + \rho g \right) \quad (2)$$

Tính  $Q$  với đơn vị  $m^3/s$ :

$$Q = \frac{5 \cdot 10^{-12} \cdot 2}{1,1 \cdot 10^{-3}} \left( \frac{0,42}{3} \cdot 10^5 + 1,04 \cdot 10^4 \right) = 0,222 \cdot 10^{-3} m^3/s$$

hoặc

$$Q = 19,16 m^3 / \text{ngày}.$$

2. Nếu nạp dung dịch vào từ đáy tháp, phương trình (1) vẫn đúng khi ta hướng trục  $z$  lên trên (chiều dương của  $H$  vẫn hướng lên). Lúc đó:

$$z_1 - z_2 = -H$$

$$p_1^* - p_2^* = p_1 - p_2 + g(h_1 - h_2) = p_1' - \rho gH.$$

Vậy:

$$Q = \frac{kS}{\mu} \left( \frac{p_1'}{H} - \rho g \right) \quad (3)$$

Muốn giữ lưu lượng như trường hợp trên phải có:

$$p_1' - \rho gH = p_1 + \rho gH,$$

tức là:

$$p_1' = p_1 + 2\rho gH \quad (4)$$

$$p_1' = 0,42 \cdot 10^5 + 2 \cdot 1,04 \cdot 10^4 \cdot 3 = 1,044 \cdot 10^5 N/m^2 = 1,044 \text{at}$$

3. Với giả thiết dòng chảy hoàn toàn theo phương bán kính, xét một lớp dày một đơn vị (theo chiều cao) ta có:

$$q = 2\pi rV, \text{ trong đó } V = -\frac{k}{\mu} \cdot \frac{dp^*}{dr}$$

Vậy:

$$q = -\frac{2k\pi}{\mu} r \frac{dp^*}{dr}$$

Tích phân lên (với  $q$  không đổi):

$$p_1^* - p_2^* = \frac{q\mu}{2\pi k} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

trong đó:

$$p_1^* - p_2^* = (p_1 + \rho gh) - (p_2 + \rho gh) = p_1 - p_2 = p_1;$$

$r_1$  và  $r_2$  là bán kính ống nạp và bán kính thác lọc.

Rút ra  $q$ :

$$q = \frac{2\pi k}{\mu} \cdot \frac{p_1}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \quad (5)$$

Với một lớp bề dày  $dz$  tại vị trí có độ cao  $z$  bên trên đáy, ta có:

$$p_1 = p_0 - \rho g z$$
$$dQ = \frac{2\pi k(p_0 - \rho g z)}{\mu \ln \frac{r_2}{r_1}} dz$$

lấy tích phân của  $dQ$  sẽ được toàn bộ lưu lượng chảy qua bể cao thấp H:

$$Q = \frac{2\pi k H}{\mu} \cdot \frac{p_0 - \rho g \frac{H}{2}}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \quad (6)$$

Thay số vào:

$$2r_2 = \sqrt{\frac{4.2}{\pi}} = 1,596\text{m}; \quad \frac{r_2}{r_1} = \frac{1,596}{6.10^{-2}} = 26,6;$$

$$\ln \frac{r_2}{r_1} = 3,28.$$

$$Q = \frac{2\pi \cdot 5.10^{-12} \cdot 3(0,42 - 0,156) \cdot 10^5}{1,1 \cdot 10^{-3} \cdot 3,28} = 6,9 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$$

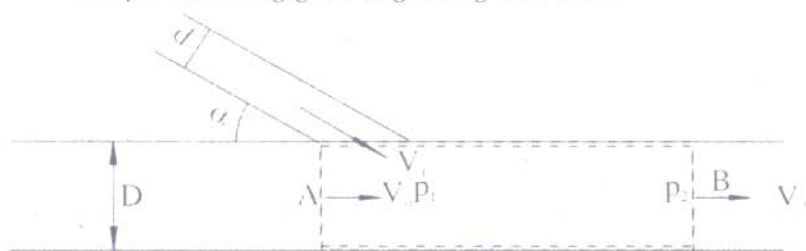
hoặc:

$$Q = 59,6 \text{ m}^3/\text{ngày}$$

Lưu lượng này lớn hơn rõ rệt so với trường hợp 1 và 2. Nhưng có thể kiểm tra thấy rằng, vận tốc theo phương bán kính của nó vẫn bé (giá trị lớn nhất rút ra từ phương trình (5) bằng khoảng 0,20cm/s). Với loại cát mịn, số Re của dòng chảy trong môi trường xốp vẫn còn bé để có thể coi như giả thiết về dòng chảy tầng là đúng.



**Ví dụ 5-5. Thông gió bằng luồng thổi chéo**



**Hình bài 5.5**

Trên một đường ống tròn, nằm ngang, đường kính  $D$ , thông với khí trời tại hai đầu, người ta lắp một ống đường kính  $d$ , đặt chéo một góc nhỏ  $\alpha$ . Một luồng không khí với vận tốc đều  $V_1$  thổi chéo vào gần mặt cắt A,

tại đó áp suất là  $p_1$  (hình 5-5)

Trong một mặt cắt B ở phía hạ lưu người ta coi như dòng chảy đã trở lại thành dòng đều với vận tốc  $V_2$ . Không khí bị cuốn theo dòng chéo nên tại mặt cắt A có vận tốc  $V_0$ . Coi như không khí không bị nén.

1. Bỏ qua tổn thất giữa miệng vào của ống và mặt cắt A, tính áp suất  $p_1$  hàm của  $V_0$  tại A.
2. Tính áp suất tại B phụ thuộc chiều dài  $l$  và hệ số ma sát  $\lambda$  của đoạn ống về phía hạ lưu của B.
3. Vận dụng phương trình động lượng vào mặt kiểm tra đánh dấu bằng các đường chấm chấm trên hình để lập biểu thức của các vận tốc  $V_1$  và  $V_0$  hàm của  $V_2$ . Ứng với giá trị nào của tỷ số  $\frac{d}{D}$  thì vận tốc  $V_0$  sẽ triệt tiêu?
4. Tính vận tốc  $V_1$  cần thiết để đạt được  $V_0 = 5\text{m/s}$  với các điều kiện sau đây:

$$\lambda = 25 \cdot 10^{-3}; \quad l = 100\text{mm};$$

$$D = 1\text{m}; \quad d = 0,2\text{m}; \quad \rho = 1,225\text{Ns}^2/\text{m}^4 = 1,225\text{kg}/\text{m}^3$$

$$g = 10\text{m}/\text{s}^2.$$

**Giải:**

1. Viết phương trình Bernoulli cho mặt cắt trước miệng vào ống (cách xa một ít để coi như vận tốc tại đó bằng không và áp suất bằng áp suất khí trời  $p_a$ ) và mặt cắt A, bỏ qua tổn thất:

$$p_a = p_1 + \rho \frac{V_0^2}{2g}.$$

Tính với áp suất dư sẽ được:

$$p_1 = -\rho \frac{V_0^2}{2}.$$

Giá trị của  $p_1$  luôn luôn âm có nghĩa đó là áp suất chân không.

2. Trên đoạn ống từ mặt cắt B đến miệng ra, ta có:

$$p_B + \rho \frac{V_2^2}{2g} = p_a + \rho \frac{V_2^2}{2} + \lambda \frac{l}{D} \rho \frac{V_2^2}{2}.$$

Tính với áp suất dư:

$$p_B = p_2 = \lambda \frac{1}{D} \rho \frac{V_2^2}{2}.$$

3. Áp dụng phương trình động lượng vào mặt kiểm tra đánh dấu trên hình vẽ, bỏ qua tổn thất. Như vậy về lực ngoài chỉ còn lại các áp lực lên hai mặt cắt A và B, tức là  $(p_1 - p_2)S$ . Động lượng ra là  $\rho S V_2^2$ ; động lượng vào gồm có  $\rho S V_0^2$  và hình chiếu lên trục ống của  $\rho s V_1^2$ , với giả thiết là hình chiếu của  $V_1$  lên trục ống không thay đổi trong mặt kiểm tra.

Ta có:

$$s = \frac{\pi d^2}{4}, \quad S = \frac{\pi D^2}{4}, \quad s = \left(\frac{d}{D}\right)^2 S$$

$$p_1 - p_2 = \rho V_2^2 - \rho V_0^2 - \rho \frac{S}{S} V_1^2 \cos \alpha.$$

Phương trình này chỉ đúng khi các vận tốc có chiều như trên hình. Ba vận tốc quan hệ với nhau qua phương trình liên tục:

$$\rho S V_2 = \rho S V_0 + \rho s V_1.$$

$$V_2 = V_0 + \left(\frac{d}{D}\right)^2 V_1.$$

Thay  $p_1$  và  $p_2$  bằng các biểu thức đã tìm được, ta có:

$$\rho V_2^2 \left(1 + \frac{\lambda l}{2D}\right) - \frac{\rho V_0^2}{2} - \rho \frac{S}{S} V_1^2 \cos \alpha = 0.$$

Loại  $V_2$  ra và đặt  $a = \frac{d^2}{D^2} = \frac{s}{S}$ , phương trình trên thành:

$$V_0^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{\lambda l}{2D}\right) + a^2 V_1^2 \left(1 + \frac{\lambda l}{2D}\right) + 2a V_0 V_1 \left(1 + \frac{\lambda l}{2D}\right) - a V_1^2 \cos \alpha = 0.$$

Đặt  $\frac{V_0}{V_1} = x$  ta có:

$$x^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{\lambda l}{2D}\right) + 2a \left(1 + \frac{\lambda l}{2D}\right) x + a^2 \left(1 + \frac{\lambda l}{2D}\right) - a \cos \alpha = 0.$$

Với dạng phương trình này ta nhận thấy rằng  $V_0 = 0$ , tức là  $x = 0$  khi:

$$a = \frac{\cos \alpha}{1 + \frac{\lambda l}{2D}} = \frac{d^2}{D^2}$$

Trong công thức này nếu góc  $\alpha$  bé thì thay  $\cos \alpha = 1$ .

4. Với các số liệu đã cho ta có  $\frac{\lambda l}{D} = 2,5$  và  $a = 0,04$ . Coi  $\cos\alpha = 1$  phương trình tính

x sẽ là:

$$1,75x^2 + 0,18x - 0,0364 = 0.$$

Bỏ nghiệm âm của x, còn lại:

$$x = 0,1017$$

Vậy

$$V_1 = \frac{V_0}{x} = \frac{5}{0,1017} = 49,2 \text{ m/s.}$$

$$V_2 = V_0 + aV_1 = 6,97 \text{ m/s.}$$

$$p_1 = -1,56 \text{ mmH}_2\text{O} = p_{ck}$$

$$p_2 = 7,58 \text{ mmH}_2\text{O}$$

### Bài 5-1. Dòng chảy trong ống ngắn

Nước chảy từ bình chứa qua một đường ống đặt nằm ngang, có tiết diện thay đổi. Cột nước trên miệng ra của ống  $H = 1\text{m}$ . Bình hở và nước chảy tự do ngoài trời. Đường kính các đoạn ống:  $d_1 = 75\text{mm}$ ;  $d_2 = 100\text{mm}$ ;  $d_3 = 50\text{mm}$

1. Tính lưu lượng qua ống. (các hệ số tổn thất cục bộ tính theo lý thuyết. Bỏ qua tổn thất dọc đường).

2. Vẽ đường năng, đường do áp.

3. Nếu bỏ đoạn ống có đường kính  $d_3$  thì đường năng và đường do áp có gì thay đổi?

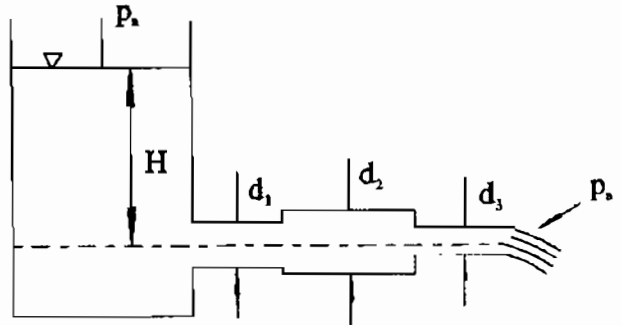
ĐS: 1.  $Q = 7,06 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ .

3. Bỏ đoạn  $d_3$  thì trong đoạn  $d_1$  có chân không.

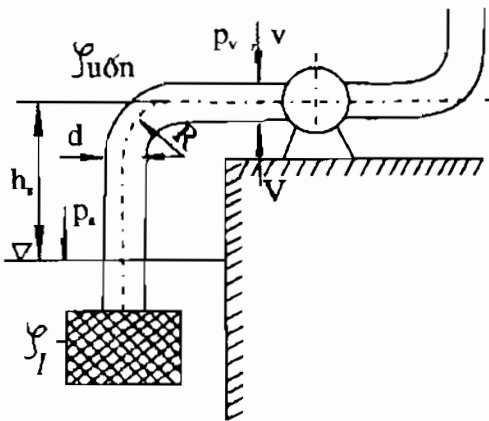
### Bài 5-2. Xác định độ cao đặt bơm ly tâm.

Xác định độ cao đặt bơm ly tâm  $h_s$  so với mực nước bể hút nếu áp suất chân không trong bơm được quy định là  $h_{ck} = 4,5\text{mH}_2\text{O}$ . Ống hút có đường kính  $d = 150\text{mm}$ , chiều dài  $l = 10\text{m}$ , một đoạn uốn cong ( $\zeta_{u\ddot{a}n} = 0,2$ ) một lưới chắn rác và van một chiều ( $\zeta_{v,1} = 6,0$ ). Hệ số ma sát của ống  $\lambda = 0,03$ . Lưu lượng qua bơm  $Q = 16\text{l/s}$ . Bể hút hở, vận tốc trên mặt bể không đáng kể. Mức nước ổn định

ĐS:  $h_s = 4,11\text{m}$



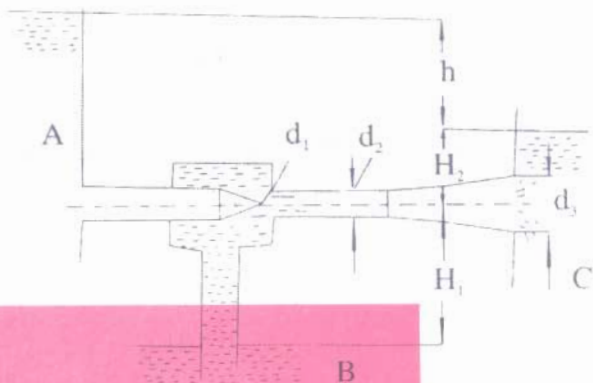
Hình bài 5.1



Bài 5.2

### Bài 5-3. Tính bơm phun tia

Một bơm phun tia nhận nước từ bể A để hút nước từ bể B lên độ cao  $H_1 = 4\text{m}$  và đẩy nước đó lên bể C dưới cột áp  $H_2 = 2\text{m}$ . Đường kính miệng ra của vòi phun  $d_1 = 20\text{mm}$ , đường kính buồng trộn  $d_2 = 40\text{mm}$ , đường kính  $d_3 = 100\text{mm}$ . Xác định:



Bài 5.3

1. Cột áp tối thiểu  $h$  trong bể A phải bằng bao nhiêu để cho bơm bắt đầu hút nước từ bể B lên.

2. Lưu lượng nước ra khỏi vòi phun lúc ấy bằng bao nhiêu?

Chỉ kể đến tổn thất cục bộ tại nơi mở rộng của dòng chảy trong buồng trộn và trong ống loe (hệ số tổn thất trong ống loe  $\zeta_1 = 0,25$ ).

Hướng dẫn: Khi bơm bắt đầu hút nước, áp suất chân không tại mặt cắt ra của vòi phun bằng  $H_1$  mét cột nước.

Lúc đó phương trình Bécnu-li viết cho đoạn giữa mặt cắt ra của vòi phun và bình chứa C như sau:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = H_2 + \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g} + \zeta_1 \frac{(v_2 - v_3)^2}{2g} + \frac{v_3^2}{2g}$$

trong đó:  $v_1$  - vận tốc tại mặt cắt ra của vòi phun;

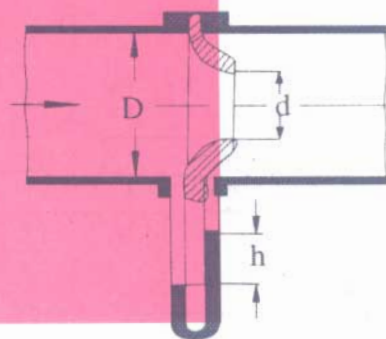
$v_2$  và  $v_3$  - vận tốc tại mặt cắt vào và ra của ống loe còn áp suất tại mặt cắt ra của vòi phun là:

$$\frac{p_1}{\gamma} = -H_1$$

$$\text{ĐS: } H_{\min} = 8,1\text{m}; Q = 5,2\text{l/s};$$

### Bài 5-4. Lưu lượng kế vòi lưu tuyến

Một lưu lượng kế hình vòi lưu tuyến được lắp trên đường ống dẫn dầu hoả (tỉ trọng  $\delta = 0,800$ ) đường kính  $D = 50\text{mm}$ . Độ chênh cột thuỷ ngân trong áp kế chữ U lắp tại vị trí vòi lưu tuyến là  $h = 175\text{mm}$ . Đường kính miệng ra của vòi  $d = 30\text{mm}$  và hệ số tổn thất của nó  $\zeta = 0,08$ .



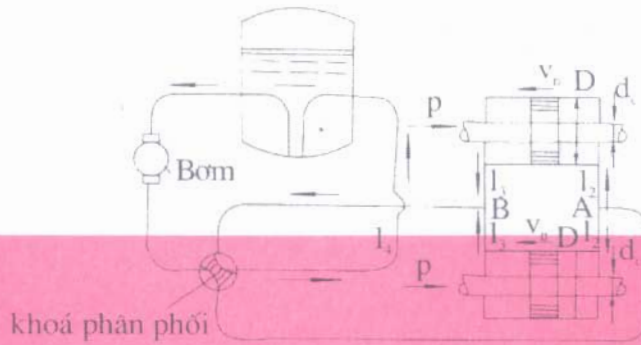
Bài 5.4

Hỏi: 1. Tổn thất cột áp qua lưu lượng kế bằng bao nhiêu?

2. Tại thượng lưu của vòi dưới áp suất bao nhiêu thì xảy ra hiện tượng xâm thực trong lưu lượng kế, biết rằng áp suất bốc hơi bão hoà của dầu hoả  $p_{\text{bh}} = 150\text{mm}$  cột thuỷ ngân.

$$\text{ĐS: } Q = 5,4\text{l/s}; h_c = 0,237\text{m}; p = 0,43\text{at tuyệt đối}.$$

**Bài 5-5. Áp suất của bơm trong hệ thống thủy lực**



**Bài 5.5**

Một hệ thống thủy lực gồm có bơm dầu, hai xylanh lực ghép song song một khoá phân phối và các đường ống dài  $l_1, l_2, l_3, l_4$ .

Trong hành trình làm việc, dầu được bơm qua khoá phân phối đến chạc ba A theo ống  $l_2$  vào buồng bên phải của xylanh tạo ra lực cần thiết để khắc phục các phụ tải P tác động lên cân pittông, đồng thời đẩy dầu từ các buồng trái của xylanh đến chạc ba B theo đường  $l_3$  về thùng.

Mỗi phụ tải P bằng 1600daN. Vận tốc di chuyển của pittông  $v_n = 0,05\text{m/s}$ . Đường kính pittông  $D = 60\text{mm}$ , cần pittông  $d = 20\text{mm}$ : Chiều dài các đường ống từ thùng đến chạc ba A,  $l_1 = 4\text{m}$ , chạc ba A đến mỗi xylanh  $l_2 = 2\text{m}$ ; mỗi xylanh đến chạc ba B,  $l_3 = 2\text{m}$ ; chạc ba B đến thùng  $l_4 = 4\text{m}$ . Đường kính của tất cả các ống  $d = 10\text{mm}$ . Độ nhớt của dầu  $\gamma = 4\text{cm}^2/\text{s}$ , trọng lượng riêng của dầu  $\gamma = 850\text{daN}/\text{m}^3$ . Bỏ qua các tổn thất cục bộ, lấy  $g = 10\text{m}/\text{s}^2$

Tính áp suất của bơm khi hệ thống làm việc.

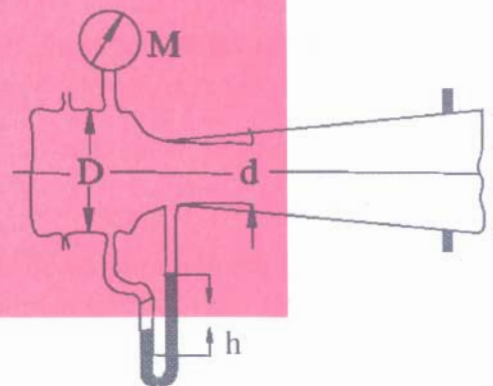
ĐS:  $p = 99,2\text{at}$

**Bài 5-6. Lưu lượng kế Venturi dùng cho khí**

Tính lưu lượng thể tích Q và lưu lượng trọng lượng G của không khí chảy qua một ống Venturi có  $D = 50\text{mm}$  và  $d = 25\text{mm}$ . Áp kế lắp tại phía trước lưu lượng kế chỉ 5at, nhiệt độ không khí  $t = 20^\circ\text{C}$ , độ chênh lệch cột nước trong áp kế chữ U,  $h = 150\text{mm}$ , hệ số lưu lượng  $\mu = 1$ . Hằng số khí của không khí  $R = 287\text{ J}/\text{kg.K}$

ĐS:  $Q = 10\text{ l/s}$ ;  $G = 0,68\text{N/s}$

Chú ý: Trong phương trình trạng thái phải dùng áp suất tuyệt đối.



**Bài 5.6**

### Bài 5-7. Lưu lượng kế Venturi dùng cho nước

Lưu lượng nước chảy trong ống đường kính  $D = 200\text{mm}$  được đo bằng lưu lượng kế Venturi  $Q = 50\text{l/s}$  (hình B5-6)

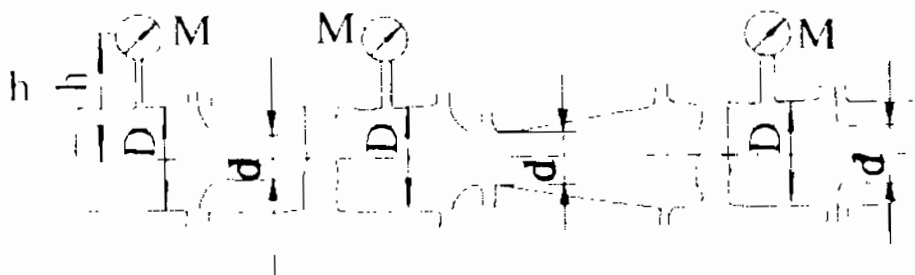
1. Nếu muốn cho độ chênh cột thủy ngân trong áp kế chữ U của lưu lượng kế không nhỏ hơn  $h = 160\text{mm}$  thì đường kính của mặt cắt co hẹp phải là bao nhiêu?

2. Trong điều kiện nói trên, muốn cho không xảy ra hiện tượng chân không tại mặt cắt co hẹp thì áp suất phía trước lưu lượng kế (đo bằng áp kế kim loại) phải tối thiểu bằng bao nhiêu?

Hệ số tổn thất của đoạn co hẹp của lưu lượng kế  $\zeta = 0,04$

ĐS:  $d = 100\text{mm}$ ;  $p_{\text{min}} = 0,2\text{at}$ .

### Bài 5-8. So sánh các lưu lượng kế



Bài 5.8

Trên đường ống đường kính  $D = 100\text{mm}$  lắp các lưu lượng kế kiểu vòi lưu tuyến, vòng chân và Venturi có đường kính nhỏ bằng nhau  $d = 60\text{mm}$ . Hệ số tổn thất của đoạn từ lối vào đến mặt cắt co hẹp trong ba lưu lượng kế này bằng nhau  $\zeta_1 = 0,06$ , còn hệ số tổn thất của đoạn loe ra trong ống Venturi là  $\zeta_2 = 0,2$ .

Hệ số co hẹp trong vòng chân là  $\epsilon = 0,66$ .

1. Hãy so sánh tổn thất cột áp của ba dụng cụ đo ấy khi lưu lượng là:  $Q = 16\text{l/s}$ .

2. Vẽ đường nâng, đường đo áp của dòng chảy qua ba dụng cụ ấy trong trường hợp áp suất tại mặt cắt vào (đo bằng manômet)  $M = 1\text{at}$  và độ cao tâm áp kế  $h = 0,5\text{m}$ .

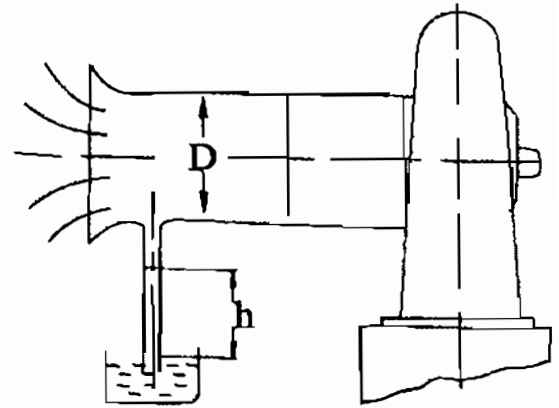
3. Xác định lưu lượng lớn nhất có thể chảy qua dưới áp suất nói trên trong mỗi dụng cụ để cho áp suất chân không trong mặt cắt co hẹp không vượt quá  $7\text{mH}_2\text{O}$ .

ĐS:  $h_{\text{vòi}} = 0,77\text{m}$ ;  $h_{\text{vnt}} = 0,23\text{m}$ ;  $h_{\text{vng}} = 2,4\text{m}$ ;

$Q_{\text{vòi}} = Q_{\text{vnt}} = 54\text{ l/s}$ ;  $Q_{\text{vng}} = 34,3\text{ l/s}$

### Bài 5-9. Lưu lượng quạt gió

Một quạt gió hút không khí ngoài trời dưới áp suất  $p_s = 760\text{mm}$  cột thủy ngân và nhiệt độ  $t = 20^\circ\text{C}$  qua một vòi lưu tuyến đo lưu lượng đường kính  $D = 200\text{mm}$ . Hệ số lưu lượng của vòi  $\mu = 0,95$



Bài 5.9

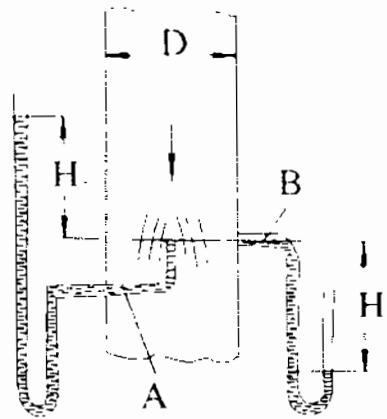
1. Tính lưu lượng không khí khi cột áp của rượu dùng trong chân không kế là  $h = 250\text{mm}$ . (Trọng lượng riêng của rượu là:  $\gamma_r = 800\text{daN/m}^3$  hoặc  $\rho_r = 800\text{kg/m}^3$ ).

2. Nếu lưu lượng không khí trên đây được hút từ một buồng chân không kín trong đó áp suất bằng  $p = 405\text{mm}$  cột thủy ngân và nhiệt độ  $t = -20^\circ\text{C}$  thì cột áp của rượu sẽ là bao nhiêu?

Hằng số khí của không khí  $R = 29,27\text{m}^3/\text{kg}^\circ\text{K}$ ; tính với  $\gamma$ ; nếu đúng  $\rho$ ,  $R = 287\text{ J/kg}^\circ\text{K}$ .

$$\text{ĐS: } Q = 1,7\text{m}^3/\text{s}; h = 155\text{mm}$$

### Bài 5-10. Đo lưu lượng bằng ống Pitô



Bài 5.10

Trên trục của một ống thẳng đứng đường kính  $D = 200\text{mm}$  có lắp ống Pitô A để đo cột áp toàn phần. Cùng trong mặt cắt có lắp ống đo áp B đo áp suất tĩnh.

Kết quả đo: mức nước trong ống Pitô A cao hơn miệng ống là  $H_2 = 0,3\text{m}$ ; còn mức nước trong ống đo áp tĩnh thấp hơn mặt cắt đo là  $H_1 = 0,2\text{m}$ .

Cho rằng vận tốc trung bình trong mặt cắt bằng 0,84 vận tốc đo tại trục ống, yêu cầu tính lưu lượng nước chảy trong ống.

$$\text{ĐS: } Q = 82,5\text{ l/s.}$$

## Chương 6

# CHUYỂN ĐỘNG MỘT CHIỀU CỦA CHẤT KHÍ

Nghiên cứu chuyển động một chiều của chất lỏng nén được - chất khí, nghĩa là  $\rho \neq \text{const}$ , nó thay đổi theo áp suất  $p$  và nhiệt độ  $T$ . Khi đó các phương trình có thay đổi.

### §6.1. CÁC PHƯƠNG TRÌNH CƠ BẢN CỦA CHẤT KHÍ

#### 1. Phương trình trạng thái.

Cho ta mối quan hệ giữa trọng lượng riêng  $\gamma = \rho g$ , áp suất và nhiệt độ. Đối với chất khí hoàn hảo, ta có:

$$\frac{p}{\gamma} = RT \quad (6.1)$$

trong đó:  $R$  - hằng số chất khí, với không khí:  $R = 29,27 \text{m/dộ}$

Biểu thức (6.1) vẫn còn phức tạp để áp dụng vào kĩ thuật, nên người ta cần tìm những quan hệ đơn giản hơn, phụ thuộc vào quá trình chuyển động.

Quá trình đẳng nhiệt ( $T = \text{const}$ ):  $p = c \gamma$ . (6.2)

Quá trình đoạn nhiệt:  $p = c \gamma^k$ .

$$k = \frac{C_p}{C_v} = \frac{\text{Nhiệt dung đẳng áp}}{\text{Nhiệt dung đẳng tích}} \quad \text{với không khí } k = 1,4$$

Quá trình này được áp dụng trong kĩ thuật.

Ta có:  $C_p - C_v = AR$ ,

$A$  - đương lượng nhiệt của công

Từ (6.1) và (6.2) suy ra: 
$$\frac{\gamma}{\gamma_1} = \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{1}{k}} = \left(\frac{T}{T_1}\right)^{\frac{1}{k-1}} \quad (6.3)$$

Một cách tổng quát, ta có quá trình đa biến:

$$p = c \gamma^n$$

trong đó:  $n$  - chỉ số của quá trình.

#### 2. Phương trình lưu lượng

Ta có dạng giống như đối với chất lỏng:

$$G = \gamma Q = \text{const}; \quad \gamma_1 v_1 \omega_1 = \gamma_2 v_2 \omega_2$$

hay là: 
$$\frac{d\gamma}{\gamma} + \frac{dv}{v} + \frac{d\omega}{\omega} = 0$$



**3. Phương trình Bécnu-li đối với dòng nguyên tố của chất khí lý tưởng, chuyển động dừng (4.14)**

$$z + \int \frac{dp}{\gamma} + \frac{u^2}{2g} = \text{const}$$

Xét quá trình đoạn nhiệt:  $p = c\gamma^k$ ;  $\int \frac{dp}{\gamma} = \frac{k}{k-1} \frac{p}{\gamma}$

Vậy phương trình Bécnu-li có dạng:

$$z + \frac{k}{k-1} \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g} = C \rightarrow z_1 + \frac{k}{k-1} \frac{p_1}{\gamma_1} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{k}{k-1} \frac{p_2}{\gamma_2} + \frac{u_2^2}{2g} \quad (6.4)$$

Đối với quá trình đẳng nhiệt:

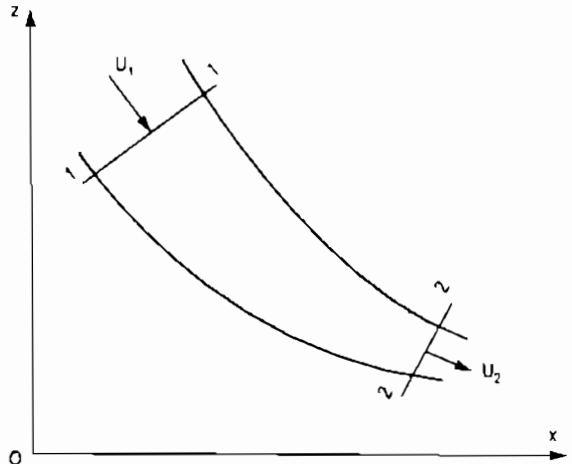
$$z + \frac{p_0}{\gamma_0} \ln p + \frac{u^2}{2g} = \text{const}$$

**4. Phương trình entanpi**

Thành lập cho dòng nguyên tố của chất khí lý tưởng, chuyển động dừng. Khảo sát sự biến thiên năng lượng trong khối khí từ 1-1 đến 2-2 sau khoảng thời gian  $dt$  trong hệ tọa độ cố định (hình 6.1). Dựa vào định luật bảo toàn năng lượng: năng lượng thu vào hay sinh ra bằng biến thiên năng lượng của thể tích chất khí, nghĩa là:

Nhiệt hấp thụ + Công của áp lực =  
Thế năng + Nội năng + Công cơ học + Công ma sát.

Viết cho một đơn vị trọng lượng chất khí:



**Hình 6.1**

$$\frac{Q}{A} + \frac{p_1}{\gamma_1} - \frac{p_2}{\gamma_2} = (z_2 - z_1) + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} + \frac{U_2 - U_1}{A} + L + L_{ms}$$

Nhiệt lượng  $Q = Q_n$  (toả nhiệt ra ngoài) +  $Q_i$  (nội nhiệt do ma sát).

$Q_i = AL_{ms}$ , Tiếp tục biến đổi phương trình trên dựa vào các biểu thức sau đây:

$$\frac{p}{\gamma} = RT; \quad C_p T - C_v T = ART \rightarrow \frac{C_p T}{A} - \frac{C_v T}{A} = RT = \frac{p}{\gamma}$$

$$\frac{C_p T}{A} = \frac{p}{\gamma} + \frac{C_v T}{A}$$

$$i = C_p T - \text{entanpi.}$$

$$\frac{i}{A} = \frac{p}{\gamma} + \frac{U}{A}$$

$$U = C_v T - \text{nội năng}$$

Nếu xét quá trình đoạn nhiệt ( $Q_n = 0$ ) và bỏ qua công cơ học ( $L = 0$ ), ta sẽ được phương trình entanpi:

$$i + A \frac{u_1^2}{2g} = i + A \frac{u_2^2}{2g} \quad (6.5)$$

nghĩa là tổng entanpi và động năng là một đại lượng không đổi.

## §6.2. CÁC THÔNG SỐ DÒNG KHÍ

### 1. Vận tốc âm

Theo định nghĩa:  $a = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}} = \sqrt{\frac{gdp}{d\gamma}}$

Xét  $p = c\gamma^k$ ,  $a = \sqrt{kg \frac{p}{\gamma}} = \sqrt{kgRT}$

Như vậy  $a \sim \sqrt{T}$ : Vận tốc âm phụ thuộc vào nhiệt độ tuyệt đối.

Chẳng hạn:  $t = 15^\circ\text{C}$ :  $T = 237 + 15 = 288^\circ\text{K}$ ,  $k = 1,4 \rightarrow a = 314\text{m/s}$ .

Để so sánh vận tốc dòng chảy  $v$  với vận tốc âm  $a$  ông Mác (người Áo) đưa vào số Mác:  $M = v/a$ .

Số Mác là tiêu chuẩn quan trọng để đánh giá mức độ ảnh hưởng của tính nén được đến chuyển động, nó là tiêu chuẩn quan trọng của hai dòng khí tương tự.

$M < 1$ : dòng dưới âm

$M = 1$ : dòng quá độ.

$M > 1$ : dòng trên âm (siêu âm)

Trong dòng khí trên âm ( $M > 1$ ) thường xảy ra hiện tượng sang va (sóng va thẳng và sóng va xiên). Đó là một vấn đề rất thú vị, được nghiên cứu trong các giáo trình nhiều giờ hay chuyên đề [1].

### 2. Dòng hãm, dòng tới hạn

Khi chất khí ở trạng thái tĩnh  $v = 0$ , người ta nói chất khí ở trạng thái hãm, còn  $p_0$ ,  $T_0$ ,  $\rho_0 \dots$  gọi là các thông số dòng hãm.

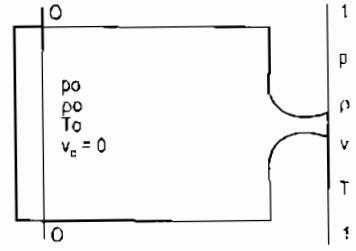
Tìm mối liên hệ giữa các thông số dòng hãm với các thông số dòng khí. Từ phương trình entanpi (6.5) viết cho dòng hãm.

$$C_p T_0 = C_p T + A \frac{u^2}{2g}$$

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{A}{2g} \frac{u^2}{C_p T} = 1 + \frac{1}{2} \frac{C_p}{kRA} \frac{u^2}{kgRT}$$

vì:  $C_p - C_v = AR$ ,  $a^2 = kgRT$ , nên:

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{1}{2} M^2 = 1 + \frac{k-1}{2} M^2$$



Hình 6.2

Biến đổi theo (6.3) sẽ được:  $\frac{p_0}{p} = \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)^{\frac{k}{k-1}}$  (6.6)

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)^{\frac{1}{k-1}}$$

Ta có thể tính được vận tốc cực đại của dòng khí từ bình chứa ra (hình 6.2)

Theo phương trình Bécnu-li (6.4) ta có:

$$\frac{k}{k-1} \frac{p_0}{\gamma_0} = \frac{k}{k-1} \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g}$$

$$u = \sqrt{\frac{2gk}{k-1} \left( \frac{p_0}{\gamma_0} - \frac{p}{\gamma} \right)}$$

Từ biểu thức đó, ta thấy p giảm thì u tăng và p = 0 thì:

$$u = u_{\max} = \sqrt{\frac{2gk}{k-1} \frac{p_0}{\gamma_0}} = \sqrt{\frac{2a_0^2}{k-1}} = \sqrt{\frac{2kg}{k-1}} RT_0$$

Đối với không khí:  $u_{\max} \approx 44,8 \sqrt{T_0}$

Với  $T_0 = 300^{\circ}\text{K}$ :  $u_{\max} = 776\text{m/s}$

Khi vận tốc dòng khí bằng vận tốc âm:  $u = a$ , ta có trạng thái tới hạn. Lúc đó có các thông số của dòng tới hạn:  $u_*$ ,  $a_*$ ,  $p_*$ ,  $\rho_*$ ,  $T_*$ ,...

Tìm mối liên hệ giữa các thông số dòng hãm và dòng tới hạn bằng cách từ các biểu thức (6.6) cho  $M = 1$ .

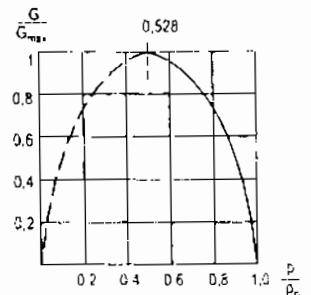
$$\frac{T_0}{T_*} = 1 + \frac{k-1}{2} = \frac{k+1}{2}$$

$$T_* = \frac{2}{k+1} T_0; \quad p_* = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}} p_0;$$

hay là:

$$\rho_* = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}} \rho_0$$

(6.7)



Hình 6.3

Tính lưu lượng trọng lượng từ bình chứa ra ngoài (hình 6.3)

$$G = \gamma u \omega$$

$$G = \omega \sqrt{2g \frac{k}{k-1} p_0 \gamma_0 \left[ \left( \frac{p}{p_0} \right)^2 - \left( \frac{p}{p_0} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]}$$

$$G_{\max} = \gamma \cdot u \cdot \omega$$

Trên hình 6.3 cho ta mối quan hệ giữa  $G/G_{\max}$  và  $p/p_0$

Ngoài số Mác, người ta còn đưa vào hệ số vận tốc  $\lambda = \frac{u}{a}$ , giữa chúng có mối liên hệ:

$$\lambda^2 = \frac{M^2(k+1)}{M^2(k-1)+2} \quad (6.8)$$

### §6.3. CHUYỂN ĐỘNG CỦA CHẤT KHÍ TRONG ỐNG PHUN

Xét chuyển động một chiều của chất khí trong các loại ống phun khác nhau. Ống phun là loại ống mà chất khí trong đó có thể thay đổi chế độ chuyển động dưới âm sang trên âm hay ngược lại.

#### 1. Các phương trình thông số của ống phun

Viết các phương trình cơ bản dưới dạng vi phân:

- Phương trình trạng thái  $dp = d(\gamma RT)$

- Phương trình lưu lượng trọng lượng:  $dG = d(\gamma v \omega) = 0$

Phương trình Bécnu-li khi kể đến công cơ học và công ma sát:

$$\frac{dp}{\gamma} + \frac{dv^2}{2g} + dL + dL_{\max} = 0$$

- Phương trình năng lượng:  $\frac{dQ}{A} = d\left(\frac{p}{\gamma}\right) + \frac{dv^2}{2g} + \frac{dU}{A} + dL + dL_{ms}$

Trong 4 phương trình có 5 thông số:  $\rho, p, v, U, T$  và 5 yếu tố tác dụng lên dòng chảy  $\omega, G, Q, L, L_{ms}$ .

Vì vậy từ 4 phương trình trên cùng với công thức tính nội năng  $U = C_v T$ , ta khử 4 thông số để thành lập phương trình liên hệ giữa thông số còn lại, chẳng hạn như vận tốc  $v$  với 5 yếu tố. Kết quả cuối cùng ta được:

$$(M^2 - 1) \frac{dv}{v} = \frac{d\omega}{\omega} - \frac{dG}{G} - \frac{g}{a^2} \frac{k-1}{A} dQ - \frac{kg}{a^2} dL - \frac{kg}{a^2} dL_{ms} \quad (6.9)$$

Ở đây ta chỉ xét chủ yếu sự tăng vận tốc của dòng chảy trong ống phun (từ dòng dưới âm sang dòng trên âm), nên ta xét phương trình (6.9) tương ứng với các trường hợp riêng, nghĩa là xem như trong dòng chảy chỉ có một yếu tố ảnh hưởng, còn các yếu tố khác có thể bỏ qua.

## 2. Ống phun hình học (ống Lavan, năm 1883)

Chỉ có tiết diện thay đổi ( $d\omega \neq 0$ ), còn các yếu tố khác bỏ qua ( $dG = dQ = dL = dL_{ms} = 0$ ). Từ phương trình (6.9) suy ra:

$$(M^2 - 1) \frac{dv}{v} = \frac{d\omega}{\omega}$$

Xét trường hợp tăng tốc  $dv > 0$ .

Nếu  $v > a$ ,  $M < 1$  thì  $d\omega < 0$ : diện tích thu hẹp.

$v = a$ ,  $M = 1$ ,  $d\omega = 0$ : diện tích không đổi gọi là mặt cắt tới hạn  $\omega_*$ .

$v > a$ ,  $M > 1$ ,  $d\omega > 0$ : diện tích mở rộng.

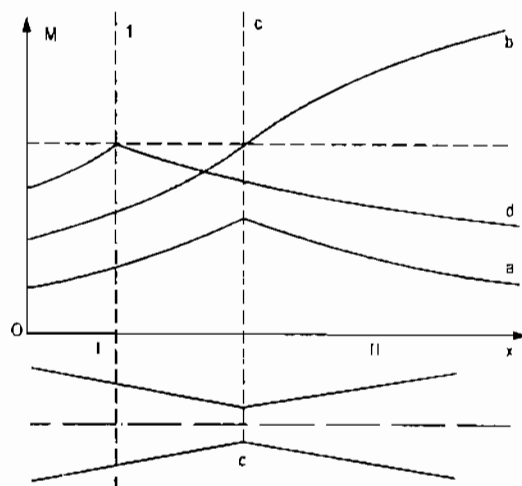
Như vậy ống phun hình học hay mang tên nhà thiết kế Lavan có dạng hình 6.4

Có 2 chú ý quan trọng:

a) Sự thay đổi tiết diện ở gần mặt cắt tới hạn c-c ảnh hưởng rất lớn đến vận tốc v. Chẳng hạn như tiết diện  $\omega$  thay đổi 1% thì số Mác M thay đổi từ 0,9 đến 1

b) Dòng chất khí chuyển từ dưới âm sang trên âm chỉ có thể xảy ra với điều kiện là  $v = a$  tại mặt cắt nhỏ nhất c-c (hình 6.4).

Ta nhận xét thêm rằng ở dòng khí trên âm, khi tiết diện tăng vận tốc cũng tăng. Đó là khác biệt nổi bật khi so sánh dòng nước và dòng khí chuyển động trong ống thẳng tiết diện biến đổi.



Hình 6.4

## 3. Ống phun lưu lượng

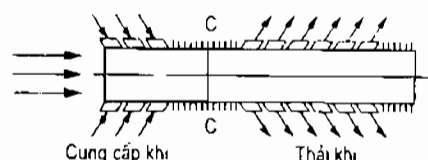
Chỉ làm thay đổi lưu lượng  $dG \neq 0$ , nên phương trình (6.9) có dạng:

$$(M^2 - 1) \frac{dv}{v} = - \frac{dG}{G}$$

Xét trường hợp tăng tốc  $dv > 0$ .

- Khi  $M < 1$ ;  $dG > 0$ : hút khí vào để G tăng
- Khi  $M = 1$ ;  $dG = 0$
- Khi  $M > 1$ ;  $dG < 0$ : thải khí ra để G giảm

Vậy ống phun lưu lượng có dạng hình 6.5



Hình 6.5

#### 4. Ống phun nhiệt (hình 6.6)

Trong trường hợp này  $dQ \neq 0$  còn  $d\omega = dG = dL = dL_{ms} = 0$ . Phương trình của ống phun nhiệt có dạng:

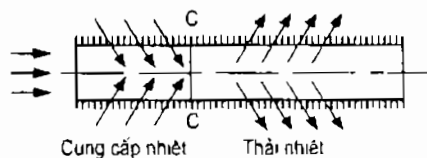
$$(M^2 - 1) \frac{dv}{v} = -\frac{g}{a^2} \frac{k-1}{A} dQ$$

Xét  $dv > 0$ :

$M < 1$  nếu  $dQ > 0$  (cung cấp nhiệt).

$M = 1$  nếu  $dQ = 0$

$M > 1$  nếu  $dQ < 0$  (lấy nhiệt ra).



Hình 6.6

Như vậy, về nguyên lý làm việc của hai loại ống phun lưu lượng và ống phun nhiệt giống nhau, bởi vì việc cung cấp nhiệt vào và lấy nhiệt ra cũng có tác dụng giống như việc cung cấp và thải khí trong ống hình trụ.

#### 5. Ống phun cơ học

Chỉ có  $dL \neq 0$ , còn  $d\omega = dG = dQ = dL_{ms} = 0$ .

Phương trình ống phun cơ học có dạng:

$$(M^2 - 1) \frac{dv}{v} = -\frac{kg}{a^2} dL$$

Xét  $dv > 0$ :

$M < 1$  nếu  $dL > 0$  (dòng khí sinh công).

$M = 1$  nếu  $dL = 0$

$M > 1$  nếu  $dL < 0$  (dòng khí nhận công).

Như vậy trong trường hợp tăng tốc với  $M < 1$  khi  $dL > 0$ , nghĩa là dòng khí trong ống hình trụ sinh công như làm quay tuabin. Với  $M > 1$  khi  $dL < 0$ , nghĩa là công cơ học truyền cho dòng khí nhờ máy nén hay quạt chẳng hạn.

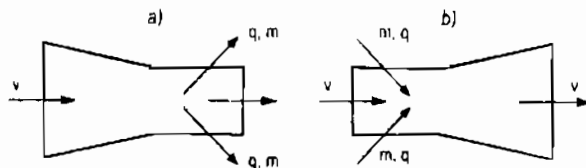
#### 6. Ống phun ma sát

$$dL_{ms} \neq 0, d\omega = dG =$$

$$dQ = dL = 0$$

Trong trường hợp này phương trình có dạng:

$$(M^2 - 1) \frac{dv}{v} = -\frac{kg}{a^2} dL$$



Hình 6.7

Nếu dòng chảy có ma sát thì dòng khí trong ống sẽ sinh công để thắng lực ma sát, nên công của lực ma sát luôn luôn dương:  $dL_{ms} > 0$ , do đó vế phải của phương trình trên luôn luôn âm.

Khi  $M < 1$  thì  $dv > 0$

$M > 1$  thì  $dv < 0$

Nghĩa là khi dòng dưới âm thì lực ma sát làm tăng vận tốc còn khi dòng trên âm, thì lực ma sát làm giảm vận tốc.

**Kết luận:** Trừ ống phun ma sát, trong những ống phun còn lại muốn tăng vận tốc dòng chảy phải có tác dụng ngược (như ống phun hình học đầu tiên diện tích thu hẹp sau đó mở rộng). Đó là nguyên lý “tác dụng ngược”.

Ngoài ra còn có các loại ống phun hỗn hợp như hình học - lưu lượng, hình học - cơ học, lưu lượng - nhiệt v.v...(hình 6.7)

## §6.4. TÍNH TOÁN DÒNG KHÍ BẰNG CÁC HÀM KHÍ ĐỘNG VÀ BIỂU ĐỒ

Hàm khí động là hàm có dạng  $f(k, \lambda)$  hay  $f(k, M)$ . Với giá trị  $k$  nhất định và các giá trị hệ số vận tốc  $\lambda$  và  $M$ , người ta tính giá trị các hàm đó và lập thành bảng, hay vẽ các biểu đồ. Nhờ các bảng hàm khí động (bảng 3, phần phụ lục) và biểu đồ đó, có thể tính các thông số dòng khí một cách thuận tiện.

Có thể nêu ra những ưu điểm của phương pháp này:

- Rút ngắn các quá trình tính toán.
- Đơn giản rất nhiều các phép biến đổi khi cùng giải nhiều phương trình, nghĩa là tìm được lời giải chung của những bài toán phức tạp.
- Biết một cách định tính cơ bản những quy luật của chuyển động và mối liên quan giữa các thông số của dòng khí.

### 1. Tính các thông số dòng khí

Từ (6.6) và (6.8) ta tìm được các hàm khí động sau đây:

$$\tau(\lambda) = \frac{T}{T_0} = \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2\right)$$

$$\pi(\lambda) = \frac{p}{p_0} = \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2\right)^{\frac{k}{k-1}}$$

$$\varepsilon(\lambda) = \frac{\rho}{\rho_0} = \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2\right)^{\frac{1}{k-1}}$$

**Ví dụ 1:** Trong mặt cắt 1-1 ở phần dưới âm của ống Lavan lí tưởng cho  $p_1 = 16 \text{ kG/cm}^2$ ;  $T_{01} = 400^\circ \text{K}$ ,  $\lambda_1 = 0,6$ . Tính  $\lambda_2$  và  $p_2$  ở 2-2. Biết  $T_2 = 273^\circ \text{K}$

**Giải:** Trong ống phun Lavan lí tưởng:  $T_{02} = T_{01}$

$$p_{02} = p_{01} (T_0 = \text{const}, p_0 = \text{const})$$

Tìm  $\lambda_2$ : 
$$\tau(\lambda_2) = \frac{T_2}{T_{02}} = \frac{T_1}{T_{01}} = \frac{273}{400} = 0,6825$$

Tra bảng 3 tìm được  $\lambda_2 = 1,38$ . Vậy tiết diện 2-2 ở phần ống trên âm.

Tìm  $p_2$ :  $\pi(\lambda) = \frac{p}{p_0} \rightarrow \frac{p_1}{\pi(\lambda_1)} = \frac{p_2}{\pi(\lambda_2)}$   
 $p_2 = p_1 \frac{\pi(\lambda_2)}{\pi(\lambda_1)} = p_1 \frac{\pi(1,38)}{\pi(0,6)} = 16 \cdot \frac{0,2628}{0,8053} = 5,23 \text{ kG/cm}^2$

## 2. Tính lưu lượng

$$G = \gamma \omega v$$

Từ các biểu thức  $\gamma = f(p_0, k, \lambda)$  và  $v = \lambda \cdot a$ , ta có:

$$G = \omega \frac{p_0}{\sqrt{T_0}} \cdot B \cdot q(\lambda)$$

Trong đó:  $B = \sqrt{\frac{\text{kg}}{\text{R}} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}} = 0,4$  với  $k = 1,4$

$$q = \frac{\rho v}{(\rho v)_*} = f(\lambda)$$

$q$ - lưu lượng dẫn suất, hàm khí động lưu lượng.

Tính lưu lượng qua áp suất tĩnh  $p$ :

$$p_0 = \frac{p}{\pi(\lambda)}$$

$$G = \omega \frac{p}{\sqrt{T_0}} B y(\lambda)$$

$$y(\lambda) = \frac{q(\lambda)}{\pi(\lambda)}$$
 một hàm khí động nữa

### Ví dụ 2:

Tính  $\lambda_2, p_2$  ở miệng ra của ống giảm tốc, nếu biết ở miệng vào ống giảm tốc

$$p_{01} = 3 \text{ kG/cm}^2; \lambda_1 = 0,85; \frac{\omega_2}{\omega_1} = 2,5 \text{ và hệ số áp suất toàn phần } \delta = \frac{p_{02}}{p_{01}} = 0,94$$

**Giải:** Từ công thức tính lưu lượng:

$$\omega_1 \frac{p_{01}}{\sqrt{T_{01}}} q(\lambda_1) = \omega_2 \frac{p_{02}}{\sqrt{T_{02}}} q(\lambda_2)$$

Bỏ qua sự trao đổi nhiệt qua thành ống giảm tốc, ta có  $T_{02} = T_{01}$ , suy ra:

$$q(\lambda_2) = \frac{1}{\sigma} \frac{\omega_1}{\omega_2} q(\lambda_1)$$

Tra bảng 3:  $q(\lambda_1) = q(0,85) = 0,9729$

Nên  $q(\lambda_2) = 0,413 \Rightarrow \lambda_2 = 0,27$  và  $\pi(\lambda_2) = 0,9581$

$$p_2 = p_{02} \pi(\lambda_2) = \sigma p_{01} \pi(\lambda_2) = 2,7 \text{ kG/cm}^2$$



### 3. Tính xung lực

$$I = \frac{G}{g} v + p\omega = \frac{G}{g} \left( v + \frac{p}{\rho v} \right) = \frac{k+1}{2k} \frac{G}{g} a \cdot Z(\lambda)$$

Với 
$$Z(\lambda) = \lambda + \frac{1}{\lambda}$$

Vậy biết  $\lambda$  (bằng số hay biểu thức) hay  $f(\lambda, k)$  tra bảng hay đồ thị sẽ tìm được  $f(\lambda, k)$  hay  $\lambda$  khác.

### 4. Kết luận

Để kết luận vấn đề này ta điếm lại các hàm khí động và các biểu thức liên hệ giữa chúng với nhau.

a) Các hàm đơn giản biểu thị mối liên hệ giữa các thông số hãm:

$$\tau(\lambda) = 1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2; \pi(\lambda) = \left( 1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2 \right)^{\frac{k}{k-1}}$$

$$\varepsilon(\lambda) = \left( 1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2 \right)^{\frac{1}{k-1}}$$

và: 
$$\pi(\lambda) = \tau(\lambda)\varepsilon(\lambda)$$

b) Các hàm số biểu diễn lưu lượng khí qua áp suất toàn phần:

$$q(\lambda) = c\lambda\varepsilon(\lambda)$$

hay là qua áp suất tĩnh:

$$y(\lambda) = \frac{q(\lambda)}{\pi(\lambda)} = c \frac{\lambda}{\tau(\lambda)}$$

Nhờ các hàm đó ta có được hai biểu thức tính lưu lượng khí:

$$G = B\omega \frac{p_0}{\sqrt{T_0}} q(\lambda) = B\omega \frac{P}{\sqrt{T_0}} y(\lambda)$$

c) Nhờ hàm:

$$z(\lambda) = \lambda + \frac{1}{\lambda}$$

ta có thể biểu diễn xung lực dòng khí dưới dạng tích giữa nhiệt độ hãm và lưu lượng khí:

$$I = \frac{G}{g} v + p\omega = \frac{k+1}{2k} \frac{G}{g} a \cdot z(\lambda)$$

d) Xung lực dòng khí biểu diễn qua áp suất toàn phần và áp suất tĩnh nhờ các hàm  $f(\lambda)$  và  $r(\lambda)$ :

$$f(\lambda) = \frac{1}{c} q(\lambda)z(\lambda); r(\lambda) = c \frac{1}{y(\lambda)z(\lambda)}$$

bằng các biểu thức sau:

$$I = p_0 \omega t(\lambda) = \frac{p\omega}{r(\lambda)}$$

Hằng số c trong các công thức trên:

$$c = \frac{1}{\varepsilon(1)} = \left( \frac{k+1}{2} \right)^{\frac{1}{k-1}}$$

bằng 1,577 đối với  $k = 1,4$  và 1,588 đối với  $k = 1,33$ .

e) Các hàm  $q(\lambda, \alpha)$ ,  $y(\lambda, \alpha)$  và  $z(\lambda, \alpha)$  cho phép áp dụng phương pháp tính toán và các công thức trên cho trường hợp chuyển động của chất khí có thành phần vận tốc hướng kính hay tiếp tuyến.

g) Khi giải một số bài toán cũng dùng đạo hàm của các hàm khí động. Bằng cách vi phân và qua một số phép biến đổi ta có thể nhận được biểu thức của chúng qua các hàm cơ bản.

$$\frac{d\pi(\lambda)}{d(\lambda)} = -k \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} q(\lambda)$$

Ví dụ:

$$\frac{dq(\lambda)}{d(\lambda)} = q(\lambda) \left[ \frac{1}{\lambda} - \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} y(\lambda) \right] \text{v.v...}$$

Ý nghĩa của các phương trình cơ bản biểu diễn qua hàm khí động.

Từ các ví dụ ở trên ta thấy rằng ưu việt cơ bản của các biểu thức hàm khí động là ở chỗ nó chứa các thông số của dòng chảy mà sự thay đổi của chúng có thể dễ dàng thiết lập từ những điều kiện của bài toán. Ví dụ như sự không đổi của nhiệt độ hãm  $T_0$  trong chuyển động đoạn nhiệt và việc tăng  $T_0$  khi cung cấp nhiệt; việc bảo toàn áp suất toàn phần  $p_0$  trong chuyển động đẳng entropi và sự giảm  $p_0$  khi có tổn thất v.v... Bằng cách chọn các biểu thức thích hợp cho lưu lượng hay xung lực có thể dẫn tới công thức chứa ít nhất những thông số chưa biết và thường tìm được ẩn số trực tiếp từ các phương trình cơ bản mà không cần những biến đổi phức tạp.

Ta nêu ra một số quy tắc chung giúp ích cho việc giải các phương trình dưới dạng tổng quát nhờ các hàm khí động.

Trong tất cả các trường hợp khi nhận được biểu thức tổng quát hay biểu thức hằng số của hệ số vận tốc  $\lambda$  hoặc của một hàm khí động bất kì nào ta đều có thể coi là tất cả các hàm khí động và hệ số vận tốc đã biết (từ bảng hay đồ thị). Đó là điều kiện cơ bản để đơn giản việc tính toán, bởi vì nó loại trừ sự cần thiết phải viết dưới dạng cụ thể sự phụ thuộc giữa  $\lambda$  và các hàm của nó. Trong khi tính bằng số cần phải chú ý rằng các hàm  $\tau(\lambda)$ ,  $\pi(\lambda)$ ,  $\varepsilon(\lambda)$  trong miền vận tốc nhỏ và các hàm  $q(\lambda)$ ,  $z(\lambda)$ ,  $f(\lambda)$  trong miền vận tốc gần âm thay đổi rất ít khi  $\lambda$  thay đổi. Bởi vậy trong các miền đó chỉ cần sai số nhỏ của hàm cũng dẫn đến sai số lớn của hệ số vận tốc  $\lambda$ . Do đó trong các trường hợp đó nên

cố gắng dùng các phương trình chứa các hàm  $y(\lambda)$ ,  $r(\lambda)$ , còn nếu không được như vậy phải tính toán rất chính xác. Tất nhiên trong các miền đó không nên tính  $\lambda$  theo các hàm trên bằng đồ thị. Đặc biệt đối với hàm  $z(\lambda)$  chỉ thay đổi có 10% trong khoảng  $\lambda$  lớn (từ 0,65 đến 1,55). Vì vậy để tìm  $\lambda$  theo giá trị hàm  $z(\lambda)$  trong miền chuyển động gần âm có thể tính trực tiếp từ phương trình:

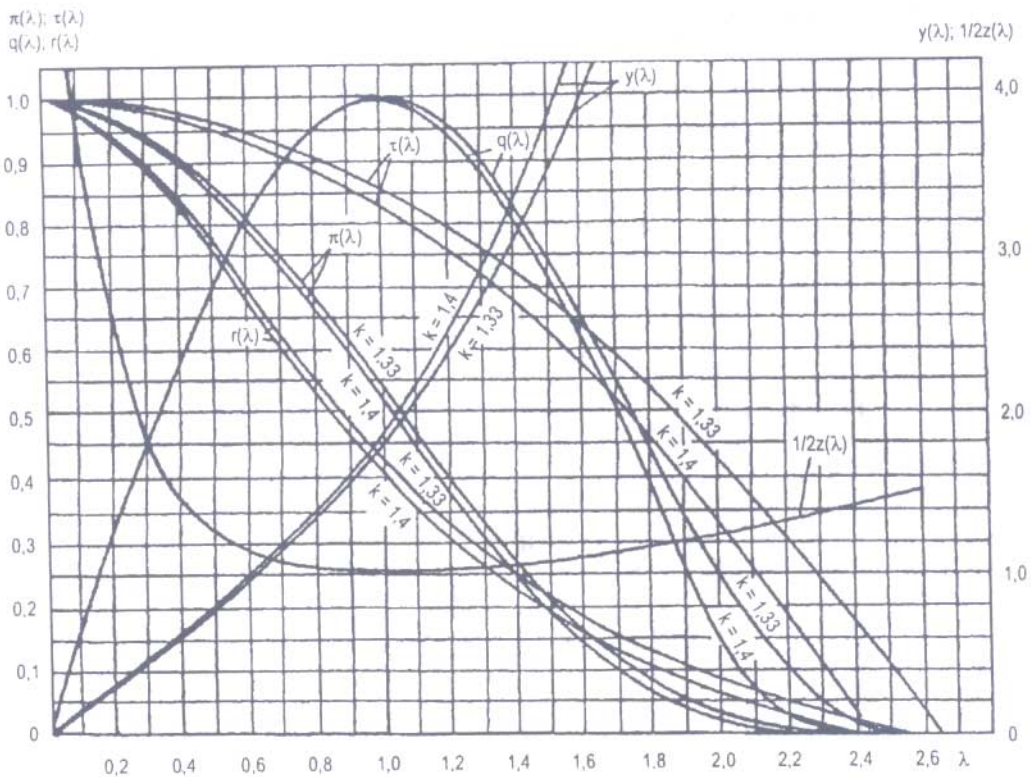
$$\lambda + \frac{1}{\lambda} = z(\lambda)$$

từ đó: 
$$\lambda = \frac{z(\lambda) \pm \sqrt{z^2(\lambda) - 4}}{2} = \frac{2}{z(\lambda) \mp \sqrt{z^2(\lambda) - 4}}$$

Để tránh sai số do khi trừ hai giá trị gần bằng nhau ta tìm nghiệm trên âm theo biểu thức đầu tiên, còn nghiệm dưới âm theo biểu thức thứ hai.

Qua các ví dụ đã khảo sát ta thấy phương pháp tính toán nhờ các hàm khí động rất có hiệu lực để giải các bài toán tương đối phức tạp và có ý nghĩa thực tế kĩ thuật.

Đồ thị các hàm khí động có dạng sau đây (hình 6.8)



Hình 6.8

## Chương 7

# TÍNH TOÁN THỦY LỰC ĐƯỜNG ỐNG

Đường ống dùng để vận chuyển chất lỏng từ nơi này đến nơi khác hay là phương tiện truyền cơ năng của chất lỏng. Vận tải đường ống còn là một ngành khá phát triển. Nghiên cứu chương này để thiết kế, kiểm tra hoặc điều chỉnh hệ thống đường ống sẵn có cho phù hợp với yêu cầu về cột áp và lưu lượng, ít gây tổn thất năng lượng.

### §7.1. CƠ SỞ LÝ THUYẾT ĐỂ TÍNH TOÁN ĐƯỜNG ỐNG

#### 1. Phân loại

Dựa vào tổn thất năng lượng  $h_w$ , chia đường ống thành hai loại:

- Ống dài:  $h_d$  là chủ yếu, bỏ qua  $h_c$  và cột áp vận tốc  $\frac{v^2}{2g}$ ,  $h_c < 10\% h_w$ , thường  $l \gg d$

(hàng 1000 lần).

- Ống ngắn:  $h_c > 10\% h_w$

Dựa vào lưu lượng  $Q$  người ta chia thành: đường ống đơn giản là đường ống có đường kính  $d$  và  $Q$  không đổi dọc theo chiều dài và đường ống phức tạp:  $d$  hay  $Q$  thay đổi, nghĩa là gồm nhiều đường ống đơn giản ghép nối lại, nên việc tính toán ống đơn giản sẽ là cơ sở cho việc tính toán ống phức tạp.

#### 2. Công thức tính

- Phương trình Bécnuili đối với chất lỏng thực ( $h_w$  – tổn thất cột áp = tổn thất năng lượng đơn vị):

$$z_1 + \frac{p}{\lambda} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\lambda} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_w;$$

hay là:  $H_1 = H_2 + h_w$

Kí hiệu:

$$H_1 = z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} - \text{cột áp đầu ống}$$

$$H_2 = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} - \text{cột áp cuối ống}$$

- Phương trình lưu lượng  $Q = v\omega$

- Công thức tính  $h_w$ :  $h_d = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}$ ;  $h_c = \zeta \frac{v^2}{2g}$

Dựa vào các phương trình trên suy ra công thức chung:  $f(H_1, H_2, d, Q, l) = 0$

### 3. Bốn bài toán cơ bản về đường ống đơn giản

Gọi  $l$  - chiều dài đường ống,  $n = \frac{\Delta}{d}$  - độ nhám tương đối.

a) Tính  $H_1$  khi biết  $H_2, Q, l, d, n$

Từ phương trình Bécnu-li:

$$H = H_1 - H_2 = h_w = \left( \sum \zeta + \lambda \frac{l}{d} \right) \frac{8Q^2}{\pi^2 g d^4} \quad (7.1)$$

Suy ra:

$$H_1 = \left( \sum \zeta + \lambda \frac{l}{d} \right) \frac{8Q^2}{\pi^2 g d^4} + H_2$$

b) Tính  $Q$  biết  $H_1, H_2, l, d, n$

Giải bằng 2 phương pháp:

- Phương pháp cột áp tới hạn ( $H_c$ ) khi không có lực cản cục bộ. Ta có:

$$H_c = \frac{32v^2 l}{gd^3} Re$$

Nếu  $H = H_1 - H_2 < H_c$ : chất lỏng chảy tầng:  $\lambda = 64/Re$

$$\text{Từ (7.1) có: } H = \frac{128vl}{\pi g d^4} Q \rightarrow Q = H \frac{\pi g d^4}{128vl}$$

Nếu  $H > H_c$ : chảy rối, nên tính  $\lambda$  bằng phương pháp thử dần.

- Phương pháp biểu đồ (cho cả  $\sum \zeta \neq 0$ ).

Cho các trị số  $Q$ , vẽ  $H(Q)$  theo công thức (7.1). Từ biểu đồ đó, khi cho  $H$  sẽ có  $Q$  tương ứng.

c) Tính  $d$ , biết  $l, H_1, H_2, Q, n$

$$\text{Từ công thức (7.1) suy ra } d^4 = \frac{8}{\pi^2 g H} \left( \sum \zeta + \lambda \frac{l}{d} \right) Q^2$$

$$\text{Tìm } d \text{ bằng thử dần: } \begin{cases} y_1 = d^4; \\ y_2 = \frac{8}{\pi^2 g H} \left( \sum \zeta + \lambda \frac{l}{d} \right) Q^2 \end{cases}$$

Giao điểm 2 đường cong đó chiếu xuống hoành độ là  $d$  cần tìm.

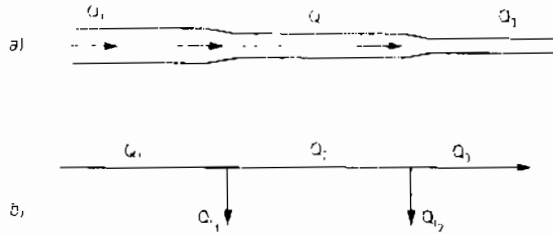
d) Tính  $d, H_1$  biết  $H_2, Q, l, n$

Tính trước  $d$  theo  $v_{ki}$  ( $v_{ki} = 1m/s$ ) hay  $v_{th}$ . Sau tính  $H_1$  như bài toán 1.

## §7.2. TÍNH TOÁN THUY LỰC ĐƯỜNG ỐNG NGẮN PHỨC TẠP

Dựa trên cơ sở tính toán đường ống ngắn đơn giản

### 1. Đường ống nối tiếp, tìm quan hệ giữa H và Q



Hình 7.1

Đặc điểm thủy lực (hình 7.1):  $Q = Q_1 = Q_2 = \dots = Q_n$

$$H = H_1 + H_2 + \dots + H_n$$

Chọn nguồn H thích hợp:

Từ (7.1):

$$H_1 = \left( \sum \zeta + \lambda \frac{l_1}{d_1} \right) \frac{8}{\pi^2 d_1^4 g} Q_1^2 \equiv S_1 Q_1^2$$

$$H_2 = S_2 Q_2^2$$

.....

suy ra:  $H = (S_1 + S_2 + \dots) Q^2 = \sum S_i Q^2$

Bằng phương pháp đồ giải: xây dựng đường quan hệ H – Q.

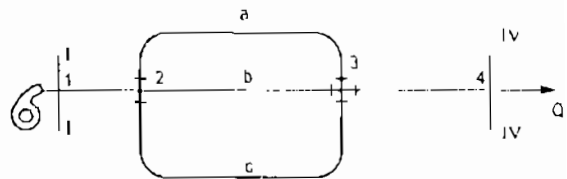
### 2. Đường ống nối song song

Đặc điểm thủy lực (hình 7.2)

$$Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n$$

$$H = H_1 = H_2 = \dots = H_n$$

$$= S_1 Q_1^2 = S_2 Q_2^2 = \dots = S_n Q_n^2$$



Hình 7.2

$$Q_2 = \sqrt{\frac{S_1}{S_2}} Q_1$$

Suy ra:  $Q_3 = \sqrt{\frac{S_1}{S_3}} Q_1$

.....

$$Q = \left( 1 + \sqrt{\frac{S_1}{S_2}} + \sqrt{\frac{S_1}{S_3}} + \dots + \sqrt{\frac{S_1}{S_n}} \right) Q_1$$

$$H = H_1 = S_1 \frac{Q^2}{\left( 1 + \sqrt{\frac{S_1}{S_2}} + \dots + \sqrt{\frac{S_1}{S_n}} \right)^2}$$

Tương tự, có thể giải bằng đồ giải.

### 3. Đường ống phân nhánh hở

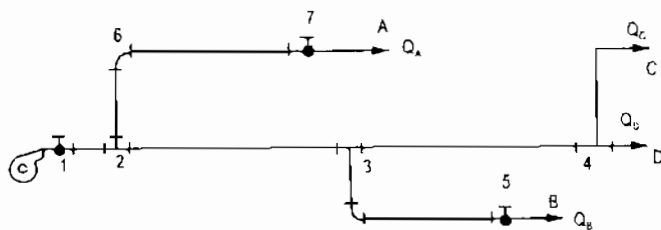
Giả sử ta có sơ đồ như hình 7.3

A, B, C: vị trí của các điểm chất lỏng phân phối đến.

Các bước tính toán.

#### Bước 1:

Chọn đường ống cơ bản là: đường ống vận tải năng lượng của chất lỏng lớn nhất; thường chọn Q hay l dài nhất.



Hình 7.3

**Bước 2:** Tính toán thủy lực cho đường ống đã chọn.

**Bước 3:** Kiểm tra trên đường ống nhánh, xem với năng lượng đã tính có đủ tải cho một ống nhánh không? Không đủ, phải chọn lại, tính lại.

Xét cụ thể trên sơ đồ 7.3

**Bước 1:** Giả sử ta chọn 1, 2, 3, 4, D.

**Bước 2:** Các số liệu đã cho ở tại A, B, C, D như Q, H, l, n:  $Q_A, Q_B, Q_C; H_A, H_B, H_C; l_A, l_B, l_C, \dots$

Khi thiết kế yêu cầu phải tính được d, H, Q.

Tính toán từ cuối đường ống trở lên nguồn.

$$Q_{D} = Q_{4-D} = Q_A - Q_B - Q_C;$$

$$Q_{3-4} = Q - Q_A - Q_B$$

$$Q_{2-3} = Q - Q_A$$

$$Q_{1-2} = Q.$$

Đường kính:

$$d_{4-D} = 1,13 \sqrt{\frac{Q_{4-D}}{v_{kt}}}$$

$$d_{3-4} = 1,13 \sqrt{\frac{Q_{3-4}}{v_{kt}}}$$

$$d_{2-3} = 1,13 \sqrt{\frac{Q_{2-3}}{v_{kt}}}$$

$$d_{1-2} = 1,13 \sqrt{\frac{Q_{1-2}}{v_{kt}}}$$

Cột áp:

$$H_{4-D} = S_{4-D} Q_{4-D}^2$$

.....

$$H_{1-2} = S_{1-2} Q_{1-2}^2$$

**Bước 3:** Kiểm tra

$$\text{Đoạn 4-C: } H_4 - H_C \geq S_{4-C} \cdot Q_C^2$$

$$\text{Đoạn 3-B: } H_3 - H_B \geq S_{3-B} \cdot Q_B^2$$

$$\text{Đoạn 2-A: } H_2 - H_A \geq S_{2-A} \cdot Q_A^2$$

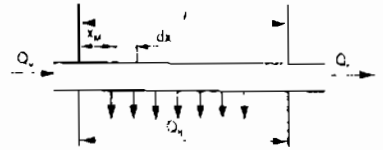
Nếu thoả mãn các biểu thức trên thì kết quả đúng, nếu không thì phải giải lại.

#### 4. Đường ống phân phối liên tục

Có sơ đồ như hình 7.4.

$$Q_{II} = ql \quad (q - \text{lưu lượng trên 1 đơn vị dài}).$$

$$Q_M = Q_V - \frac{Q_{ff}}{l} \cdot x = Q_r + Q_{ff} - \frac{Q_{ff}}{l} \cdot x$$



**Hình 7.4**

Tính tổn thất năng lượng  $dh$  trên  $dx$  (coi lưu lượng không đổi trên  $dx$ ) theo (7.1) với  $\sum \zeta = 0$ .

$$dh = \frac{8}{\pi^2 g} \lambda \frac{dx}{d^5} \left( Q_r + Q_{ff} - \frac{Q_{ff}}{l} \cdot x^2 \right)$$

Suy ra:

$$h_d = \int_0^l dh = \frac{8}{\pi^2 g} \lambda \frac{1}{d^5} \left( Q_r^2 + Q_r Q_{ff} + \frac{1}{3} Q_{ff}^2 \right)$$

Chính là độ chênh cột áp.

Ngoài ra, có thể tính toán thủy lực đường ống dài phức tạp dựa trên cơ sở tính toán đường ống ngắn phức tạp bỏ qua  $\sum h_c$  (xem sổ tay Thủy lực).



### §7.3. PHƯƠNG PHÁP DÙNG HỆ SỐ ĐẶC TRƯNG LƯU LƯỢNG K

#### 1. Nội dung

Phương pháp này dùng để tính toán cho các ống dài, chảy rối và chảy đều.

Do ống dài nên  $H = h_w \cong h_d = J.l$

Trong đó:  $J$  - độ dốc thủy lực,  $l$  - chiều dài của ống.

Vận tốc của dòng chảy đều được xác định theo công thức Sêdi:  $v = C\sqrt{RJ}$

Trong đó:  $R$  - bán kính thủy lực,  $C$  - hệ số Sêdi (Chezy)  $C = \frac{1}{n} \left( \frac{d}{4} \right)^y$

Trong đó:  $n$  - độ nhám tương đối,  $y$  - hệ số phụ thuộc vào  $R$  và  $n$ .

Do đó lưu lượng qua ống là:

$$Q = \omega C \sqrt{RJ}$$

Đặt:  $\omega C \sqrt{RJ} = K \rightarrow Q = K \sqrt{J}$

Cho  $J = 1$  thì  $Q = K$  ( $m^3/s$ ), có nghĩa  $K$  là lưu lượng của dòng chảy qua mặt cắt ướt khi độ dốc thủy lực bằng 1 đơn vị và được gọi là hệ số đặc trưng lưu lượng  $K = K(d, n)$ .

Thay  $J = \frac{h_d}{l}$  vào  $Q$  ta có  $H = h_d = \frac{Q^2}{K^2} l$  (7.2)

Các trị số của  $K$  và  $1/K^2$  được tính sẵn cho các loại đường ống có  $d$  và  $n$  khác nhau và lập thành bảng cho  $v > 1,2m/s$  - ứng với chảy rối hay là khu vực sức cản bình phương (xem bảng 4, phụ lục).

Ứng với chảy tầng:  $v \leq 1,2m/s$  phải nhân (7.2) với hệ số hiệu chỉnh tổn thất  $a$ :  
 $h_d = a \frac{Q^2}{K^2} l$ .

$v$	0,2	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	1,1	1,2
$a$	1,41	1,2	1,15	1,115	1,085	1,06	1,04	1,03	1,015	1

#### 2. Ứng dụng để giải 4 bài toán cơ bản

a)  $H_1 = ?$   $H = H_1 - H_2 = h_d = \frac{Q^2}{K^2} l$

suy ra:  $H_1 = \frac{Q^2}{K^2} l + H_2$

b)  $Q = ?$  Từ (7.2):  $Q = K \sqrt{\frac{H}{l}}$

K tra bảng theo trị số  $d$  và  $n$  đã cho.

c)  $d = ?$  dùng bảng

Theo đầu bài ta tính được  $K = Q / \sqrt{\frac{H}{l}}$ . Từ  $K$  đó và  $n$  đã cho, tra ngược lại tìm  $d$  trong bảng trị số  $K$ .

d)  $d, H_1 = ?$  chọn trước  $d$  theo  $v_{ki}$ . Sau dựa vào  $d$  đó và  $n$  tra bảng tìm  $K$  tương ứng. Từ  $K, Q, l$  tìm được  $H$  và  $H_1$ .

### 3. Ứng dụng để tính đường ống phức tạp

a) Đường ống nối tiếp:  $Q$  bằng nhau.  $H = \sum H_i$

$$H = Q^2 \sum_{i=1}^m \frac{l_i}{K_i^2} \rightarrow Q = \sqrt{\frac{H}{\sum_{i=1}^m \frac{l_i}{K_i^2}}}$$

b) Đường ống song song:  $H$  bằng nhau;  $Q = \sum Q_i$

$$Q_1 = K_1 \sqrt{\frac{H}{l_1}}; \dots; Q_m = K_m \sqrt{\frac{H}{l_m}}$$

Suy ra: 
$$Q = \sum_{i=1}^m Q_i = \sqrt{H} \sum_{i=1}^m \frac{K_i}{\sqrt{l_i}}$$

c) Đường ống phân phối liên tục

$$H = \frac{l}{K^2} (Q_r^2 + Q_r Q_{fr} + \frac{1}{3} Q_{fr}^2) \cong \frac{l}{K^2} (Q_r + 0,55 Q_{fr})^2$$

Để tính toán mạng lưới đường ống dùng phương pháp Cross tương đối phổ biến.

## §7.4. HIỆN TƯỢNG VA ĐẬP THỦY LỰC TRONG ĐƯỜNG ỐNG

Ta nghiên cứu một hiện tượng đặc biệt trong đường ống do thay đổi áp suất đột ngột trong đó.

### 1. Hiện tượng

Va đập thủy lực (hay còn gọi là nước va) trong đường ống là hiện tượng thay đổi đột ngột áp suất trong đó do sự thay đổi vận tốc chuyển động của chất lỏng trong ống một cách đột ngột.

Va đập thủy lực xảy ra khi ta đóng khoá nhanh, khi dừng tuabin, dừng bơm đột ngột v.v... Trong trường hợp này áp suất sẽ tăng rất nhanh do việc giảm nhanh vận tốc trong ống. Đó là hiện tượng va đập thủy lực dương. Áp suất có thể tăng gấp nhiều lần so với áp suất bình thường trong ống, do đó có thể làm vỡ ống nhất là trong các đường ống dài.

Va đập thủy lực cũng có thể xảy ra khi mở khoá nhanh. Trong trường hợp này áp suất sẽ giảm nhanh do tăng đột ngột vận tốc. Đó là hiện tượng va đập thủy lực âm. Việc áp suất giảm có thể tạo ra trong đường ống chân không có hại.

Nguyên nhân của việc tăng hay giảm áp suất trong va đập thủy lực là do quán tính của khối chất lỏng chuyển động trong ống. Bất kì một sự thay đổi nào của vận tốc trong ống đều làm cho chất lỏng chuyển động nhanh lên hay chậm đi. Do đó trong chất lỏng chuyển động sẽ xuất hiện lực quán tính và chính các lực này sẽ gây nên sự tăng hay giảm áp suất.

Lần đầu tiên nhà bác học Nga Giucôpxki đã nghiên cứu hiện tượng va đập thủy lực và năm 1898 ông đã sáng lập nên lí thuyết va đập thủy lực.

Ta khảo sát chất lỏng chuyển động từ bình chứa ra với vận tốc  $v$  trong ống dẫn có chiều dài  $l$  và đường kính  $D = 2r$ . Cuối ống có khoá K (hình 7.5a)

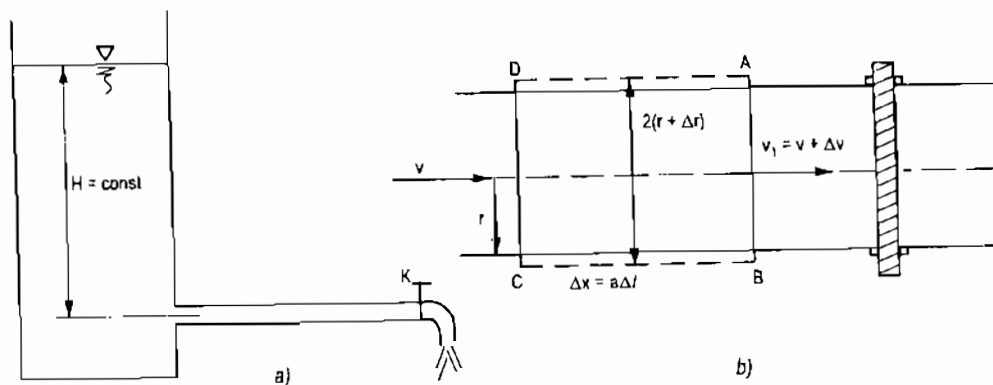
Giả sử tồn tại thời điểm nào đấy do đóng khoá diện tích  $\omega$  của ống giảm đi một đại lượng  $\Delta\omega$ . Khi đó vận tốc sẽ giảm một đại lượng  $\Delta v$ . Vận tốc giảm sẽ không xảy ra ngay cho toàn ống. Lúc đầu vận tốc của lớp chất lỏng ngay sát khoá sẽ thay đổi. Sau đó vận tốc giảm sẽ truyền tuần tự từ lớp này đến lớp khác theo hướng từ khoá cho đến bể chứa (ngược dòng chảy) và sau một khoảng thời gian sẽ truyền hết toàn ống. Vận tốc giảm sẽ làm cho áp suất tăng, do đó làm chất lỏng bị nén và thành ống bị nở ra.

Giả sử đến thời điểm  $t$  sự tăng áp suất (sóng va) đã truyền đến tiết diện AB (hình 7.5b). Đến thời điểm  $t + \Delta t$  nó di chuyển một đoạn  $\Delta x$  đến tiết diện CD. Nếu  $a$  là vận tốc truyền sóng va, thì:

$$\Delta x = a\Delta t \tag{a}$$

Thời gian sóng va truyền từ khoá đến bể chứa và ngược lại gọi là pha va đập thủy lực.

$$t_1 = \frac{2l}{a}$$



**Hình 7.5**

Ta kí hiệu  $t_1$  là thời gian đóng khoá.

Nếu  $t_3 < t_1$ , thì va đập thủy lực gọi là trực tiếp.

Trong trường hợp này sóng va truyền từ bình chứa về đến khoá khi khoá đã đóng. Trường hợp này có thể xảy ra khi đường ống tương đối dài hay khi khoá đóng rất nhanh. Nếu  $t_3 > t_1$ , thì va đập thủy lực gọi là gián tiếp. Sóng va truyền từ bình chứa sẽ đến

khoá trước khi khoá đóng. Hiện tượng này thường xảy ra đối với ống ngắn hay khi khoá đóng chậm.

## 2. Công thức tính toán

Như ta vừa trình bày, điều quan trọng nhất trong va đập thủy lực là tính sự tăng áp suất  $\Delta p$ .

Khảo sát ống dẫn như trên hình 7.5. Nếu ta đột ngột đóng khoá nhưng chưa kín hoàn toàn, thì phía trước khoá do vận tốc chuyển động của chất lỏng giảm đột ngột nên trong ống sẽ xuất hiện sự tăng áp suất. Ta kí hiệu  $p$  và  $v$  - áp suất và vận tốc trong ống phía trước khoá trước khi có va đập thủy lực, nghĩa là khi khoá mở; còn  $p_1$ ,  $v_1$  - áp suất và vận tốc phía trước khoá khi xảy ra va đập thủy lực trong trường hợp đóng khoá đột ngột nhưng chưa kín hoàn toàn.

Trong trường hợp này, dựa vào định lí biến thiên động lượng áp dụng cho khối chất lỏng chứa trong CBAD (hình 7.5) ta có:

$$F\Delta t = m\Delta v$$

Trong đó: lực  $F = \Delta p\omega$ ; khối lượng  $m = \rho\omega\Delta x$ . Thay các giá trị đó vào phương trình trên ta được:

$$\Delta p = \rho \frac{\Delta x}{\Delta t} (v - v_1)$$

hay là theo biểu thức (a):

$$\Delta p = p_1 - p = \rho a(v - v_1) \quad (b)$$

Đó là công thức Giucốpki

Từ công thức (b) suy ra sự tăng áp suất cực đại trong va đập thủy lực xảy ra khi vận tốc giảm đến không ( $v_1 = 0$ ), nghĩa là khi đóng khoá đột ngột và kín hoàn toàn. Khi đó:

$$\Delta p = \rho av \quad (c)$$

Công thức (c) ứng với va đập thủy lực dương, trực tiếp; còn va đập thủy lực dương gián tiếp có thể dùng công thức:

$$\Delta p = \rho av \frac{l}{at_3 - l} \quad (d)$$

Từ (d) thấy ngay khi  $t_3 = \infty$ , nghĩa là khi đóng khoá rất chậm,  $\Delta p = 0$  và sẽ không xảy ra va đập thủy lực. Trong trường hợp va đập thủy lực âm, trực tiếp dùng công thức (b), còn va đập thủy lực âm, gián tiếp có thể dùng công thức:

$$\frac{\Delta p}{\gamma} = \frac{2\theta}{1 + \theta} H$$

Trong đó 
$$\theta = \frac{l.v}{gHt_3}$$

$\gamma$  - trọng lượng riêng của chất lỏng;

$g$  - gia tốc trọng trường.

Như vậy, để xác định độ tăng áp suất trong va đập thủy lực cần phải biết vận tốc truyền sóng và  $a$ . Theo Giucốpki, vận tốc đó phụ thuộc vào loại chất lỏng, vật liệu làm ống, đường kính và chiều dày thành ống và được xác định theo công thức:

$$a = \frac{\sqrt{\frac{K}{\rho}}}{\sqrt{1 + \frac{D}{\delta} \cdot \frac{K}{E}}}$$

trong đó:  $K$  – môđun đàn hồi của chất lỏng;

$D$  - đường kính trong của ống;

$\delta$  - chiều dày của thành ống;

$E$  - môđun đàn hồi của vật liệu làm ống.

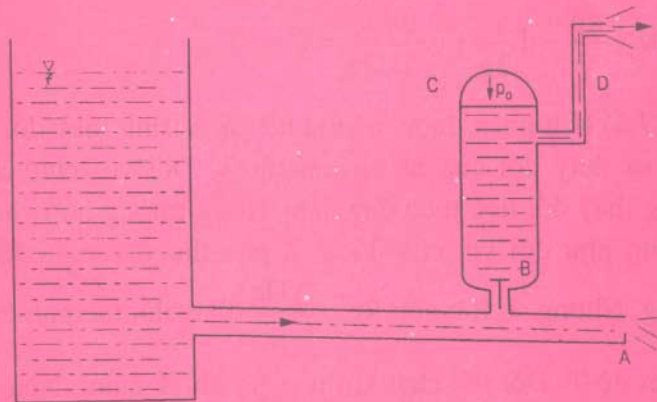
Chẳng hạn, vận tốc truyền sóng và trong nước chuyển động trong ống kim loại:

$$a \approx 1000\text{m/s}$$

Biết được vận tốc  $a$ , ta sẽ hoàn toàn tìm được độ tăng áp suất  $\Delta p$ .

Như vậy, để chống va đập thủy lực người ta dùng nhiều biện pháp như đóng, mở khóa, van từ từ, dùng ống lớn, dùng vật liệu làm ống có môđun đàn hồi bé, hay là dùng các thiết bị tự động tháo chất lỏng ở đường ống ra khi áp suất vượt giá trị quy định.

Mặt khác, hiện tượng va đập thủy lực được ứng dụng để chế tạo các bơm nước va.



**Hình 7.5c:** Mô hình bơm nước va.

Van A mở cho nước chảy, sau đóng đột ngột, áp suất trong ống tăng làm van B mở nên nước chảy vào bình C, không khí bị nén. Sau đó không khí giãn nở làm nước tiếp tục được đẩy lên ống D. Khi nước vào bơm, áp suất trong ống giảm, van B đóng lại, van A tự động mở và hiện tượng được lặp lại.

## §7.5. CHUYỂN ĐỘNG CỦA CHẤT KHÍ TRONG ỐNG DẪN

### 1. Phương trình chuyển động

Như ta đã biết, chất khí khác chất lỏng ở chỗ đó là chất khí nén được ( $\rho \neq \text{const}$ ). Trong nhiều trường hợp như khí chất khí chuyển động với vận tốc trên âm ( $M > 1$ ), rất cần thiết phải kể đến tính nén được. Đối với chuyển động dừng, dưới âm ( $M < 1$ ) của chất khí thực trong ống dẫn ta có phương trình liên tục (phương trình lưu lượng).

$$G = \gamma v \omega = \text{const} \quad (7.3)$$

và phương trình Bécnu-li viết dưới dạng vi phân có kể đến tổn thất năng lượng.

$$dz + \frac{dp}{\gamma} + d \frac{v^2}{2g} + dh = 0 \quad (7.4)$$

Tổn thất năng lượng  $dh$  trên một đoạn ống  $dx$  cũng tuân theo công thức Đácxi:

$$dh = \lambda \frac{dx}{D} \frac{v^2}{2g} \quad (7.5)$$

Ngoài ra ta có phương trình trạng thái:

$$\frac{p}{\gamma} = RT$$

Thay (7.5) vào (7.4) ta được:

$$dz + \frac{dp}{\gamma} + d \frac{v^2}{2g} + \lambda \frac{dx}{D} \frac{v^2}{2g} = 0 \quad (7.6)$$

Phương trình (7.6) tích phân được, nếu ta biết quá trình thay đổi trạng thái của chất khí trong ống và sự thay đổi của hệ số ma sát  $\lambda$ . Đối với chuyển động đẳng nhiệt ( $T = \text{const}$ )  $\lambda$  không thay đổi dọc theo ống dẫn. Trong trường hợp chuyển động dưới âm ( $M \ll 1$ ), cũng giống như đối với chất lỏng,  $\lambda$  phụ thuộc vào số Rây-nôn và độ nhám tương đối  $n$  của ống. Nhưng số Rây-nôn  $Re = \frac{vD\rho}{\mu}$  thay đổi theo nhiệt độ vì hệ số nhớt  $\mu$

phụ thuộc vào nhiệt độ  $T$ . Đối với chất khí  $\mu$  giảm khi  $T$  giảm. Nếu dọc theo ống nhiệt độ giảm thì cuối ống số  $Re$  tăng, do đó hệ số ma sát  $\lambda$  thay đổi.

Với quan điểm tính toán thủy lực đường ống dẫn khí người ta phân biệt hai trường hợp chuyển động của chất khí: 1 - có thể bỏ qua tính nén được của chất khí khi dòng khí chuyển động với độ chênh áp tương đối bé; 2 - Phải kể đến tính nén được khi dòng khí chuyển động với độ chênh áp tương đối lớn.

Độ chênh áp tương đối ở đây là tỉ số giữa hiệu áp suất tại mặt cắt đầu và mặt cắt cuối ống với áp suất tại mặt cắt đầu ống.

## 2. Chuyển động của chất khí trong ống trụ nằm ngang có tiết diện không đổi.

Phương trình chuyển động (7.6) và phương trình liên tục (7.3) sẽ có dạng:

$$\frac{dp}{\gamma} + d \frac{v^2}{2g} + \lambda \frac{dx}{D} \frac{v^2}{2g} = 0 \quad (7.7)$$

$$\gamma v = \text{const} \quad (7.8)$$

Đối với trường hợp thứ nhất của chuyển động chất khí (khi bỏ qua tính nén được), thì trọng lượng riêng của chất khí và suy ra vận tốc trung bình theo mặt cắt sẽ không đổi dọc theo chiều dài của ống khi giữ nguyên lưu lượng  $Q$ . Do đó tích phân phương trình (7.7) sẽ được:

$$p_1 - p_2 = \lambda \frac{l}{D} \cdot \frac{\gamma v^2}{2g}$$

chỉ số 1 và 2 ứng với mặt cắt đầu và cuối ống,  $l$  - chiều dài của ống. Như vậy trong trường hợp này tính toán thủy lực đường ống dẫn khí không khác việc tính toán thủy lực ống dẫn nước.

Trong trường hợp thứ hai, chuyển động của chất khí có kèm theo sự giảm trọng lượng riêng và tăng vận tốc trung bình của mặt cắt dọc theo ống với lưu lượng  $Q$  cho trước.

Nhưng giá trị vận tốc của dòng khí  $d \frac{v^2}{2g}$  thường nhỏ hơn rất nhiều so với các giá trị

khác của số hạng trong phương trình (7.7) nên có thể bỏ qua. Do đó phương trình Bécnu-li có dạng:

$$\frac{dp}{\gamma} = -\lambda \frac{dx}{D} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

vì:  $v = \frac{G}{\gamma \omega}$  nên  $-\frac{dp}{\gamma} = \lambda \frac{G^2}{2\gamma^2 g \omega^2} \cdot \frac{dx}{D}$

$$-\gamma dp = \lambda \frac{G^2}{2g \omega^2} \cdot \frac{dx}{D}$$

Xét quá trình đa biến:

$$\frac{p}{\gamma^n} = \frac{p_1}{\gamma_1^n} \text{ hay là } \gamma = \gamma_1 \left( \frac{p}{p_1} \right)^{\frac{1}{n}}$$

Do đó:

$$-\gamma_1 \left( \frac{p}{p_1} \right)^{\frac{1}{n}} dp = \lambda \frac{G^2}{2g \omega^2} \cdot \frac{dx}{D}$$

Giả sử  $\lambda = \text{const}$  dọc ống dẫn, tích phân phương trình trên có dạng:

$$-\frac{n}{n+1} \gamma_1 p_1 \left[ \left( \frac{p}{p_1} \right)^{\frac{1+n}{n}} \right]_{p_1}^{p_2} = \lambda \frac{G^2}{2g\omega^2} \cdot \frac{1}{D}$$

$$\frac{n}{n+1} \gamma_1 p_1 \left[ 1 - \left( \frac{p}{p_1} \right)^{\frac{1+n}{n}} \right] = \lambda \frac{1}{D} \cdot \frac{G^2}{2g\omega^2}$$

Thay  $\gamma_1 = \frac{p_1}{RT_1}$ ,  $\omega = \frac{\pi D^2}{4}$ , ta được biểu thức tính lưu lượng:

$$G = \sqrt{\frac{\pi^2 g D^5}{8\lambda l} \cdot \frac{n}{n+1} \cdot \frac{p_1^2}{RT_1} \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right]}$$

Công thức trên đúng với điều kiện là  $\lambda$  không đổi dọc theo ống: Nó là công thức cơ bản để xác định lưu lượng trọng lượng khi cho biết đường kính ống và độ chênh áp suất hoặc tính đường kính nếu biết lưu lượng và độ chênh áp suất.

Đối với quá trình đẳng nhiệt ( $n = 1$ ) và chảy tầng  $\lambda = \frac{64}{\text{Re}}$  ta có:

$$G = \frac{\pi D^4}{256\mu l} \cdot \frac{p_1^2}{RT_1} \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^2 \right]$$

hay là:

$$G = \frac{\pi D^4}{256\mu l} \cdot \frac{1}{RT_1} (p_1^2 - p_2^2)$$

Trường hợp đẳng nhiệt và chảy rối:

$$G^2 = \frac{\pi^2 g D^5}{16\lambda l RT_1} (p_1^2 - p_2^2)$$

Có thể khảo sát chuyển động của chất khí trong ống hình trụ nhờ phương trình chuyển động viết dưới dạng hệ số vận tốc  $\Lambda = \frac{v}{a}$ . Thực vậy, kết hợp giải các phương trình (7.7), phương trình liên tục (7.3) viết dưới dạng vi phân:

$$\frac{d\gamma}{\gamma} + \frac{dv}{v} = 0 \quad (7.9)$$



và phương trình năng lượng viết cho vận tốc âm a:

$$\frac{v^2}{2} + \frac{a^2}{k-1} = \frac{k+1}{k-1} \frac{a^2}{2} \quad (7.10)$$

trong đó:  $a_*$  - vận tốc âm tới hạn;

$k$  - chỉ số đoạn nhiệt, ta sẽ nhận được phương trình vi phân của sự phân bố vận tốc dọc theo ống có kể đến tổn thất năng lượng:

$$\left(\frac{1}{\Lambda} - 1\right) \frac{d\Lambda}{\Lambda} = \frac{k}{k-1} \lambda d\bar{x} \quad (7.11)$$

trong đó:  $\bar{x} = \frac{x}{D}$

Từ phương trình (7.11) có thể kết luận là vận tốc tới hạn của chuyển động chỉ có thể xuất hiện tại miệng ra của ống hình trụ. Thực vậy, theo phương trình (7.11) khi  $\Lambda < 1$  và  $d\Lambda > 0$  dòng chảy sẽ được tăng tốc, còn khi  $\Lambda > 1$  và  $d\Lambda < 0$  dòng chảy sẽ chậm dần; trường hợp  $\Lambda = 1$  tại mặt cắt bất kì trong ống sẽ trái với phương trình (7.11) và không phù hợp với ý nghĩa vật lý.

Giả sử hệ số ma sát  $\lambda$  không đổi, khi đó tích phân của phương trình (7.11) có dạng:

$$\frac{1}{\Lambda_1^2} - \frac{1}{\Lambda^2} - \ln \frac{\Lambda^2}{\Lambda_1^2} = \frac{2k}{k+1} \lambda \bar{x} \quad (7.12)$$

trong đó:  $\Lambda_1$  - hệ số vận tốc ở mặt cắt vào của ống;

$\Lambda$  - hệ số vận tốc ở mặt cắt nào đó cách mặt cắt vào một đoạn  $x$ .

Để tiện việc tính toán ta dùng tọa độ không thứ nguyên.

$$x_s = \frac{2k}{k+1} \lambda \bar{x}$$

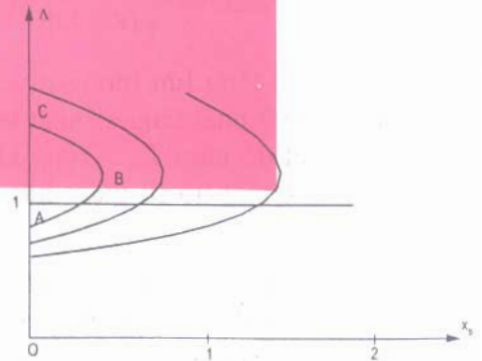
$x_s$  được gọi là chiều dài dẫn xuất của ống.

Khi đó phương trình (7.12) có thể viết:

$$x_s = \frac{1}{\Lambda_1^2} - \frac{1}{\Lambda^2} - \ln \frac{\Lambda^2}{\Lambda_1^2} \quad (7.13)$$

Sự phụ thuộc giữa  $\Lambda$  và  $x_s$  khi giá trị  $\Lambda_1$  không đổi được biểu diễn trên hình (7.6). Đại lượng  $x_s$  có cực đại tại  $\Lambda = \Lambda_2 = 1$ . Giá trị cực đại của  $x_s$  được xác định theo công thức:

$$x_{s \max} = \frac{1}{\Lambda_1^2} - 1 + \ln \Lambda_1^2 \quad (7.14)$$



Hình 7.6

Các đường cong  $x_1(\Lambda)$  gồm hai nhánh: một nhánh ứng với dòng dưới âm ( $\Lambda < 1$ ) còn nhánh kia ứng với dòng trên âm ( $\Lambda > 1$ ).

Những đường cong đó cũng cho ta thấy là trong ống hình trụ không có thể chuyển vận tốc từ dưới âm sang trên âm. Như đã nêu ở trên, trong ống này với giá trị vận tốc xác định ở miệng vào  $\Lambda_1$  và độ dài tương ứng, vận tốc tối hạn sẽ đạt được tại miệng ra ( $\Lambda_2 = 1$ ).

Dòng dưới âm tại miệng vào ống ( $\Lambda_1 < 1$ ) ứng với đoạn AB (hình 7.6), còn dòng trên âm ( $\Lambda_1 > 1$ ) ứng với đoạn CB. Điểm B xác định giá trị cực đại hàm  $x_1$  của  $\Lambda_1$  cho trước.

Từ công thức (7.14) suy ra  $x_{1, \max} = 0$  khi  $\Lambda_1 = 1$ .

Như vậy, phương trình (7.14) cho thấy rằng đối với ống hình trụ có kích thước  $l$ , D cho trước với vận tốc ở miệng ra  $\Lambda_2 = 1$ , giá trị  $k$  và  $\Lambda$  xác định, thì hệ số vận tốc ở miệng vào  $\Lambda_1$  và lưu lượng dẫn xuất của chất khí  $q_1$  có một giá trị hoàn toàn xác định.

Với chuyển động dừng và vận tốc dưới âm tại miệng vào, một lượng khí cực đại có thể chuyển động qua ống hình trụ dài  $l$ , có hệ số ma sát  $\lambda$  nếu  $\Lambda_2 = 1$ .

Lưu lượng tuyệt đối của chất khí qua ống có chiều dài giới hạn sẽ bằng:

$$\begin{aligned} G_{\max} &= g\omega(\rho_1 v_1)_{\max} = g\omega q_{1\max} \rho_{*1} a_* = \\ &= g\omega \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{1}{k-1}} \Lambda_{1\max}^2 \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \Lambda_{1\max}^2\right)^{\frac{1}{k-1}} \rho_{*1} a_* \end{aligned}$$

Với chú ý:  $\rho_{*1} a_* = \rho_{01} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}} \sqrt{\frac{2k}{k+1}} R T_{01} =$

$$= \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}} \sqrt{\frac{2k}{(k+1)Rg}} \frac{p_{01}}{\sqrt{T_{01}}}$$

Ta sẽ được:

$$G_{\max} = \omega \sqrt{\frac{2gk}{(k+1)R}} \Lambda_{1\max} \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \Lambda_{1\max}^2\right)^{\frac{1}{k-1}} \frac{p_{01}}{\sqrt{T_{01}}} \quad (7.15)$$

Như vậy, để tăng lưu lượng tuyệt đối của chất khí qua ống hình trụ có kích thước xác định cần thiết phải tăng áp suất toàn phần tại miệng vào  $p_{01}$  hay là khi  $p_{01}$  cố định thì phải giảm nhiệt độ hãm  $T_{01}$ . Trong khi đó, tại miệng ra vận tốc sẽ đạt giá trị tối hạn và giá trị tuyệt đối của nó sẽ giảm khi  $T_{01}$  giảm. Nhưng lưu lượng sẽ tăng do khối lượng riêng tăng.

Thực nghiệm cho thấy rằng với vận tốc trên âm tại miệng vào sẽ xuất hiện một số tính chất mới của dòng chảy mà phương trình (7.13) không mô tả được. Có một số điều nhận xét là theo phương trình (7.13), khi  $\Lambda_1 > 1$  vận tốc trong ống phải giảm liên tục cho đến miệng ra theo đường cong CB trên hình (7.6), còn áp suất sẽ tăng liên tục.

Nhưng trong thực tế sự thay đổi vận tốc và áp suất trong ống ở nhiều trường hợp xảy ra một cách không liên tục (có bước nhảy).

### 3. Tính toán đường ống

*a) Tính toán đường ống dẫn khí cũng tương tự như việc tính toán đường ống dẫn chất lỏng.*

Tổn thất áp suất toàn bộ trong đường ống đơn giản được xác định bằng tổn thất áp suất trong tất cả các đoạn:

$$p = \sum_1^x \left( \lambda \frac{l}{D} + \sum \zeta \right) \frac{\gamma}{2g} v^2$$

Trong đó:  $x$  – số đoạn của ống dẫn.

Còn đối với đường ống phức tạp, tổn thất áp suất toàn bộ được xác định bằng số tổn thất áp suất của những đoạn đường ống được chọn làm đường ống cơ bản:

$$p = \sum_1^y \left( \lambda \frac{l}{D} + \sum \zeta \right) \frac{\gamma}{2g} v^2$$

Trong đó:  $y$  – số đoạn đường ống cơ bản.

*b) Thường có những bài toán cơ bản sau:*

1. Cho biết lưu lượng, tính đường kính ống dẫn, vận tốc và tổn thất áp suất.
2. Cho biết lưu lượng và áp suất, tính đường kính và vận tốc hay ngược lại.
3. Cho biết đường kính và áp suất, tính lưu lượng và vận tốc.

Trường hợp thứ nhất thường đặc trưng cho việc tính toán đường ống khi có nguồn làm việc (quạt, máy nén v.v...). Trong khi tính toán nên lưu ý là lưu lượng, vận tốc và diện tích mặt ống được liên hệ bằng phương trình lưu lượng:

$$Q = v\omega$$

*c) Phương pháp tính toán*

Đối với từng đoạn ống cho biết chiều dài  $l$ , tổng các hệ số tổn thất cục bộ  $\sum \zeta$  và lưu lượng  $q$ , đồng thời tính được vận tốc  $v$ , ta sẽ xác định được đường kính ống:

$$D = 1,13 \left( \frac{q}{v} \right)^{\frac{1}{2}}$$

và tổn thất áp suất:

$$p = \left( \lambda \frac{l}{D} + \sum \zeta \right) \frac{\gamma}{2g} v^2$$

Trong đó, nói chung hệ số ma sát  $\lambda$  phụ thuộc vào trạng thái chảy và tính chất của thành ống.

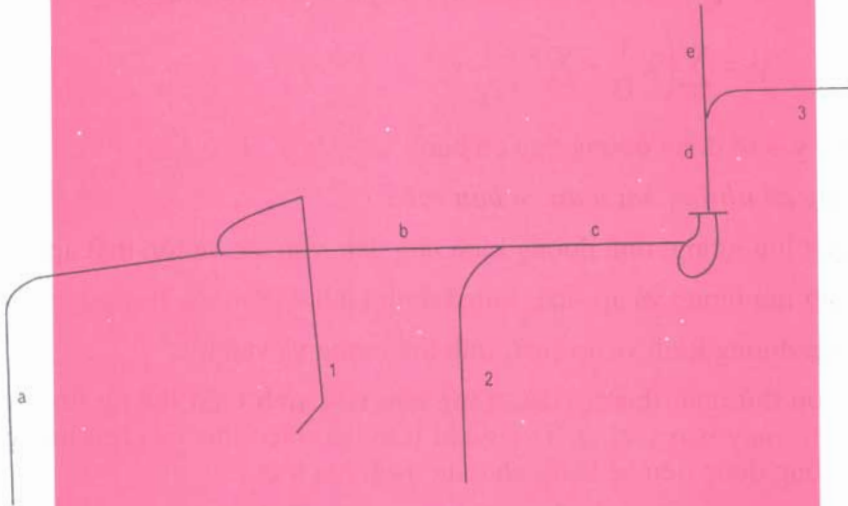
**Ví dụ:**

Có hệ thống ống dẫn khí như sơ đồ (hình 7.7). Khí được hợp lại từ ba nhánh dẫn đến quạt và sau đó khí được phân đi hai nơi. Những đoạn ống của đường chính kí hiệu bằng các chữ a, b, c, d, e; còn những đoạn phân nhánh bằng các số 1, 2, 3. Chiều dài  $l$  của các đoạn ống, tổng giá trị các hệ số tổn thất cục bộ  $\Sigma\zeta$  và lưu lượng  $q$  cho trong bảng 7.1. Hãy tính tổn thất áp suất toàn phần trong các đoạn ống.

**Giải:**

Vận tốc trung bình trong ống dẫn được xác định theo công thức Kalinuskin – gọi là vận tốc kinh tế:

$$v = 20 \left( \frac{ab\eta b}{nreQ\gamma\beta} \right)^2 \quad (7.16)$$



**Hình 7.7**

- trong đó: a - phân khấu hao hàng năm;  
b - giá tiền  $1m^2$  bề mặt ống dẫn;  
 $\eta$  - hiệu suất của quạt;

$$\alpha = \sum_1^x q^{1/2} l; \quad x - \text{số các đoạn ống}; \quad q - \text{lưu lượng trong mỗi đoạn};$$

- $l$  - độ dài mỗi đoạn;  
 $n$  - thời gian sử dụng quạt.  
 $r$  - giá tiền 1kWh;  
 $e$  - hệ số tỉ lệ tiêu thụ điện;  
 $\gamma$  - trọng lượng riêng của khí;  
 $Q$  - tổng lưu lượng.

$$\beta = \sum_i \left( i \frac{l}{q^{\frac{1}{3}}} + \sum \zeta \right); \quad i = \frac{\lambda v^{\frac{1}{2}}}{1,13} = \text{const}$$

đối với không khí  $i = 0,04$

Nếu chọn vận tốc kinh tế trong đường ống dẫn khí  $v = 13\text{m/s}$  thì từ đó suy ra đường kính ống của đoạn a:

$$D = 1,13 \left( \frac{q}{v} \right)^{\frac{1}{2}} = 1,13 \left( \frac{1000}{3600 \cdot 13} \right)^{\frac{1}{2}} = 0,165\text{m} = 165\text{mm}$$

áp suất động:

$$\frac{\gamma}{2g} v^2 = \frac{1,2}{2 \cdot 9,81} \cdot 13^2 = 10,4\text{kG/m}^2$$

Tổn thất áp suất toàn phần:

$$p = \left( \lambda \frac{l}{D} + \sum \zeta \right) \frac{\gamma}{2g} v^2 = 17,78\text{kG/m}^2$$

Tương tự, tính cho đoạn b được:

$$D = 235\text{mm}, \quad \frac{\gamma}{2g} v^2 = 10\text{kG/m}^2$$

$\frac{\lambda}{D}$  tính theo điều kiện tiêu chuẩn ( $t = 20^\circ\text{C}$ ,  $p = 760\text{mmHg}$ , độ ẩm  $\phi = 0,5$ ;  $\gamma = 1,2\text{kG/m}^3$ ).

Các đoạn khác cũng tính như vậy, kết quả tính được lập thành bảng 7.1.

Tổn thất áp suất toàn phần trong đường ống chính (a, b, c, d, e) bằng  $65,3\text{kG/m}^2$ . Theo áp suất đó và lưu lượng  $3000\text{m}^3/\text{h}$  có thể chọn quạt thích hợp cho đường ống trên.

**Bảng 7.1**

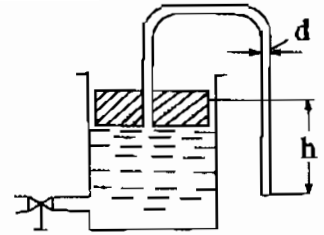
Số các đoạn ống	$l$ (m)	$\Sigma \zeta$	$q$ ( $\text{m}^3/\text{h}$ )	$D$ (mm)	$v$ (m/s)	$\frac{\gamma}{2g} v^2$ ( $\text{kG/m}^2$ )	$\frac{\lambda}{D}$ (1/m)	$l \frac{\lambda}{D}$	$l \frac{\lambda}{D} + \Sigma \zeta$	$p$ ( $\text{kG/m}^2$ )
a	7	1,0	1000	165	13,0	10,4	0,102	0,71	1,71	17,8
b	5	-	2000	235	12,8	10,0	0,068	0,34	0,34	3,4
c	2,5	-	3000	285	13,1	10,5	0,053	0,13	0,13	1,4
d	2	0,1	3000	285	13,1	10,5	0,053	0,11	0,21	2,2
e	12	2,4	1500	195	14,0	12,0	0,084	1,0	3,40	40,5
1	6	1,0	1000	165	13,0	10,0	0,102	0,61	1,61	16,7
2	7	1,0	1000	165	13,0	10,4	0,102	0,71	1,71	17,8
3	4	1,3	1500	195	14,0	12,0	0,084	0,34	1,64	19,7

## §7.6. VÍ DỤ VÀ BÀI TẬP

### Ví dụ 7-1. Dụng cụ đo lưu lượng nhỏ

Dụng cụ để đo lưu lượng nhỏ gồm một xylanh trong đó đặt một phao có lắp ống xiphông

Tính lưu lượng của nước (độ nhớt  $\nu = 0,01\text{St}$  và của một hoá chất (độ nhớt  $\nu = 0,1\text{St}$ ) nếu ống dài  $l = 600\text{mm}$ , đường kính  $d = 5\text{mm}$  và mặt cắt ra của ống đặt thấp hơn mặt thoáng chất lỏng trong xylanh một khoảng  $h = 250\text{mm}$ . Chỉ kể tổn thất dọc đường.



Hình bài 7.1

**Giải:** Viết phương trình Bécnu-li cho hai mặt cắt đầu và cuối ống, bỏ qua chiều cao của phao:

$$h = h_w = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{1}{2g} \cdot \frac{Q^2}{\omega^2} \quad (1)$$

Trong phương trình (1) muốn xác định  $Q$  cần biết  $\lambda$ . Để xác định  $\lambda$  cần phải biết trạng thái chuyển động. Ta đã biết đối với chảy tầng

$$H = \frac{32\nu l v}{gd^2}$$

Nếu trong công thức trên ta thay  $v = v_{pg}$  ( $v_{pg}$ : vận tốc phân giới giữa chảy tầng và chảy rối) thì ta sẽ có  $H_{pg}$ . Vì có  $Re_{pg} = \frac{v_{pg} d}{\nu}$  nên  $v_{pg} = \frac{Re_{pg} \nu}{d}$  và

$$H_{pg} = \frac{32\nu^2 / Re_{pg}}{gd^2}$$

Trong bài này với  $\nu = 0,01\text{St}$  thì:

$$H_{pg} = \frac{32(0,01 \cdot 10^{-4})^2 \cdot 0,6 \cdot 2320}{9,81 \cdot 0,005^3} = 0,0359\text{m}$$

Ta có:  $h = 0,250\text{m} > H_{pg} = 0,0359\text{m}$

vậy dòng chảy trong ống là rối; tính  $\lambda$  theo công thức của Blaisus

$$\lambda = \frac{0,316}{Re^{1/4}}$$

Thay các giá trị vào (1) và rút gọn có:

$$h = \frac{0,316}{\left(\frac{vd}{\nu}\right)^{1/4}} \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

suy ra

$$v^3 = \frac{2ghd^3}{1.0.316.v^3} = \frac{2.9.81.0.25.0.005^3}{0.6.0.316(10^{-6})^3}$$

$$v = 1,045 \text{ m/s}$$

$$Q = v\omega = 1,045 \cdot \frac{3.14.0.003^2}{4} = 2,05 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$$

với  $v = 0,1 \text{ St}$

$$H_{pg} = \frac{32(0,1.10^{-4})^2 0,6}{9,81.0.005^3} \cdot 2320 = 3,59 \text{ m}$$

Ta có  $h = 0,25 \text{ m} < H_{pg} = 3,59 \text{ m}$ , vậy dòng chảy trong ống là chảy tầng. Hệ số  $\lambda$  tính theo công thức  $\lambda = \frac{64}{\text{Re}}$ . Thay vào và rút gọn ta có:

$$v = \frac{2ghd^2}{64vl} = \frac{2.9.81.0.25.0.005^2}{64.10^{-5}.0.6} = 0,319 \text{ m/s.}$$

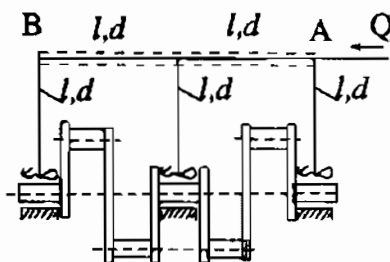
$$Q = 0319 \cdot \frac{3,14.0.003^2}{4} = 6,25 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s.}$$

### Ví dụ 7-2. Hệ thống bôi trơn trực khuỷu

Dầu bôi trơn ( $\delta = 0,8$ ,  $\nu = 0,06 \text{ St}$ ) được dẫn đến các ổ trục của một trục khuỷu theo một hệ thống ống nhỏ gồm năm đoạn giống nhau dài  $l = 500 \text{ mm}$  và đường kính  $d = 4 \text{ mm}$ .

1. Tính lưu lượng dầu phải cung cấp tại nút của hệ thống để cho mỗi ổ trục nhận được không dưới  $8 \text{ cm}^3/\text{s}$

2. Lưu lượng dầu cần có nói trên sẽ thay đổi như thế nào khi thay đoạn ống AB bằng ống có đường kính  $D = 8 \text{ mm}$ .



Hình bài 7.2

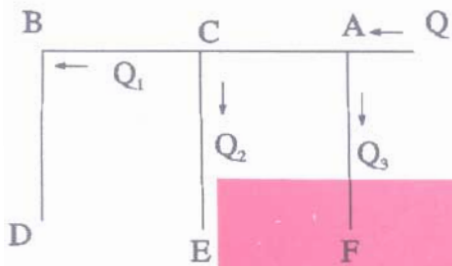
Bỏ qua các tổn thất cục bộ; coi như áp suất tại các ổ trục bằng nhau.

**Giải:** Để tính toán ta giả thiết trạng thái chảy trong hệ thống là chảy tầng (sau khi tính toán được  $Q$  ta sẽ kiểm tra lại giả thiết) như vậy cột áp tổn thất được tính theo công thức:

$$H = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} \quad \text{với} \quad \lambda = \frac{64}{\text{Re}} = \frac{64}{\frac{vd}{\nu}}$$

Thay  $v = \frac{Q}{\omega} = \frac{4Q}{\pi d^2}$  ta có:

$$H = \frac{128\nu l}{\pi g d^4} Q = AQ \quad \text{với} \quad A = \frac{128\nu l}{\pi g d^4}.$$



Hình bài 7.2a

Ta kí hiệu (hình 7.2a):

$Q_1$ : lưu lượng chảy từ C đến D,

$Q_2$ : lưu lượng chảy từ C đến E,

$Q_3$ : lưu lượng chảy từ A đến F,

$Q$ : lưu lượng chảy đến A.

Dĩ nhiên

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

Trên đoạn CD có:

$$H_{CD} = 2AQ_1$$

Trên đoạn CE có:

$$H_{CE} = AQ_2$$

Trên đoạn AF có:

$$H_{AF} = AQ_3$$

Trên đoạn AC có:

$$H_{AC} = A(Q_1 + Q_2)$$

Vì áp suất tại D, E, F bằng nhau nên ta có thể viết:

$$H_{CD} = H_{CE} \quad (1)$$

$$H_{AE} = H_{AF} \quad (2)$$

Từ (1) có  $2AQ_1 = AQ_2$  vậy  $Q_2 = 2Q_1$

Từ (2) có  $H_{AC} + H_{CE} = H_{AF}$ :

$$A(Q_1 + Q_2) + AQ_2 = AQ_3; \text{ thay } Q_2 = 2Q_1 \text{ ta có}$$

$$Q_3 = 5Q_1.$$

Từ các quan hệ trên suy ra lưu lượng  $Q_1$  là nhỏ nhất trong hệ thống. Nếu lấy  $Q_1 = 8\text{cm}^3/\text{s}$  thì  $Q_2 = 16\text{cm}^3/\text{s}$ ;  $Q_3 = 40\text{cm}^3/\text{s}$  và  $Q = 64\text{cm}^3/\text{s}$ .

Kiểm tra lại trạng thái chảy tại đoạn ống có lưu lượng lớn nhất, tức là đoạn AF:

$$v_3 = \frac{Q_3}{\omega} = \frac{0,00004}{\frac{3,14 \cdot 0,004^2}{4}} = 3,18\text{m/s}$$

$$\text{Re} = \frac{v_3 d}{\nu} = \frac{3,18 \cdot 0,004}{0,06 \cdot 10^{-4}} = 2120 < 2320$$



Vậy giả thiết chảy tầng trên là đúng.

b) Nếu đoạn AB thay bằng đường ống có  $D = 8\text{mm}$ .

Ta cũng giả thiết chảy tầng trong hệ thống.

Như vậy:

$$H_{CB} = \frac{128\nu l}{\pi g D^4} Q_1 = A_D Q_1,$$

$$H_{AC} = \frac{128\nu l}{\pi g D^4} (Q_2 + Q_1) = A_D (Q_2 + Q_1).$$

Cũng lí luận như phần trên ta có:

$$H_{AE} = H_{AF} \quad (1)$$

$$H_{CD} = H_{CF} \quad (2)$$

Từ (1) ta có:

$$H_{AE} = H_{AG} + H_{CE} = A_D (Q_1 + Q_2) + A Q_2 = A Q_3 \quad (3)$$

Từ (2):

$$H_{CD} = H_{CB} + H_{BD} = A_D Q_1 + A Q_1 = A Q_2; \text{ vậy } Q_2 = Q_1 \left( 1 + \frac{A_D}{A} \right)$$

Thay vào (3) ta có:

$$A_D \left[ Q_1 + Q_1 \left( 1 + \frac{A_D}{A} \right) \right] + A \left[ Q_1 \left( 1 + \frac{A_D}{A} \right) \right] = A Q_3$$

$$Q_1 \left( 3 \Lambda_D + A + \frac{A_D^2}{A} \right) = A Q_3$$

$$Q_3 = \left[ 3 \frac{\Lambda_D}{A} + 1 + \left( \frac{\Lambda_D}{A} \right)^2 \right] Q_1.$$

$$\frac{A_D}{A} = \frac{128\nu l}{\pi g D^4} \cdot \frac{\pi g d^4}{128\nu l} = \left( \frac{d}{2D} \right)^4 = \frac{1}{16}.$$

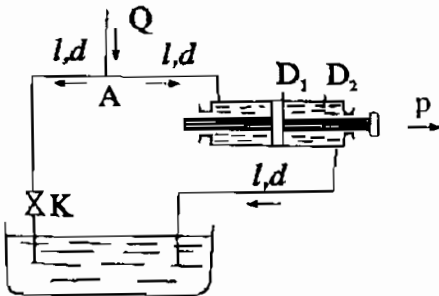
$$\text{Lấy } Q_1 = 8\text{cm}^3/\text{s}; \quad Q_3 = \left[ 3 \cdot \frac{1}{16} + 1 + \left( \frac{1}{16} \right)^2 \right] 8 = 9,5\text{cm}^3/\text{s};$$

$$Q_2 = 8 \left( 1 + \frac{1}{16} \right) = 8,5\text{cm}^3/\text{s};$$

$$Q = 8 + 8,5 + 9,5 = 26\text{cm}^3/\text{s}.$$

Trong đoạn ống AF vẫn cùng đường kính  $d$  và  $Q_3$  lần này nhỏ hơn lần trước vậy trạng thái chảy nhất định là chảy tầng.

**Ví dụ 7-3. Điều chỉnh vận tốc pittông bằng ống xả**



**Hình bài 7.3**

Pittông trong một xylanh lực ( $D_1 = 150\text{mm}$ ,  $D_2 = 50\text{mm}$ ) di chuyển nhờ lưu lượng hỗn hợp cồn golixêrin ( $\nu = 1\text{St}$ ,  $\gamma = 1200\text{daN/m}^3$ ) của một bơm nạp vào xylanh. Phụ tải lên pittông là  $P = 196\text{N}$ .

Để điều chỉnh vận tốc chuyển động khi lưu lượng bơm không đổi, tại nút A của hệ thống có lắp thêm ống xả với khoá K (hệ số tổn thất  $\zeta_k$ ).

Lưu lượng bơm  $Q = 7,85\text{l/s}$ , chiều dài đường ống tương đương  $l_1 = 5\text{m}$ ,  $l_2 = 10\text{m}$ , đường kính ống  $d = 50\text{mm}$ .

1. Tính vận tốc pittông;

2. Vận tốc lớn nhất  $v_{\max}$  bằng bao nhiêu?

3. Khi khoá K mở hết, chiều dài đường ống xả nhỏ nhất phải là bao nhiêu để cho pittông không chuyển động.

**Giải:** Giả thiết trạng thái chảy trong hệ thống là chảy tầng (sau khi xác định được  $v$  sẽ kiểm tra lại giả thiết), ta có công thức tính tổn thất như sau:

$$H = \frac{128\nu l}{\pi g d^4} Q.$$

Biết nhánh trái, tổn thất năng lượng bằng:

$$H_2 = \frac{128\nu l_2}{\pi g d^4} Q_2 = \frac{128 \cdot 10^{-4} \cdot 10}{3,14 \cdot 9,81 \cdot 0,05^4} Q_2 = 6,67 \cdot 10^2 Q_2.$$

Bên nhánh phải tổn thất năng lượng bằng:

$$H_1 = 2 \cdot \frac{128\nu l_1}{\pi g d^4} Q_1 + \frac{p}{\gamma};$$

với

$$p = \frac{P}{\Omega} = \frac{196}{3,14 \cdot \frac{(0,15^2 - 0,05^2)}{4}}$$

$$p = 12500\text{N/m}^2$$

$$H_1 = 2 \cdot \frac{128 \cdot 10^{-4} \cdot 5}{3,14 \cdot 9,81 \cdot 0,05^4} Q_1 + \frac{12500}{12000} = 6,67 \cdot 10^2 Q_1 + 1,04.$$

Vì  $H_1 = H_2$  và  $Q = Q_1 + Q_2$  nên:  
 $6,67 \cdot 10^2 Q_2 = 6,67 \cdot 10^2 Q_1 + 1,04$ .

$$Q_2 = Q_1 + \frac{1,04}{6,67 \cdot 10^2}$$

$$Q_1 = Q - Q_1 - \frac{1,04}{6,67 \cdot 10^2}$$

$$Q_1 = \frac{Q}{2} - \frac{1,04}{2 \cdot 6,67 \cdot 10^2} =$$

$$= \frac{0,00785}{2} - \frac{1,04}{2 \cdot 6,67 \cdot 10^2} = 0,00317 \text{ m}^3/\text{s}$$

Kiểm tra lại trạng thái chảy, tính vận tốc trong ống:

$$v_1 = \frac{Q_1}{\omega_1} = \frac{0,00317}{\frac{3,14 \cdot 0,05^2}{4}} = 1,6 \text{ m/s}$$

$$Re = \frac{v_1 d}{\nu} = \frac{1,6 \cdot 0,05}{10^{-4}} = 800 < 2320;$$

vậy giả thiết ở trên đúng.

Tốc độ của pittông:

$$v = \frac{Q_1}{\Omega} = \frac{0,00317}{\frac{3,14}{4} (0,15^2 - 0,05^2)} = 0,2 \text{ m/s}$$

vận tốc pittông lớn nhất khi  $Q_2 = 0$  và  $Q_1 = Q$ .

$$v_{\max} = \frac{Q}{\Omega} = \frac{0,00785}{\frac{3,14}{4} (0,15^2 - 0,05^2)} = 0,5 \text{ m/s}$$

Xylanh không chuyển động khi  $Q_1 = 0$  và  $Q_2 = Q$ ; lúc đó:

$$H_2 = \frac{p}{\gamma} = \frac{128 \nu Q L}{\pi g d^4}; \text{ rút ra } L = 1,04 \cdot \frac{3,14 \cdot 9,81 \cdot 0,05^4}{128 \cdot 10^{-4} \cdot 0,00785} = 2 \text{ m}$$

**Ví dụ 7-4.** Hệ thống hai bình cung cấp cho một bơm

Bơm bánh răng lưu lượng  $Q = 4 \text{ l/s}$  hút xăng từ hai bình chênh nhau lúc ban đầu một độ cao  $h = 0,5 \text{ m}$  qua các đường ống đường kính  $d = 50 \text{ mm}$ , dài (đến điểm chạc ba N)  $l = 10 \text{ m}$ .

1. Tính lưu lượng ban đầu hút ra từ mỗi bình.

2. Tính độ chênh cao  $h$  để cho lưu lượng ban đầu hút từ bình dưới lên bằng không.

3. Phải đặt điểm nút N thấp hơn đáy bình dưới một khoảng cách  $z$  bằng bao nhiêu để cho khi bình trên bị hút cạn thì không khí không vào bơm và có thể tiếp tục hút cạn xăng ở bình dưới

Chỉ kể tổn thất dọc đường lấy  $\lambda = 0,02$ .

**Giải:** 1. Tổn thất cột nước bên nhánh trái (từ bình chứa đến điểm chia nhánh)

$$H_t = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} = 0,0827\lambda \frac{l}{d^5} Q_1^2 = A_t Q_1^2 \text{ với } A_t = 0,0827\lambda \frac{l}{d^5}$$

Hình bài 7.4

Tổn thất cột nước bên nhánh phải:

$$H_p = A_p Q_2^2 \text{ với } A_p = 0,0827\lambda \frac{l}{d^5} = A_t$$

Thay số vào ta có:

$$A_p = A_t = 0,0827 \cdot 0,02 \cdot \frac{10}{0,05^2} = 5,3 \cdot 10^4$$

Theo hình vẽ ta có:

$$H_t = H_p + h;$$

$$A_t Q_1^2 = A_t Q_2^2 + h.$$

$$Q_1 = \sqrt{Q_2^2 + \frac{h}{A_t}}.$$

$$\text{Vì } Q_1 + Q_2 = Q \text{ nên } \sqrt{Q_2^2 + \frac{h}{A_t}} + Q_2 = Q,$$

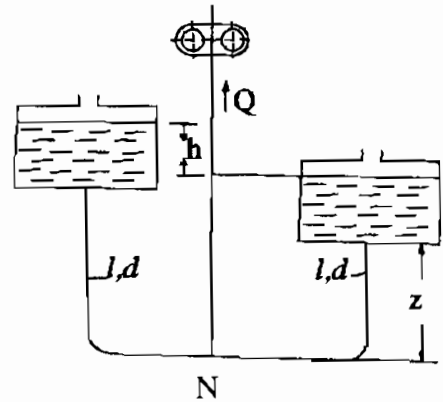
$$\sqrt{Q_2^2 + \frac{h}{A_t}} = Q - Q_2$$

Rút ra:

$$Q_2 = \frac{Q}{2} - \frac{h}{2A_t Q} = \frac{0,004}{2} - \frac{0,5}{2 \cdot 5,3 \cdot 10^4 \cdot 0,004};$$

$$Q_2 = 0,00082 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_1 = 0,004 - 0,00082 = 0,00312 \text{ m}^3/\text{s}.$$



2. Khi lưu lượng của bình chứa bên nhánh phải bằng không

$$Q_2 = 0, \text{ ta có } Q_1 = Q,$$

$$A_1 Q_1^2 = A_1 Q^2 = h.$$

Vậy

$$h = 5,3 \cdot 10^4 \cdot 0,004^2$$

$$h = 0,85\text{m}$$

3. Để tháo cạn được bình chứa nhánh phải mà không khí không lọt được vào bơm (sau khi bình nhánh trái đã tháo cạn) thì lưu lượng từ bình nhánh phải vào phải cung cấp đủ lưu lượng cho bơm. Muốn vậy:

$$z = A_p Q^2 = 5,3 \cdot 10 \cdot 0,004^2$$

$$z = 0,85\text{m}$$

**Ví dụ 7-5.** Hệ thống ba bình cấp nước cho ống cái

Từ ba bình chứa có cột áp bằng nhau  $H = 10\text{m}$  và theo ba đường ống giống nhau dài  $l = 50\text{m}$ , đường kính  $d = 100\text{mm}$  ( $\lambda = 0,025$ ) nước chảy dồn vào một ống cái gồm ba đoạn giống nhau dài  $l_1 = 80\text{m}$  đường kính  $d_1 = 200\text{mm}$  ( $\lambda_1 = 0,021$ ).

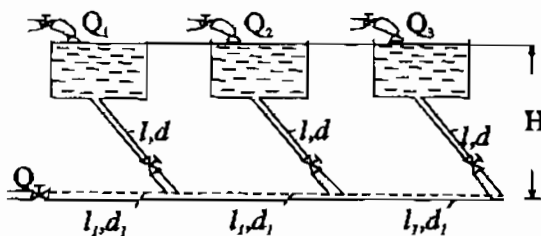
1. Tính lưu lượng chảy qua ống cái ra ngoài trời khi tất cả các khoá trước đều mở hết cỡ ( $\zeta_k = 0$ ).

2. Tính các lưu lượng  $Q_1, Q_2, Q_3$  chảy vào ống cái khi cột áp là  $H$ .

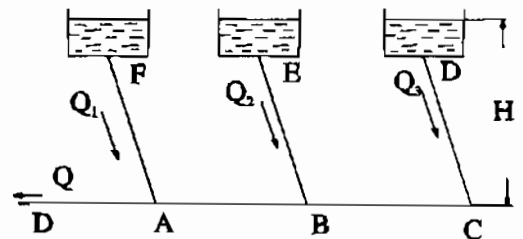
**Giải:** Công thức tính lưu lượng trong đường ống khi bỏ qua tổn thất cục bộ có dạng sau:

$$H = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} = 0,0827 \lambda \frac{l}{d^5} Q^2$$

Kí hiệu:  $0,0827 \lambda \frac{l}{d^5} = A$  và  $0,0827 \frac{l}{d_1^5} = A_1$  (a)



Hình bài 7.5a



Hình bài 7.5b

Tính tổn thất trên các đoạn ống:

$$\text{đoạn FA có } H_{FA} = A Q_1^2$$

$$\text{đoạn EB có } H_{EB} = A Q_2^2$$

$$\text{đoạn DC có } H_{DC} = A Q_3^2$$

$$\text{đoạn CB có } H_{CB} = A_1 Q_3^2$$

$$\text{đoạn BA có } H_{BA} = A_1(Q_3 + Q_2)^2;$$

$$\text{đoạn AO có } H_{AO} = A_1 Q^2.$$

Theo hình vẽ ta có:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 \quad (1)$$

$$H_{AF} = H_{FA} = H_{EB} + H_{BA};$$

$$\text{Vậy: } A Q_1^2 = A Q_2^2 + A_1(Q_3 + Q_2)^2 \quad (2)$$

$$H_{EB} = H_{DC} + H_{CB};$$

$$\text{Vậy: } A Q_2^2 = A Q_3^2 + A_1 Q_3^2 \quad (3)$$

Từ (3) rút ra:

$$Q_2 = B Q_3 \quad (4)$$

$$\text{trong đó: } B = \sqrt{1 + \frac{A_1}{A}} \quad (b)$$

Thay (4) vào (2):

$$A Q_1^2 = A(B Q_3)^2 + A_1(Q_3 + B Q_3)^2$$

$$A Q_1^2 = [A B^2 + A_1(1+B)^2] Q_3^2$$

$$A Q_1^2 = C Q_3^2 \text{ trong đó } C = A B^2 + A_1(1+B)^2 \quad (c)$$

$$\text{hay: } Q_3 = Q_1 \sqrt{\frac{A}{C}}$$

Cuối cùng ta có:

$$Q_3 = D Q_1 \quad (5)$$

với

$$D = \sqrt{\frac{A}{C}} \quad (d)$$

thay (4) và (5) vào (1) rút gọn:

$$\begin{aligned} Q &= Q_1 + BQ_3 + DQ_1 = Q_1 + BDQ_1 + DQ_1; \\ Q &= Q_1[1 + D(B + 1)]; \text{ đặt } E = 1 + D(B + 1) \end{aligned} \quad (e)$$

có:

$$Q = EQ_1. \quad (6)$$

Theo hình vẽ ta có:

cột nước tổng cộng  $H = H_{FA} + H_{\Delta O}$ :

$$H = AQ_1^2 + A_1Q^2 = A\left(\frac{Q}{E}\right)^2 + A_1Q^2 = Q^2\left(\frac{A}{E^2} + A_1\right);$$

Rút ra:

$$Q = \sqrt{\frac{H}{\frac{A}{E^2} + A_1}} \quad (7)$$

Tính các hệ số theo các biểu thức (a), (b), (c), (e):

$$A = 0,0827\lambda \frac{l}{d^5} = \frac{0,0827 \cdot 0,025 \cdot 50}{0,1^5} = 10350;$$

$$A_1 = 0,0827\lambda \frac{l_1}{d_1^5} = \frac{0,0827 \cdot 0,025 \cdot 80}{0,2^5} = 434;$$

$$B = \sqrt{1 + \frac{434}{10350}} = 1,02;$$

$$C = 10350 \cdot 1,02^2 + 434(1 + 1,02)^2 = 12565;$$

$$D = \sqrt{\frac{10350}{12565}} = 0,91;$$

$$E = 1 + 0,91(1,02 + 1) = 2,835.$$

Đem thay vào các hệ thức tính lưu lượng ta có:

từ (7): 
$$Q = \sqrt{\frac{10}{\frac{10350}{8} + 434}} = 0,076 \text{ m}^3/\text{s}.$$

từ (6): 
$$Q_1 = \frac{0,076}{2,835} = 0,0268 \text{ m}^3/\text{s}.$$

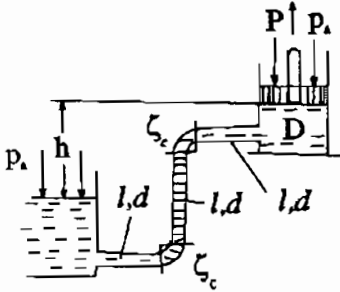
từ (5): 
$$Q_3 = 0,91 \cdot 0,0268 = 0,0244 \text{ m}^3/\text{s}.$$

từ (1): 
$$Q_2 = 0,076 - 0,0268 - 0,0244 = 0,0248 \text{ m}^3/\text{s}.$$

### Bài 7-1. Hút nước bằng pittông

Một pittông đường kính  $D = 200\text{mm}$  chuyển động đều (từ dưới lên) trong một xy lanh hút nước từ một bể chứa hở, mức nước ổn định. Ống hút gồm đoạn thẳng đường kính  $d = 50\text{mm}$ , dài  $l = 1\text{m}$ , hệ số ma sát  $\lambda = 0,03$ , và hai đoạn cong hệ số tổn thất  $\zeta_c = 0,5$ .

Khi pittông ở vị trí cao hơn mức nước trong là  $h = 2\text{m}$  thì lực cần thiết để làm nó chuyển động là  $P = 2350\text{N}$ .



Bài 7.1

1. Xác định vận tốc nâng lên của pittông.
2. Tính độ nâng cao lớn nhất  $h_{\max}$  của pittông và vận tốc nói trên mà không gây ra nguy cơ làm gián đoạn dòng chảy.

Biết áp suất bốc hơi bão hoà của nước:  $p_{\text{bh}} = 32\text{mmHg}$ ; khối lượng riêng của nước ở nhiệt độ  $t = 30^\circ\text{C}$  là  $\rho = 995\text{kg/m}^3$ ;

Áp suất khí trời  $p_a = 740\text{mmHg}$ ;  $g = 9,8\text{m/s}^2$ .

Bỏ qua trọng lượng pittông, ma sát và tổn thất trong xy lanh.

ĐS:  $v = 0,212\text{m/s}$ ;  $h_{\max} = 4\text{m}$ .

### Bài 7-2. Tính ống xi phông

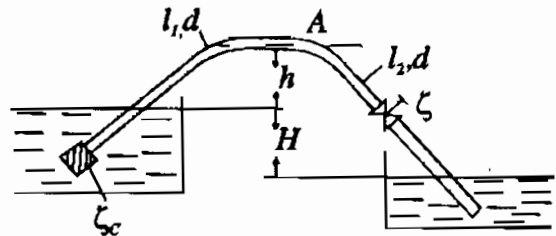
Trong một ống xi phông với cột áp  $H = 6\text{m}$  cần cho qua một lưu lượng  $Q = 50\text{l/s}$  với điều kiện là chân không không được vượt quá  $7\text{m}$  cột nước. Điểm nguy hiểm nhất C cao hơn mức nước thượng lưu  $h = 4\text{m}$ , chiều dài đường ống đến đó  $l_1 = 100\text{m}$ , chiều dài đường ống từ đó trở xuống  $l_2 = 60\text{m}$ . Trên đường ống có một van vào và lưới chắn rác ( $\zeta_v = 5$ ), một khoá ( $\zeta_k$ ).

1. Tính đường kính ống và hệ số tổn thất  $\zeta_k$  của khoá thoả mãn yêu cầu trên.

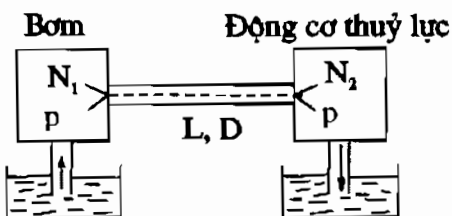
Hệ số ma sát tính theo công thức  $\lambda = \frac{0,02}{d^1}$ ; bỏ qua tổn thất cục bộ tại đoạn uốn cong.

2. Vẽ đường đo áp dọc theo ống.

ĐS:  $d = 200\text{mm}$ ;  $\zeta_k = 13$



Bài 7.2



Hình 7.3

### Bài 7-3. Hệ thống truyền động bơm - động cơ thuỷ lực.

Công suất  $N_1 = 300\text{kW}$  của một bơm được truyền qua một động cơ thuỷ lực theo một đường ống dẫn nước nằm ngang dài  $L = 1500\text{m}$ , đường kính  $D = 400\text{mm}$  với lưu lượng  $Q = 0,2\text{m}^3/\text{s}$ .



Hệ số ma sát của ống  $\lambda = 0,03$ .

1. Tính tổn thất công suất trong đường ống.

2. Tính áp suất  $p_1$  do bơm tạo ra tại đầu đường ống và áp suất  $p_2$  tại trước động cơ thủy lực ở cuối đường ống.

*Hướng dẫn:* Biểu thức chung để tính công suất dòng chảy:

$$N = \gamma Q \left( \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} + z \right)$$

ở đây  $z = 0$ .

ĐS:  $N_w = 28,4 \text{ kW}$

$$p_1 = 1,5 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$$

$$p_2 = 1,35 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$$

**Bài 7-4. Công suất và hiệu suất của đường ống.**

Trong một trạm thủy điện đường ống dài  $l = 2200 \text{ m}$ , đường kính  $D = 1,2 \text{ m}$  dẫn nước dưới cột áp  $H = 180 \text{ m}$  vào tuabin hiệu suất  $\eta_t = 0,88$ .

1. Tính công suất lớn nhất của hệ thống tuabin.

2. Tính hiệu suất của đường ống  $\eta_o$  và lưu lượng  $Q$  chảy qua tuabin trong trường hợp đó.

Chỉ xét tổn thất dọc đường lấy  $\lambda = 0,02$ .

*Hướng dẫn:* Công suất có ích của hệ thống:

$$N = \gamma \cdot Q \cdot (H - h_d) \cdot \eta_t$$

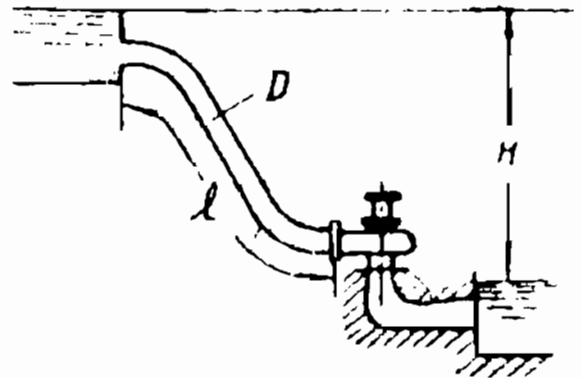
trong đó  $h_d$  tổn thất trong đường ống.

- Hiệu suất đường ống  $\eta_o = \frac{H - h_d}{H}$ .

$$- h_d = 0,0827 \lambda \frac{l}{D^5} Q^2$$

Tính  $N_{\max}$  hàm của  $Q$ .

ĐS:  $N_{\max} = 6620 \text{ kW}$ .



**Bài 7.4**

$$Q = \sqrt{\frac{H}{3 \cdot 0,0827 \lambda \cdot \frac{l}{D^5}}} = 6,4 \text{ m}^3 / \text{s}$$

$$\eta_o = \frac{2}{3}$$

**Bài 7-5. Hệ thống làm lạnh amôniac**

Hệ thống làm lạnh amôniac gồm bốn đoạn nối tiếp mỗi đoạn có hai ống đồng trục. ống trong dày 2,5mm, đường kính  $d_1 = 30\text{mm}$  dẫn nước lạnh; ống ngoài đường kính  $d_2 = 50\text{mm}$  dẫn amôniac lỏng.

Chiều dài toàn bộ ống trong  $L_1 = 22\text{m}$  chiều dài mỗi đoạn  $L_2 = 4\text{m}$ ; đường kính các ống nối  $d_3 = 35\text{mm}$ .

Tính tổn thất cột áp: 1) cho nước,

2) cho amôniac.

biết rằng lưu lượng nước  $G_1 = 4000\text{daN/h}$  (độ nhớt  $\nu = 1,2 \cdot 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ ) và lưu lượng amôniac  $G_2 = 2200\text{daN/h}$  (tỷ trọng  $\delta = 0,61$ ); độ nhớt động lực  $\mu = 23 \cdot 10^{-6}\text{daN.s/m}^2$  ở nhiệt độ  $t = 20^\circ\text{C}$ ). Coi như các ống là thành trơn, hệ số tổn thất vào và ra của các ống nối  $\zeta_v = 0,5$ ;  $\zeta_r = 1$ ; tổn thất tại các đoạn ống cong của ống dẫn nước không đáng kể.

Hướng dẫn: 
$$h_d = \lambda \frac{l}{D} \cdot \frac{v^2}{2g}; \lambda = \frac{0,316}{\text{Re}^{0,25}}; \text{Re} = \frac{vD_{\text{tt}}}{\nu};$$

$$D_{\text{tt}} = \frac{4\omega}{\chi}$$

ĐS:  $h_{w1} = 2,1\text{m}$  (nước)

$h_{w2} = 1,5\text{m}$  (amôniac).

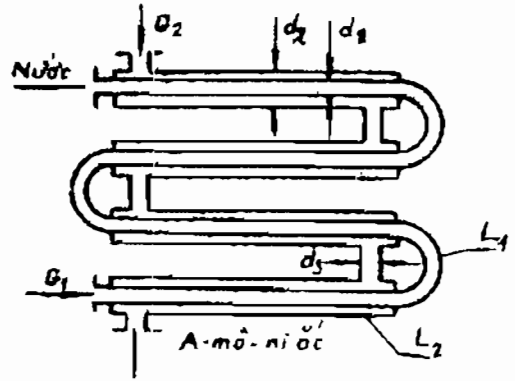
**Bài 7-6. Bơm nước từ giếng thông với bể chứa.**

Bơm ly tâm bơm nước từ giếng có ống thông với bể chứa. Ống này dài  $L = 20\text{m}$ ,  $D = 150\text{mm}$ , hệ số cản của lưới chắn rác  $\zeta = 2$ , hệ số ma sát  $\lambda = 0,03$ . Ống hút của bơm dài  $l = 12\text{m}$ ,  $d = 150\text{mm}$ , hệ số cản của lưới chắn rác  $\zeta = 6$ , hệ số cản chỗ cong  $\zeta = 0,2$ ;  $\lambda = 0,03$ .

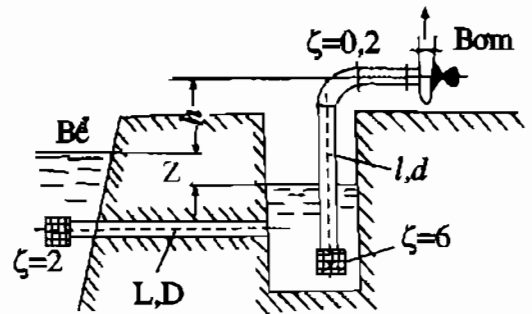
Xác định lưu lượng lớn nhất của bơm với điều kiện tại chỗ vào bơm độ chân không không vượt quá 6m cột nước. Xác định độ chênh  $z$  giữa bể và giếng. Cho biết  $h = 2\text{m}$  (từ mặt thoáng của bể chứa đến trục của bơm).

ĐS:  $Q = 38,5\text{l/s}$

$z = 1,7\text{m}$ .



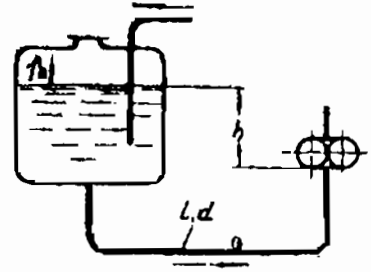
Bài 7.5



Bài 7.6

**Bài 7-7. Áp suất bơm trong hệ thống bôi trơn.**

Một hệ thống bôi trơn dùng bơm bánh răng cung cấp lưu lượng dầu  $Q = 60\text{l/ph}$  ở nhiệt độ  $t'' = 20^\circ\text{C}$  (độ nhớt  $\nu = 2\text{St}$ , tỷ trọng  $\delta = 0,92$ ). Đường ống hút bằng thép, dài  $l = 5\text{m}$ , đường kính  $d = 35\text{mm}$ , độ nhám tuyệt đối  $\Delta = 0,1\text{mm}$ . Tổn thất cục bộ bằng 10% tổn thất dọc đường. Mặt cắt vào của bơm đặt thấp hơn mặt thoáng dầu trong bình  $h = 1\text{m}$ ; áp suất mặt thoáng  $= p_a$ .



**Bài 7.7**

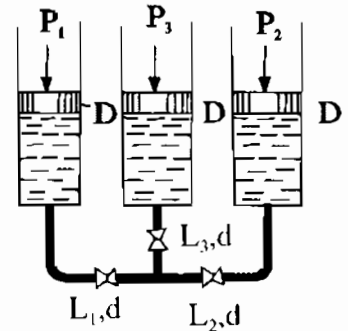
1. Tính áp suất tại mặt cắt vào của bơm.
2. Khi dầu nóng đến  $80^\circ\text{C}$  ( $\nu = 0,1\text{St}$ ,  $\delta = 0,85$ ) áp suất nói trên thay đổi như thế nào?

ĐS: 1.  $p_{ck} = 0,188\text{at}$ ; 2.  $p_{dr} = 0,05\text{at}$ .

**Bài 7-8. Chuyển động của ba pittông chịu lực khác nhau.**

Ba xylanh giống nhau đường kính  $D = 50\text{mm}$  chứa dầu ( $\delta = 0,88$ ,  $\nu = 0,3\text{cSt}$ ) được nối với nhau bằng các ống dài  $L_1 = L_2 = 22,5\text{m}$ ,  $L_3 = 20\text{m}$  và đường kính  $d = 25\text{mm}$ .

Trên mặt dầu trong xylanh đặt ba pittông chịu các lực  $P_1 = 70\text{daN}$ ,  $P_2 = 64\text{daN}$ ,  $P_3 = 50\text{daN}$ . Bỏ qua ảnh hưởng của độ cao vị trí các pittông so với điểm nút N (nơi 3 ống nối vào nhau).



**Bài 7.8**

Xác định hướng và vận tốc chuyển động của các pittông.

*Hướng dẫn.* Bài này giải theo loại bài toán ba bình chứa. Muốn xác định hướng chuyển động cần tính cột áp  $y$  tại điểm nút N giữa ba ống theo công thức:

$$y = H_1 - \frac{H_1 - H_3}{\left( \frac{\lambda_3 \cdot L_3}{\lambda_1 \cdot L_1} \cdot \frac{d_1^5}{d_3^5} + 1 \right)}$$

$H_1$ : cột áp tại xylanh 1,  $H_1 = \frac{P_1}{\gamma}$ .

$H_3$ : cột áp tại xylanh 3,  $H_3 = \frac{P_3}{\gamma}$ .

So sánh  $y$  với  $H_2 = \frac{P_2}{\gamma}$ , nếu  $y < H_2$  thì chất lỏng sẽ từ xylanh 2 và 1 chảy vào xylanh 3 và ta có các phương trình sau:

$$H_1 - y = 0,0827\lambda_1 \frac{L_1}{d_1^5} Q_1^2;$$

$$H_2 - y = 0,0827\lambda_2 \frac{L_2}{d_2^5} Q_2^2;$$

$$y - H_3 = 0,0827\lambda_3 \frac{L_3}{d_3^5} Q_3^2;$$

$$Q_1 + Q_2 = Q_3$$

Giải hệ phương trình trên có thể dùng phương pháp đồ thị.

$$\text{ĐS: } v_1 = 0,375\text{m/s; } v_2 = 0,125\text{m/s;}$$

$$v_3 = 0,5\text{m/s.}$$

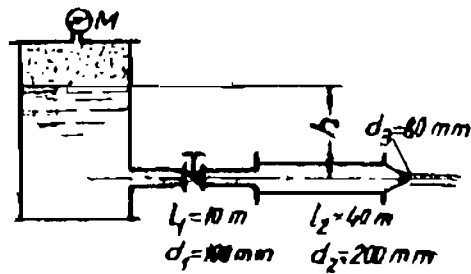
### Bài 7-9. Đường ống ngầm.

Nước bị nén chảy từ một bình theo đường ống ngầm ra ngoài.

Áp kế trên bình chỉ 4at, độ cao  $h = 5\text{m}$ , hệ số cản của khoá  $\zeta_k = 4$ , hệ số cản của vòi  $\zeta_v = 0,06$ , ống có độ nhám  $\Delta = 1\text{mm}$  (ống cũ);  $l_1 = 10\text{m}$ ,  $l_2 = 40\text{m}$ ,  $d_1 = 100\text{mm}$ ,  $d_2 = 200\text{mm}$ ,  $d_3 = 80\text{mm}$ .

Xác định lưu lượng chảy trong ống?

$$\text{ĐS: } Q = 67,8\text{l/s với } \lambda = \frac{0,25}{\left(\lg 3,7 \frac{d}{\Delta}\right)^2}$$



Bài 7.9

## Chương 8

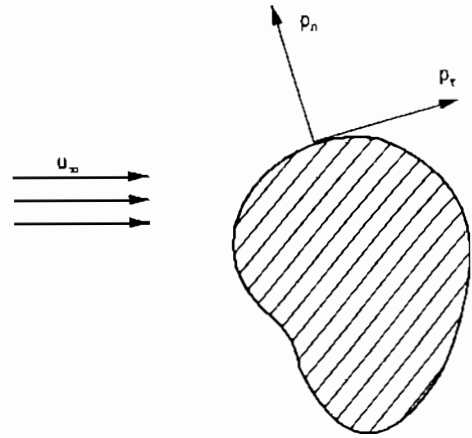
# LỰC TÁC DỤNG LÊN VẬT NGẬP TRONG CHẤT LỎNG CHUYỂN ĐỘNG

Trong chương này giới thiệu tổng quát về lực cản, lực nâng và công thức tính các lực đó của chất lỏng chuyển động tác dụng lên vật ngập trong nó.

### §8.1. LỰC CẢN, LỰC NÂNG

#### 1. Công thức tổng quát

Ta có dòng chất lỏng chuyển động với vận tốc  $U_\infty$  bao quanh vật rắn cố định (hay coi gần đúng là vật rắn chuyển động với vận tốc  $U_\infty$  trong chất lỏng tĩnh). Giả sử  $U_\infty$  không đổi về trị số và hướng. Chất lỏng chuyển động tác dụng lên vật cản, gây ra lực pháp tuyến và tiếp tuyến (hình 8.1). Tổng hợp các lực đó sẽ được một hợp lực  $\vec{P}$  và một ngẫu lực  $M$ . Hợp lực  $\vec{P}$  gồm 2 thành phần:



**Hình 8.1**

$$\vec{P} = \vec{P}_n + \vec{P}_t$$

$\vec{P}_n$  vuông góc với phương của vận tốc ở vô cùng  $U_\infty$  gọi là lực nâng;  $\vec{P}_t$  cùng phương với  $U_\infty$  nhưng ngược chiều, gọi là lực cản.

Về trị số, các lực đó có biểu thức sau:

$$P_t = C_x \frac{\rho U_\infty^2}{2} S$$

$$P_n = C_y \frac{\rho U_\infty^2}{2} S$$

trong đó:  $C_x$  - hệ số lực cản, không thứ nguyên.

$C_y$  - hệ số lực nâng, không thứ nguyên.

$\rho$  - khối lượng riêng của chất lỏng.

$S$  - tiết diện cản chính (hình chiếu của vật cản lên mặt phẳng vuông góc với  $U_\infty$ ).

Trong lực cản, thông thường có hai thành phần. Một do ma sát trong lớp biên gây nên  $P_{\tau_{ms}}$ , mà ta sẽ xét trong phần sau; một do phân bố của áp suất trên bề mặt vật cản gây nên  $P_{\tau_{ap}}$  trong dòng phẳng ta có:

$$P_{\tau} = P_{\tau_{ms}} + P_{\tau_{ap}}$$

Khi vật rắn nằm trong dòng chảy nó sẽ gây ra các kích động. Do đó trong lớp biên các thông số của dòng chảy sẽ thay đổi. Phân bố áp suất và lực ma sát trên bề mặt vật phụ thuộc vào hình dạng, vào vị trí của nó ở trong dòng chảy và vào vận tốc ở vô cùng (dòng chưa bị kích động).

Phân bố áp suất và lực ma sát trên bề mặt vật được đặc trưng bằng các hệ số lực cản áp suất và ma sát  $C_{x_{ap}}, C_{x_{ms}}$ ,

$$C_x = C_{x_{ap}} + C_{x_{ms}}$$

Với vận tốc dòng chảy nhỏ, khi đó tính nén được của chất lỏng thực tế không có tác dụng, thì ảnh hưởng đến hệ số lực cản là hình dạng vật cản, góc tới và số Raynôn.

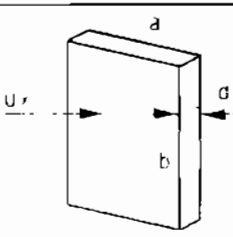
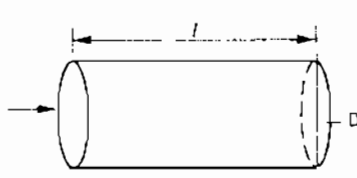
Các lực  $P_{\tau_{ms}}$  và  $P_{\tau_{ap}}$  lớn hay nhỏ chủ yếu phụ thuộc vào hình dáng của vật cản. Vật có hình dạng khí động xấu nghĩa là vật khi dòng bao quanh nó có điểm rời, không bao kín (như hình trụ tròn, thuyền thúng v.v...) thì  $P_{\tau_{ap}}$  lớn hơn  $P_{\tau_{ma\ s\at{at}}}$

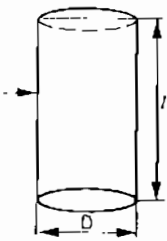
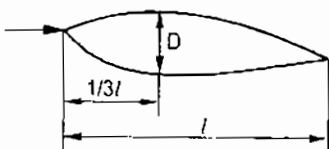
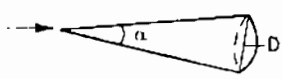
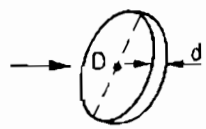
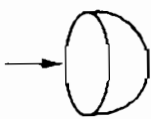
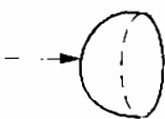
Với các vật như cánh máy bay, cánh tuabin, tấm phẳng v.v... lực cản có thể tính theo công thức:

$$P_{\tau} = P_{ms} (1 + k)$$

Với  $k = 0,1 \div 0,25$

Hệ số lực cản của một số vật thường gặp:

Hình dạng vật	Tỉ số các độ dài	Số Re	Tiết diện cản chính	$C_x$
 <p>a) Tấm phẳng có chiều dày <math>d = (0,01 \div 0,002)b</math></p>	$a/b = 1$	$6 \cdot 10^5$	ab	1,15
	2			1,16
	5			1,20
	10			1,22
	30			1,62
 <p>b)</p>	$l/D = 0,5$	$5 \cdot 10^5$	$\frac{\pi D^2}{4}$	1,00
	1,0			0,84
	2,0			0,76
	4,0			0,78
	5,0			0,80

Hình dạng vật	Tỉ số các độ dài	Số Re	Tiết diện cản chính	$C_x$
c) 	$l/D = 1$ 2 5 10 40	$0,9 \cdot 10^4$	$Dl$	0,64 0,68 0,76 0,80 0,98
d) 	$l/D = 3,4$ 5 6	$(5 \div 6) \cdot 10^5$	$\frac{\pi D^2}{4}$	0,05 0,06 0,075
e) 	$\alpha = 60^\circ$ $30^\circ$	$2,7 \cdot 10^5$	$\frac{\pi D^2}{4}$	0,51 0,33
f)  Đĩa tròn có chiều dày $d = 0,01D$		$6,2 \cdot 10^5$	$\frac{\pi D^2}{4}$	1,16
g) 		$4 \cdot 10^5$ $5 \cdot 10^5$	$\frac{\pi D^2}{4}$	1,44 1,42
h)  Nửa gáo cầu		$5 \cdot 10^5$ $4 \cdot 10^5$		0,34 0,36

## 2. Lực nâng. Định lí Giucốpski - Kutta

Khi nghiên cứu dòng thế của chất lỏng lí tưởng bao quanh trụ tròn, nghĩa là dòng bao quanh trụ tròn không có lưu số vận tốc ( $\Gamma = 0$ ) người ta thấy không có bất kì một lực nào tác dụng lên nó. Trong cơ học chất lỏng, kết luận này được gọi là nghịch lí Ôle Đalâmbe. Điều này còn đúng cả đối với những vật có hình dáng bất kì.

Còn khi dòng bao quanh trụ tròn có lưu số vận tốc thì vectơ chính của áp lực chỉ có một thành phần hướng vuông góc với vận tốc ở vô cùng  $U_\infty$  và có trị số  $\rho U_\infty \Gamma$ . Đây là trường hợp riêng của định lí Giucốpski về lực nâng.

Trong thực tế, khi các vật hình trụ hay hình tròn quay trong chất lỏng thực chuyển động ta có thể xem như dòng bao quanh chúng có lưu số vận tốc và do đó xuất hiện lực ngang vuông góc với vận tốc của chất lỏng tác dụng lên các vật đó. Đây là nội dung của hiệu ứng mang tên Mácnuít. Dựa vào hiệu ứng này ta có thể giải thích một số hiện tượng như việc sinh ra các “phễu” xoáy nước khi tháo nước từ bể chứa ra, đạn đạo bị lệch ngang, chuyển động bị uốn cong, quả bóng xoáy v.v...

### **Định lí Giucốpski - Kutta**

Nội dung của định lí nói về lực nâng của dòng chất lỏng lí tưởng tác dụng lên cánh đơn như cánh máy bay.

Định lí: Nếu dòng chảy có vận tốc ở vô cùng  $U_\infty$  bao quanh profin cánh và lưu số vận tốc dọc theo profin cánh là  $\Gamma$ , thì hợp lực của áp lực chất lỏng tác dụng lên profin cánh sẽ có trị số  $\rho U_\infty \Gamma$ , còn phương chiều được xác định bằng cách quay vectơ  $U_\infty$  một góc  $90^\circ$  ngược chiều  $\Gamma$ .

Có thể chứng minh định lí bằng cách áp dụng định lí biến thiên động lượng cho khối chất lỏng nằm giữa vòng tròn khá lớn và profin cánh, hay nhờ lí thuyết hàm biến phức như Traplughin đã làm (xem trang 97-100 tập 2 [1]).

Về mặt vật lí: sức nâng một chiếc cánh bất động là do sự chuyển động tròn (xoáy) của dòng chất lỏng xung quanh cánh đó (lưu số vận tốc). Do ảnh hưởng chuyển động của dòng chất lỏng ấy, vận tốc trên lưng cánh lớn hơn vận tốc ở dưới bụng cánh. Từ đó sinh ra sự chênh lệch về áp suất, tạo thành một lực đẩy từ dưới lên.

## **§8.2. LỚP BIÊN**

Như vừa nêu ở trên, muốn tính lực cản phải biết phân bố lực ma sát (ứng suất tiếp) dọc bề mặt của vật bị chất lỏng bao quanh, nghĩa là phải nghiên cứu lớp chất lỏng sát vật - lớp biên.

### **1. Định nghĩa**

Khi chất lỏng thực bao quanh một vật đứng yên, do tính nhớt nên hình như nó dính vào bề mặt vật. Vì vậy, vận tốc của dòng chảy trên mặt vật bằng không. Khi ra xa vật theo phương pháp tuyến với bề mặt, vận tốc sẽ tăng dần và tại khoảng cách nào đó kí hiệu là  $\delta$  nó sẽ gần bằng vận tốc của dòng bên ngoài  $U_\infty$  ( $=0,99U_\infty$ ). Lớp chất lỏng có chiều dày là  $\delta$  đó gọi là lớp biên. Trong lớp biên tập trung hầu hết ảnh hưởng của tính nhớt, có nghĩa chất lỏng là chất lỏng thực. Miền còn lại ảnh hưởng của tính nhớt không đáng kể và có thể xem nó như là miền chất lỏng lí tưởng.

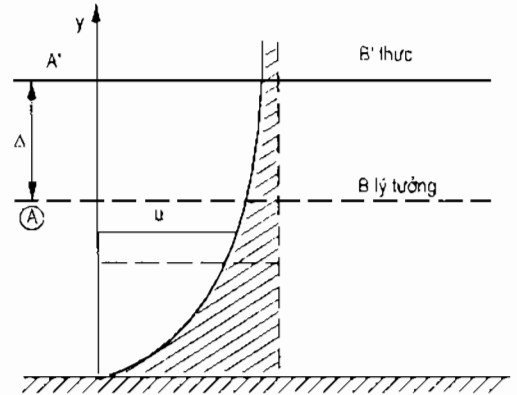


Đại lượng  $\delta$  phụ thuộc vào việc chọn ở đâu điểm quy ước chỉ rõ biên giới của lớp biên. Do đó trong khi tính toán người ta đưa vào những chiều dày đặc trưng khác của lớp biên: chiều dày bị ép  $\delta^*$ , chiều dày tổn thất xung lực  $\delta^{**}$  và chiều dày tổn thất năng lượng  $\delta^{***}$ .

## 2. Chiều dày bị ép

Đối với chất lỏng lí tưởng: các đường dòng gần tường không thay đổi phương như khi ở xa tường. Còn đối với chất lỏng thực: các đường dòng gần tường sẽ bị uốn cong vì  $u < U_\infty$  - tạo thành lớp biên. Như vậy, ở đây xét ảnh hưởng động học của tính nhớt lên vị trí của đường dòng, nghĩa là tính  $\Delta$  bằng bao nhiêu (hình 8.2).

Xác định khoảng cách dịch chuyển  $\Delta$  của đường dòng do ảnh hưởng của tính nhớt dựa trên tính chất: đường dòng là đường lưu lượng bằng nhau. Tính lưu lượng  $Q_l$  chất lỏng thực qua mặt cắt giữa bề mặt vật và đường dòng cách thành một khoảng  $y$ .



Hình 8.2

$$Q_l = \int_0^y u dy$$

Đường dòng tương ứng của chất lỏng lí tưởng sẽ gần bề mặt vật hơn một đoạn  $\Delta$  và được tính từ điều kiện cân bằng lưu lượng:

$$Q_l = u_\infty (y - \Delta) = u_\infty \int_0^y dy - u_\infty \Delta$$

$$Q_l = Q_l \rightarrow u_\infty \Delta = \int_0^y (u_\infty - u) dy$$

hay 
$$\Delta = \int_0^y \left(1 - \frac{u}{u_\infty}\right) dy$$

Khi  $y \rightarrow \delta$ ,  $\Delta = \Delta_{\max} = \delta^* = \int_0^\delta \left(1 - \frac{u}{u_\infty}\right) dy$

Hay viết dưới dạng không thứ nguyên:

$$\delta^* = \int_0^1 (1 - \varphi) d\eta \quad \text{với } \varphi = \frac{u}{u_\infty}; \quad \eta = \frac{y}{\delta}$$

Đối với chất lỏng nén được:

$$\delta^* = \int_0^\delta \left(1 - \frac{\rho u}{\rho u_\infty}\right) dy$$

Như vậy,  $\delta^*$  đặc trưng cho sự dịch chuyển đường dòng của dòng ngoài khỏi phương của đường dòng trong chuyển động của chất lỏng lí tưởng. Lượng chất lỏng đi qua chiều dày  $\delta^*$  bằng lượng chất lỏng đi qua  $(\delta - \delta^*)$ . Sự giảm lưu lượng đó gây ra do lớp biên “ép” chất lỏng, nên  $\delta^*$  mang tên chiều dày bị ép. Đối với tấm phẳng:  $\delta^* = 0,375\delta$ .

### 3. Chiều dày tổn thất xung lực

Xét ảnh hưởng động lực của tính nhớt lên dòng chảy bao quanh vật.

Tính lực cản X theo định lí biến thiên động lượng (Định lí Ôle 1 (4.20)) cho khối chất lỏng chứa trong ABA'B' (hình 8.3).

Động lượng chất lỏng chảy vào qua AB:

$$q_1 = 2\rho h u_\infty^2$$

Vì lượng chất lỏng chảy vào qua AB gần bằng lượng chảy ra qua A'B' nên:

$$2\rho h u_\infty^2 = \int_{-h}^{+h} \rho u dy$$

Suy ra:  $q_1 = u_\infty \rho \int_{-h}^{+h} u dy$

Động lượng chất lỏng chảy ra qua A'B':

$$q_2 = \rho \int_{-h}^{+h} u^2 dy$$

Theo định lí biến thiên động lượng:

$$X = u_\infty \rho \int_{-h}^{+h} u dy - \rho \int_{-h}^{+h} u^2 dy + q'$$

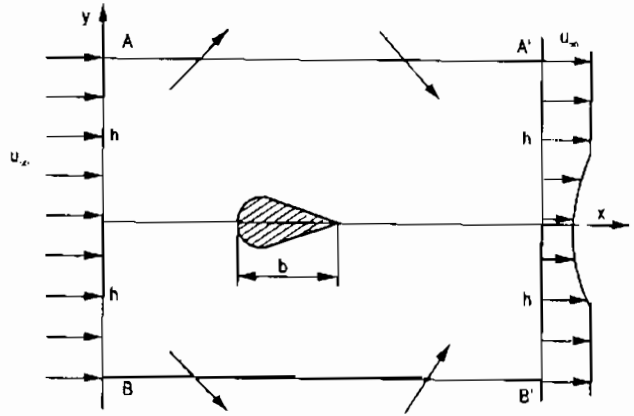
Trong đó  $q'$  - động lượng chất lỏng chảy qua AA', BB'. Khi  $h \rightarrow \infty$  thì  $q' \rightarrow 0$  nên:

$$X = u_\infty \rho \int_{-\infty}^{+\infty} u \left(1 - \frac{u}{u_\infty}\right) dy$$

Tìm hệ số lực cản:

$$C_x = \frac{X}{\frac{1}{2} \rho u_\infty^2 b} = \frac{2}{b} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{u}{u_\infty} \left(1 - \frac{u}{u_\infty}\right) dy = \frac{2\delta_\infty^{**}}{b}$$

Trong đó  $\delta_\infty^{**} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{u}{u_\infty} \left(1 - \frac{u}{u_\infty}\right) dy$  - chiều dày tổn thất xung lực.



Hình 8.3

Trong lớp biên có dạng:  $\delta^{**} = \int_0^{\delta} \frac{u}{u_{\infty}} \left(1 - \frac{u}{u_{\infty}}\right) dy$

Hay là viết dưới dạng không thứ nguyên:  $\delta^{**} = \delta \int_0^1 \varphi(1 - \varphi) d\eta$

Như vậy, chiều dày tổn thất xung lực là chiều dày mà trong đó động lượng của chất lỏng lí tưởng (tương ứng với  $U_{\infty}$ ) bằng động lượng tiêu hao trong lớp biên:

$$\rho_{\infty} \delta^{**} u_{\infty} u_{\infty} = \int_0^{\delta} \rho u (u_{\infty} - u) dy$$

Tính cho tấm phẳng:  $\delta^{**} = 0,146\delta$

Đối với chất lỏng nén được:  $\delta^{**} = \int_0^{\delta} \frac{\rho u}{\rho_{\infty} u_{\infty}} \left(1 - \frac{u}{u_{\infty}}\right) dy$

Trong một số tính toán, người ta còn dùng tỉ số các chiều dày:

$$H = \frac{\delta^*}{\delta^{**}}; H^* = \frac{\delta^*}{\delta}; H^{**} = \frac{\delta^{**}}{\delta}$$

#### 4. Phương pháp lớp biên

a) *Giải chính xác*: Vì lớp biên được hình thành chỉ khi số Raynôn lớn, nên phương trình chuyển động trong lớp biên có thể nhận được từ phương trình Navie-Stóc viết dưới dạng tổng quát không thứ nguyên, sau đó đánh giá bậc các thành phần trong phương trình ấy dựa trên điều kiện cơ bản: chiều dày lớp biên nhỏ hơn nhiều so với chiều dài của vật ( $\delta \ll l$ ) nên suy ra giá trị các đại lượng theo phương y nhỏ hơn giá trị các đại lượng theo phương x (hình 8.4).

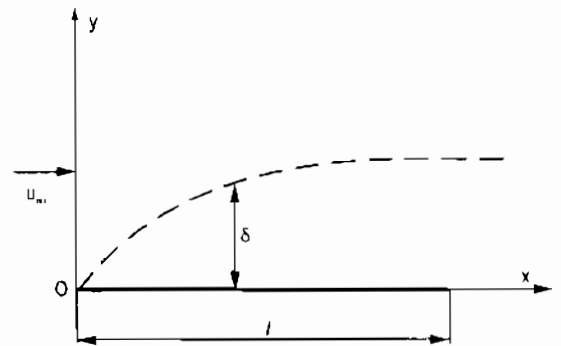
Bằng cách đó, năm 1904, L.Prandtl đã tìm ra hệ phương trình vi phân lớp biên cho trường hợp chuyển động phẳng, dừng của chất lỏng không nén được và bỏ qua lực khối (xem trang 135-137 tập 2 [1]).

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = u_{\infty} \frac{du_{\infty}}{dx} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (8.1)$$

Với các điều kiện: tại  $y = 0$ :  $u = v = 0$

$$y = \delta; u = u_{\infty}(x)$$



Hình 8.4

Giải trực tiếp hệ phương trình (8.1) với các điều kiện biên tương ứng ta sẽ tìm được nghiệm  $u(x, y)$ ,  $v(x, y)$  trong toàn lớp biên và do đó có thể tính được ứng suất tiếp trên bề mặt vật. Lời giải điển hình là của Fokner và Skanc tìm ra từ năm 1930 khi cho phân bố vận tốc ngoài lớp biên dưới dạng hàm số mũ:

$$u_{\infty}(x) = C \cdot x^m$$

b) *Giải gần đúng*: Hệ thức tích phân T.Karman

Dựa trên việc đánh giá sự biến thiên động lượng trong lớp biên qua chiều dày bị ép  $\delta^*$  và chiều dày tổn thất xung lực  $\delta^{**}$  (hình 8.5) Karman nhận được hệ thức tích phân:

$$\frac{\delta^{**}}{\rho_{\infty}} \frac{d\rho_{\infty}}{dx} + \frac{d\delta^{**}}{dx} + \frac{du_{\infty}}{u_{\infty} dx} (2\delta^{**} + \delta^*) = \frac{\tau_w}{\rho_{\infty} u_{\infty}} \quad (8.2)$$

Số hạng thứ nhất trong vế trái của phương trình (8.2) biểu diễn ứng suất ma sát đối với chuyển động của chất lỏng nén được. Đối với chất lỏng không nén được ( $\rho_{\infty} = \text{const}$ ) ta có phương trình:

$$\frac{d\delta^{**}}{dx} + \frac{1}{u_{\infty}} \frac{du_{\infty}}{dx} (2\delta^{**} + \delta^*) = \frac{\tau_w}{\rho_{\infty} u_{\infty}} \quad (8.3)$$

Khi  $u_{\infty} = \text{const}$ , số hạng thứ hai bằng 0.

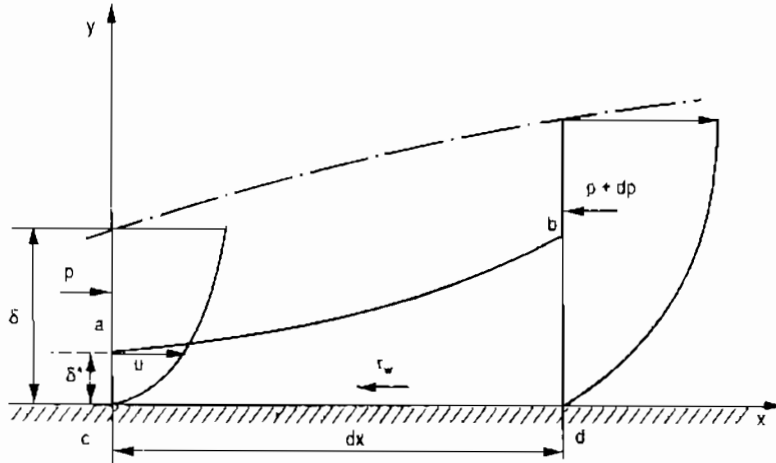
Phương trình (8.2), (8.3) gọi là hệ thức tích phân Karman vì nó chứa các tích phân  $\delta^*$ ,  $\delta^{**}$ . Từ hệ thức tích phân đó ta sẽ xác định được  $\tau_w$ ,  $\delta^*$ ,  $\delta^{**}$  khi cho biết dạng profin vận tốc trong lớp biên, chẳng hạn như Pônhauden cho profin vận tốc không thứ nguyên:

$$\varphi = \frac{u}{u_{\infty}} = A_0 + A_2 \eta^2 + A_3 \eta^3; \quad \frac{du_{\infty}}{dx} \neq 0$$

Bằng phương pháp này người ta đã giải cho lớp biên chảy tầng trên tấm phẳng và tìm ra được hệ số cản toàn bộ:  $C_x = 1,444/\sqrt{\text{Re}}$

$$\text{Hệ số cản cục bộ: } C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho u_{\infty}^2} = \frac{0,722}{\sqrt{\text{Re}_x}}$$

$$\text{Trong khi đó lời giải chính xác cho: } C_f = \frac{0,664}{\sqrt{\text{Re}_x}}$$



Hình 8.5

### §8.3. MỘT SỐ BÀI TOÁN LỚP BIÊN

Ta áp dụng hệ thức tích phân Cécman (8.3) để giải một số trường hợp cụ thể.

#### 1. Lớp biên chảy tầng trên tấm phẳng

Trong trường hợp này áp suất  $p$ ,  $u_\infty$  không đổi:  $\frac{dp}{dx} = 0, \frac{du_\infty}{dx} = 0$ . Do đó phương trình (8.3) sẽ có dạng rất đơn giản:

$$\frac{d\delta^{**}}{dx} = \frac{\tau_w}{\rho_\infty u_\infty} \quad (8.4)$$

Để giải phương trình đó ta cho dạng profile vận tốc:

$$\varphi = \frac{u}{u_\infty} = A_0 + A_1\eta + A_2\eta^2 + \dots + A_n\eta^n$$

Các hệ số  $A_0, A_1, \dots, A_n$  được xác định từ các điều kiện biên: mỗi hệ số ứng với một điều kiện biên. Giả sử có 3 điều kiện biên:

$$\eta = 0 (y = 0); \varphi = 0 (u = 0)$$

$$\eta = 1 (y = \delta); \varphi = 1 (u = u_\infty) \text{ và}$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \eta} = 0 \left( \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \right)$$

Thì profile vận tốc có dạng:

$$\varphi = A_0 + A_1\eta + A_2\eta^2$$

Từ các điều kiện biên ta xác định được:

$$A_0 = 0; A_1 = 2; A_2 = -1$$

Vậy dạng profile vận tốc sẽ là:

$$\varphi = 2\eta - \eta^2$$

Thay  $\varphi$  vào các biểu thức của  $\delta^*$ ,  $\delta^{**}$ ,  $\tau_w$

$$\delta^* = \delta \int_0^1 (1 - 2\eta + \eta^2) d\eta = \frac{1}{3} \delta$$

$$\delta^{**} = \delta \int_0^1 (2\eta - \eta^2)(1 - 2\eta - \eta^2) d\eta = \frac{2}{15} \delta$$

$$\tau_w = 2\mu \frac{u_\infty}{\delta}$$

Thay các giá trị của  $\delta^*$  và  $\tau_w$  vào phương trình (8.4) ta tìm được:

$$\delta = \sqrt{30 \frac{vX}{u_\infty}}$$

hay là: 
$$\frac{\delta}{x} = \frac{5,48}{\sqrt{Re_x}}$$

nghĩa là  $\delta$  tỉ lệ với  $\sqrt{x}$ :  $\delta \sim \sqrt{x}$ . Biết  $\delta$  sẽ tính được  $\tau_w$  và từ đó tính được hệ số lực cản.

Hệ số lực cản cục bộ:

$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho u_\infty^2} = \frac{0,722}{\sqrt{Re_x}}$$

Hệ lực cản toàn bộ:

$$C_x = \frac{X}{\frac{1}{2} \rho u_\infty^2 S} = \frac{1,444}{\sqrt{Re}}$$

Trong đó:  $S = 2bl$  - diện tích hai phía của tấm phẳng;

$b$  - chiều rộng;

$l$  - chiều dài.

Lực ma sát trên toàn tấm phẳng:

$$X = 2b \int_0^l \tau_w dx = \frac{4b}{\sqrt{3}} \sqrt{\mu \rho l u_\infty^3}$$

## 2. Lớp biên chảy rối trên tấm phẳng

Với những điều kiện nhất định, lớp biên chảy tầng sẽ mất ổn định và chuyển sang chảy rối. Tương tự như việc khảo sát hai trạng thái chảy trong ống, tiêu chuẩn để xác định giới hạn sự mất ổn định của trạng thái chảy tầng là số Raynôn tới hạn. Đối với tấm phẳng, nếu số  $Re > 3 \cdot 10^5$  ta sẽ có lớp biên chảy rối.

Như ta đã biết, nếu lớp biên chảy tầng trên tấm phẳng, thì chiều dày lớp biên tỉ lệ với  $\sqrt{x}$ ,  $x$  là khoảng cách từ đầu mũi tấm phẳng. Quá độ từ lớp biên chảy tầng sang chảy rối được rất nhiều người nghiên cứu và thấy rằng ở miền gần mũi tấm phẳng lớp biên luôn luôn chảy tầng, nhưng tiếp theo dọc dòng chảy với những điều kiện nhất định, lớp biên trở thành rối.

Khi dòng không khí bao quanh tấm phẳng có đầu mũi nhọn, lớp biên chuyển sang rối ở khoảng cách  $x$  được xác định từ biểu thức sau:

$$Re_{x,c} = \frac{u_{\infty} x}{\nu} = 3,5 \cdot 10^5 \div 5 \cdot 10^5$$

Từ đó suy ra, khi vận tốc của dòng chảy  $u_{\infty}$  tăng thì điểm quá độ dịch dần lên phía đầu mũi tấm phẳng.

Ngoài số Raynôn tới hạn  $Re_{x,c}$ , còn có những yếu tố khác ảnh hưởng trực tiếp đến trạng thái quá độ, như gradient áp suất, độ nhám, độ cong của bề mặt vật v.v...

Khảo sát lớp biên chảy rối trên tấm phẳng.

Ta đã biết trong chuyển động rối, người ta đưa vào khái niệm giá trị trung bình thời gian và đã xét giả thuyết Prandtl đối với ứng suất tiếp:

$$\tau_w = \rho l^2 \left( \frac{d\bar{u}}{dy} \right)^2$$

Trong đó:  $l$  - chiều dài đường rối (chiều dài xáo trộn).

Đối với tấm phẳng ta cũng có phương trình:

$$\frac{d\delta^{**}}{dx} = \frac{\tau_w}{\rho u_{\infty}^2} \quad (8.4)$$

nhưng với chú ý là các giá trị  $\delta$ ,  $\delta^*$ ,  $\delta^{**}$ , và  $\tau_w$  sẽ khác trước.

Cơ sở lí thuyết bán thực nghiệm của lớp biên rối là sự tương tự giữa chuyển động rối trong ống và trong lớp biên. Đối với lớp biên chảy tầng và chuyển động trong ống ta đã có sự liên hệ giữa các thông số sau đây: bán kính của ống và vận tốc trên trục ống tương ứng với chiều dày lớp biên  $\delta$  và vận tốc tại  $y = \delta$ . Những điều này cũng có thể áp dụng cho chuyển động rối. Khi đó profin vận tốc trong lớp biên rối có thể tìm dưới dạng hàm số mũ hay hàm lôgarit.

Ta tìm dưới dạng hàm số mũ:

$$\frac{u}{u_\infty} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^n \quad \text{hay là } \varphi = \eta^n$$

Thay giá trị  $\varphi$  vào biểu thức của  $\delta^*$ ,  $\delta^{**}$ :

$$\delta^* = \delta \int_0^1 (1 - \varphi) d\eta = \frac{n}{n-1} \delta$$

$$\delta^{**} = \delta \int_0^1 \varphi(1 - \varphi) d\eta = \frac{n}{(n+1)(2n+1)} \delta$$

Nếu lấy  $n = 1/7$  – gọi là profile vận tốc 1/7 ta sẽ tính được:

$$\delta^* = \frac{1}{8} \delta; \delta^{**} = \frac{7}{72} \delta$$

Để tính ứng suất tiếp trên tấm phẳng  $\tau_w$ , ta áp dụng công thức của chuyển động rối trong ống:

$$\tau_w = 0,0225 \rho \cdot \frac{1}{2} \left( \frac{u_{\max} r_0}{\nu} \right)^{-1/4}$$

Khi thay  $u_{\max} = u_\infty$ ;  $r_0 = \delta$ , ta có:

$$\tau_w = 0,0225 \rho \cdot \frac{1}{2} \left( \frac{u_\infty \delta}{\nu} \right)^{-1/4}$$

Thay  $\tau_w$  và  $\delta^*$  vào phương trình (8.4) ta sẽ được:

$$\delta = 0,37x \left( \frac{u_\infty x}{\nu} \right)^{-1/5}$$

Hay là: 
$$\frac{\delta}{x} = 0,37 \text{Re}_x^{-1/5}$$

Suy ra,  $\delta_{\text{rối}}$  tỉ lệ với  $x^{4/5}$ :  $\delta_{\text{rối}} \sim x^{4/5}$ , trong khi đó  $\delta_{\text{laminar}} \sim x^{1/2}$  nghĩa là lớp biên rối tăng theo  $x$  nhanh hơn lớp biên chảy tầng.

Biết  $\delta$  sẽ tìm được  $\tau_w$  và suy ra lực cản

$$X = 2b \int_0^1 \tau_w dx = 0,072 \rho u_\infty^2 b / \text{Re}^{-1/5}$$



Hệ số lực cản cục bộ:

$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho u_\infty^2} = 0,0576 Re_x^{-1/5}$$

Hệ số lực cản toàn phần:

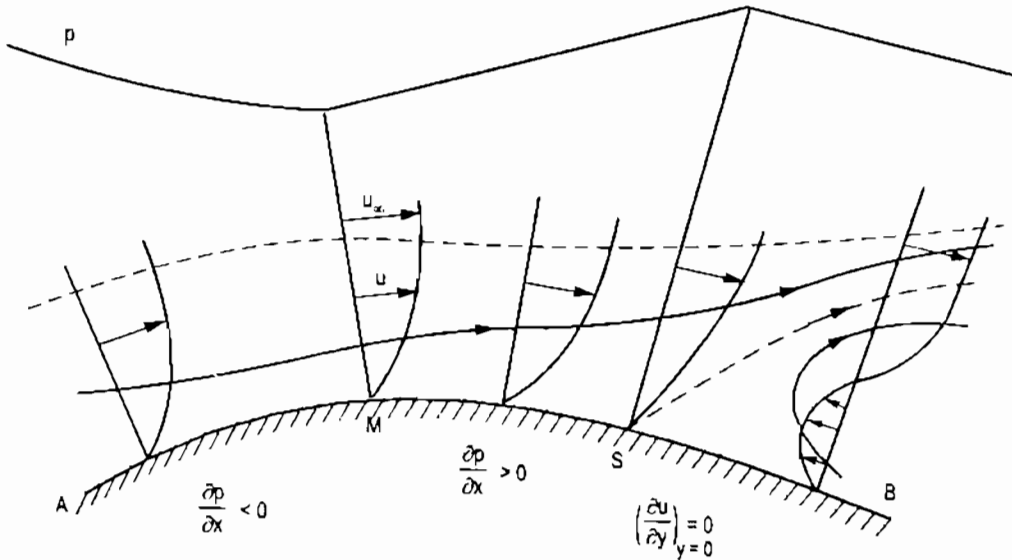
$$C_x = \frac{X}{\frac{1}{2}\rho u_\infty^2 S} = 0,072 Re^{-1/5}$$

So sánh với thực nghiệm, người ta lấy 0,074.

### 3. Lớp biên trên mặt cong

Ta đã khảo sát xong hai bài toán lớp biên trên tấm phẳng tương đối đơn giản. Nhưng trong các máy có cánh (tuabin, máy nén khí, quạt v.v...) thường gặp những vật có hình dạng cong như các dây cánh. Khi dòng chảy bao quanh mặt cong thường xảy ra một hiện tượng khá quan trọng: xuất hiện điểm rời của lớp biên. Ta sẽ giải thích hiện tượng này dựa trên điều đã chứng minh trong phần hệ phương trình lớp biên  $\frac{\partial p}{\partial y} = 0$

Ta khảo sát dòng bao quanh mặt cong AB (hình 8.6).



Hình 8.6

Giả sử áp suất của dòng ngoài dọc AB lúc đầu giảm, đạt giá trị cực tiểu ở M và sau sẽ tăng. Miền dòng ngoài mà tại đó gradient áp suất âm  $\left(\frac{\partial p}{\partial x} < 0\right)$  gọi là miền thu hẹp

dần. Miền chuyển động sau điểm M có gradien áp suất dương  $\left(\frac{\partial p}{\partial y} > 0\right)$  gọi là miền mở rộng dần. Tại miền thu hẹp dần dòng ngoài sẽ tăng tốc, còn ở miền mở rộng dần dòng sẽ bị hãm. Vì trong lớp biên  $\frac{\partial p}{\partial y} = 0$ , nên có thể kết luận là phân bố áp suất cũng sẽ tương tự như thế trong bất kì khoảng cách  $y < \delta$  trong lớp biên trên đoạn AB.

Trong phạm vi lớp biên vận tốc trước điểm M sẽ tăng, còn sau M sẽ giảm. Đến mặt cắt S nào đấy, các phần tử chất lỏng ở sát bề mặt AB không thể thắng ảnh hưởng hãm của dòng ngoài và chúng bị dừng lại. Tại S sẽ có:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=0} = 0$$

Sau điểm S, dưới tác dụng của độ chênh áp suất ngược chiều dòng chảy, các phần tử chất lỏng ở sát bề mặt AB sẽ bắt đầu chuyển động ngược, gọi là dòng thứ cấp. Gặp dòng chính dòng thứ cấp bị đẩy ra khỏi bề mặt AB, dẫn đến hiện tượng tách rời lớp biên. Điểm S là điểm rời của lớp biên.

Sau đây ta xét cách giải cụ thể bài toán lớp biên chảy tầng trên mặt cong dựa vào phương trình xung lượng (8.3) theo cách giải gần đúng của hai nhà bác học Kôchin và Lôi-xi-an-xki.

Vì trong phương trình (8.3) có 3 ẩn số  $\delta^*$ ,  $\delta^{**}$ ,  $\tau_w$ , nên tất cả các phương pháp giải gần đúng đều tìm cách đưa về phương trình chứa một ẩn bằng cách chọn một họ các profin vận tốc chỉ phụ thuộc một thông số và như vậy sẽ được phương trình vi phân thường đối với thông số đã chọn.

Kôchin và Lôi-xi-an-xki đã chọn thông số đó là đại lượng  $f$  - gọi là thông số hình dáng:

$$f = \frac{\delta^{**2} u_\infty'}{v} \quad (8.5)$$

Khi đó họ profin trong lớp biên chảy tầng sẽ có dạng phụ thuộc sau đây:

$$\frac{u}{u_\infty} = \varphi\left(\frac{y}{\delta^{**}}, f\right) = \varphi(\eta_1, f)$$

Còn  $\delta^*$ ,  $\delta^{**}$  và  $\tau$ :

$$\delta^* = \int_0^\delta \left(1 - \frac{u}{u_\infty}\right) dy = \delta^{**} \int_0^{\eta_1} [1 - \varphi(\eta_1, f)] d\eta_1 = \delta^{**} H(f)$$

$$\tau_w = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=0} = \mu \left[\frac{\partial \varphi}{\partial \eta_1}\right]_{\eta_1=0} \frac{u_\infty}{\delta^{**}} = \frac{\mu u_\infty}{\delta^{**}} \varphi'(0, f)$$

Nếu kí hiệu  $\varphi'(0, f) = \zeta(f) = \frac{\tau_w \delta^{**}}{\mu u_\infty}$  thì phương trình (8.3) sẽ có dạng:

$$\frac{d\delta^{**}}{dx} + \frac{u_\infty'}{u_\infty} \delta^{**} [2 + H(f)] = \frac{\tau_w}{\rho u_\infty^2} = \frac{v}{u_\infty \delta^{**}} \zeta(f)$$

Nhân phương trình đó với  $\frac{\delta^{**}}{v}$ , ta sẽ được:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{d}{dx} \left( \frac{\delta^{**2}}{v} \right) + \frac{u_\infty' \delta^{**2}}{u_\infty v} [2 + H(f)] = \frac{\zeta(f)}{u_\infty}$$

hay là, với chú ý:

$$\frac{u_\infty' \delta^{**2}}{u_\infty v} = \frac{f}{u_\infty}$$

và kí hiệu:

$$2[\zeta(f) - (2 - H)f] = F(f)$$

Phương trình xung lượng sẽ có dạng:

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{\delta^{**2}}{v} \right) = \frac{d}{dx} \left( \frac{f}{u_\infty} \right) = \frac{F(f)}{u_\infty}$$

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{f}{u_\infty} \right) = \frac{1}{u_\infty} \cdot \frac{df}{dx} - f \frac{u_\infty''}{u_\infty^2}$$

nên phương trình trên có dạng cuối cùng:

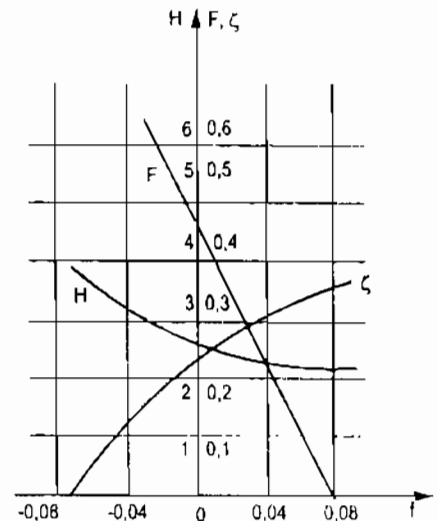
$$\frac{df}{dx} = \frac{u_\infty''}{u_\infty} f + \frac{u_\infty'}{u_\infty} F(f) \quad (8.6)$$

Khi biết  $F(f)$  và cho  $u_\infty(x)$  có thể giải được phương trình đó và sẽ tìm được  $f(x)$ , từ đó suy ra  $\delta^{**}$  và  $\tau_w(x)$ .

Từ các lời giải chính xác đã được thực nghiệm chứng minh, ta có thể biểu diễn  $F(f)$  dưới dạng hàm tuyến tính:

$$F(f) = a - bf$$

Trên hình (8.7) biểu diễn các đường cong  $H(f)$ ,  $\zeta(f)$  và  $F(f)$  ứng với lời giải chính xác của bài toán lớp biên cháy tầng khi vận tốc  $u_\infty = cx^n$  và  $a = 0,45$ ,  $b = 5,35$ .



**Hình 8.7**

Sau khi thay giá trị của  $F(f)$  vào phương trình (8.6), ta sẽ được phương trình xung lượng dưới dạng:

$$\frac{df}{dx} = a \frac{u_{\infty}'}{u_{\infty}} + \left( \frac{u_{\infty}''}{u_{\infty}} - b \frac{u_{\infty}'}{u_{\infty}} \right) f$$

Đó là phương trình vi phân thường tuyến tính bậc nhất và nghiệm của nó sẽ là:

$$f = \frac{au_{\infty}'}{u_{\infty}^b} \int_0^x u^{b-1}(\zeta) d\zeta + C \frac{u_{\infty}'}{u_{\infty}^b} \quad (8.7)$$

Hằng số tích phân  $C$  được xác định từ các điều kiện biên:  $x = 0$ ;  $u = 0$  và  $f$  hữu hạn, nên  $C = 0$ . Biểu diễn  $\delta^{**}$  qua thông số hình dáng  $f$  theo công thức (8.5) ta được:

$$\delta^{**} = \sqrt{\frac{fv}{u_{\infty}}} = \sqrt{\frac{va}{u_{\infty}^b} \int_0^x u^{b-1}(\zeta) d\zeta} \quad (8.8)$$

Biết  $f(x)$  và  $\delta^{**}$ , theo đồ thị trên hình (8.7) có thể tìm được  $H(f)$  và  $\zeta(f)$ , từ đó suy ra  $\delta^{**} = \delta^{**}H$ .

$$\tau_w(x) = \mu \frac{u_{\infty}(x)}{\delta^{**}(x)} \zeta(f)$$

Tọa độ của điểm rời được xác định từ điều kiện  $\tau_w = 0$ . Nó ứng với  $\zeta(f) = 0$ . Từ hình (8.7) ta thấy  $\zeta(f) = 0$  khi  $f_x = -0,0681$ . Dấu âm chứng tỏ điểm rời xảy ra trong vùng mở rộng dần.

Các kết quả tính toán trên hoàn toàn phù hợp với kết quả thực nghiệm khi  $f > 0$ , còn miền gần  $f = f_x$ , kết quả hơi khác nhau.

## §8.4. LỚP BIÊN NHIỆT ĐỘ

Trên cơ sở những kết quả vừa thu được, ta khảo sát một loại lớp biên khác gọi là lớp biên nhiệt độ, mà thường gặp ở trên các vật hay trong các máy có cánh chuyển động với vận tốc lớn.

### 1. Định nghĩa

Tương tự lớp biên đã xét ở trên còn gọi là lớp biên động học hay lớp biên vận tốc – ta có lớp biên nhiệt độ.

Nếu nhiệt độ của vật bị bao quanh và nhiệt độ của dòng chảy khác nhau, thì chiều dày của miền mà tại đó xảy ra sự biến thiên từ nhiệt độ của vật đến nhiệt độ của dòng chảy sẽ phụ thuộc vào một đại lượng không thứ nguyên. Đại lượng đó, tương tự như số Raynôn trong lớp biên động học, gọi là Raynôn nhiệt độ:

$$Re_T = \frac{ul}{a}$$

Trong đó:  $a = \frac{\lambda}{\rho C_p}$  - hệ số dẫn nhiệt độ;

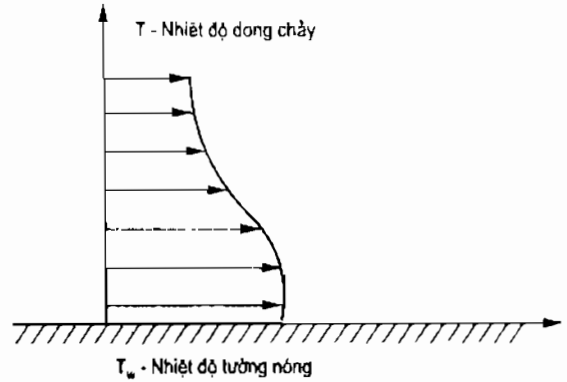
$\lambda$  - hệ số dẫn nhiệt

$C_p$  - nhiệt dung đẳng áp.

Kí hiệu chiều dày đó là  $\delta_T$ , còn chiều dày không thứ nguyên:

$$\bar{\delta}_T = \frac{\delta_T}{l}$$

Khi  $Re_T$  nhỏ thì  $\bar{\delta}_T \gg 1$ ; còn khi  $Re_T$  lớn thì  $\bar{\delta}_T \ll 1$ . Định nghĩa: lớp biên nhiệt độ là lớp sát vật bị dòng chảy bao quanh, mà tại đó khi số  $Re_T$  lớn thì nhiệt độ sẽ biến thiên từ nhiệt độ của vật đến nhiệt độ của dòng chảy (hình 8.8).



Hình 8.8

## 2. Phương trình lớp biên nhiệt độ. Hệ thức tích phân của lớp biên nhiệt độ

Xuất phát từ phương trình dẫn nhiệt cho chuyển động phẳng, dừng:

$$u_x \frac{\partial T}{\partial x} + u_y \frac{\partial T}{\partial y} = a \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right)$$

trong đó:  $T$  - nhiệt độ.

Tiến hành tương tự như đối với lớp biên động học ở phần §8.2, nghĩa là viết phương trình trên dưới dạng không thứ nguyên rồi đánh giá bậc các số hạng ta sẽ có phương trình lớp biên nhiệt độ.

$$u_x \frac{\partial T}{\partial x} + u_y \frac{\partial T}{\partial y} = a \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

Từ đó có hệ thức tích phân của lớp biên nhiệt độ hay còn gọi là dòng nhiệt truyền qua lớp biên:

$$\frac{d\delta_T^{**}}{dx} = \frac{a}{u_\infty T_\infty} \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0}$$

trong đó:

$$\delta_T^{**} = \int_0^{\delta_T} \frac{u_x}{u_\infty} \left( 1 - \frac{T}{T_\infty} \right) dy$$

hay biến đổi

$$T_\infty - T = (T_\infty - T_w) - (T - T_w) \equiv \theta - \bar{\theta}$$

Ta sẽ được hệ thức tích phân của lớp biên nhiệt độ:

$$\frac{d\delta_T^{**}}{dx} = \frac{a}{0u_\infty} \cdot \left. \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (8.9)$$

trong đó:

$$\delta_T^{**} = \int_0^{\delta_T} \frac{u_x}{u_\infty} \left( 1 - \frac{\bar{\theta}}{\theta} \right) dy$$

### 3. Lớp biên nhiệt độ trên tấm phẳng

Ta giải cụ thể một bài toán lớp biên nhiệt độ: dòng chất lỏng chảy tầng với vận tốc không đổi  $u_\infty$  bao quanh tấm phẳng có nhiệt độ cố định  $T_w$ . Để sử dụng hệ thức tích phân (8-9) phải biết profin vận tốc và profin nhiệt độ trong lớp biên. Ta cho dạng profin nhiệt độ:

$$T(y) = b_0 + b_1 y + b_2 y^2 + \dots + b_n y^n \quad (8.10)$$

Số lượng các số hạng và giá trị các hệ số  $b_0, b_1, b_2, \dots, b_n$  có thể xác định theo các điều kiện biên cho trước. Ở đây, ta có các điều kiện biên:

$$\text{Khi } y = 0 \text{ (ở trên mặt vật): } T = T_w; \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0$$

$$y = \delta_T : T = T_\infty; \frac{\partial T}{\partial y} = 0$$

Thay các điều kiện trên vào (8.10) ta sẽ được một hệ phương trình với 4 ẩn:  $b_0, b_1, b_2, b_3$ :

$$T_w = b_0; T_1 = b_0 + b_1 \delta_T + b_2 \delta_T^2 + b_3 \delta_T^3$$

$$2b_2 = 0; b_1 + 2b_2 \delta_T + 3b_3 \delta_T^2 = 0$$

Giải hệ phương trình đó, sẽ tìm được:

$$b_0 = T_w; b_1 = \frac{3}{2} \cdot \frac{T_\infty - T_w}{\delta_T}$$

$$b_2 = 0; b_3 = -\frac{1}{2} \cdot \frac{T_1 - T_w}{\delta_T^3}$$

$$\text{Do đó: } T = T_w + \frac{3}{2} (T_\infty - T_w) \frac{y}{\delta_T} - \frac{1}{2} (T_\infty - T_w) \left( \frac{y}{\delta_T} \right)^3$$

$$\text{hay là: } \frac{\bar{\theta}}{\theta} = \frac{T - T_w}{T_\infty - T_w} = \frac{3}{2} \cdot \frac{y}{\delta_T} - \frac{1}{2} \left( \frac{y}{\delta_T} \right)^3 \quad (8.11)$$

Prôfin vận tốc ta cũng chọn dưới dạng:

$$u_x \equiv u = a_0 + a_1 y + a_2 y^2 + a_3 y^3$$

Với các điều kiện biên:

$$y = 0 : u = 0; \quad \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

$$y = \delta : u = u_\infty; \quad \frac{\partial u}{\partial y} = 0$$

sẽ tìm được:

$$a_0 = 0; \quad a_1 = \frac{3}{2} \cdot \frac{u_\infty}{\delta}; \quad a_2 = 0$$

$$a_3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{u_\infty}{\delta^3}$$

Suy ra, prôfin vận tốc có dạng:

$$\frac{u}{u_\infty} = \frac{3}{2} \cdot \frac{y}{\delta} - \frac{1}{2} \left( \frac{y}{\delta} \right)^3 \quad (8.12)$$

Thay các giá trị (8.11), (8.12) vào phương trình (8.9) và giả thiết  $\delta_T \leq \delta$  sau vài phép biến đổi ta sẽ được phương trình:

$$\left( \frac{\delta_T}{\delta} \right)^3 + \frac{4}{3} x \frac{d \left( \frac{\delta_T}{\delta} \right)^3}{dx} = \frac{1}{Pr} \quad (8.13)$$

Trong đó:

$$Pr = \frac{\nu}{a} - \text{số Prandtl}$$

Nghiệm riêng của phương trình đó là:

$$\frac{\delta_T}{\delta} = \frac{1}{Pr^{1/3}} \text{ hay là } \delta_T = \frac{\delta}{Pr^{1/3}}$$

Trong phần §8.3 đã tính được:

$$\delta = 4,64 \sqrt{\frac{\nu x}{u_\infty}}$$

suy ra:

$$\delta_T = 4,64 \cdot \frac{1}{Pr^{1/3}} \sqrt{\frac{\nu x}{u_\infty}} \quad (8.14)$$

Như vậy, chiều dày lớp biên nhiệt độ trên tấm phẳng tỉ lệ với  $\sqrt{x}$  cũng giống như chiều dày lớp biên vận tốc.

Tương tự như tính hệ số lực cản trong lớp biên vận tốc, ở đây ta tính hệ số trao đổi nhiệt cục bộ  $\alpha(x)$ . Nó được xác định như sau:

$$\alpha(x) = \frac{q_w}{T_w - T_\infty} = -\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} \times \frac{1}{T_w - T_\infty} = \frac{\lambda}{\theta} \cdot \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial y} \Big|_{y=0}$$

Từ (8.11) ta có:

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{3}{2} \cdot \frac{\theta}{\delta_t}$$

Và với chú ý (8.14) ta được:

$$\alpha(x) = 0,323\lambda \sqrt[3]{Pr} \sqrt{\frac{u_\infty}{\nu x}}$$

Có thể tính hệ số trao đổi nhiệt trung bình:

$$\alpha_{tb} = \frac{1}{x} \int_0^x \alpha(x) dx = 0,646\lambda \sqrt[3]{Pr} \sqrt{\frac{u_\infty}{\nu x}} = 2\alpha$$

Thông thường trong trao đổi nhiệt người ta dùng tiêu chuẩn tương tự Nuxen:

$$Nu = \frac{\alpha l}{\lambda}$$

Số Nuxen cục bộ sẽ là:

$$Nu_x = \frac{\alpha x}{\lambda} = 0,323\sqrt[3]{Pr} \sqrt{Re}$$

Số Nuxen toàn phần:

$$Nu = \frac{\alpha_{tb} l}{\lambda} = 0,646 \sqrt[3]{Pr} \sqrt{Re}$$

Lượng nhiệt truyền từ một đơn vị chiều rộng của một mặt tấm phẳng trong một đơn vị thời gian:

$$Q = \alpha(T_w - T_\infty) l = \lambda \frac{\alpha l}{\lambda} (T_w - T_\infty) = \lambda(T_w - T_\infty) Nu$$

Ta nói thêm về cách biến đổi để có được phương trình (8.13)

Sau khi biết profin nhiệt độ (8.11) và profin vận tốc (8.12), ta có thể viết hệ thức tích phân (8.9) dưới dạng:

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta_T} \left[ 1 - \frac{3}{2} \cdot \frac{y}{\delta_T} + \frac{1}{2} \left( \frac{y}{\delta_T} \right)^2 \right] \times \left[ \frac{3}{2} \cdot \frac{y}{\delta} - \frac{1}{2} \left( \frac{y}{\delta_T} \right)^2 \right] dy = \frac{3}{2} \cdot \frac{a}{u_\infty \delta_T} \quad (8.15)$$



Để dàng tính được tích phân trên nếu giả thiết  $\delta_T \leq \delta$ . Trong trường hợp này, tích phân trong khoảng  $(\delta - \delta_T)$  luôn bằng không vì  $\bar{\theta} = \theta$ , suy ra giá trị của hàm dưới dấu tích phân trong biểu thức của  $\delta_T^{**}$  trong khoảng  $(\delta - \delta_T)$  luôn luôn bằng không.

Nếu ta đặt  $h = \frac{\delta_T}{\delta}$ , nghĩa là  $\delta_T = h\delta$  thì tích phân trong phương trình (8.15) sẽ bằng:

$$\int_0^{\delta_T} \left(1 - \frac{\bar{\theta}}{\theta}\right) \frac{u}{u_\infty} dy = \delta \left( \frac{3}{20} h^2 - \frac{3h^4}{280} \right) = \frac{3}{20} \delta h^2 \left(1 - \frac{1}{14} h^2\right)$$

Số hạng thứ hai nhỏ hơn số hạng thứ nhất vì ta giả thiết  $\delta_T \leq \delta$  nghĩa là  $h \leq 1$ . Bỏ qua số hạng thứ hai, cuối cùng ta sẽ có phương trình vi phân:

$$\frac{3}{20} \cdot \frac{d}{dx} \delta h^2 = \frac{3}{2} \cdot \frac{a}{u_\infty \delta_T} = \frac{3}{2} \cdot \frac{a}{u_\infty h \delta}$$

hay là:  $h^3 \delta \frac{d\delta}{dx} + 2h^2 \delta^2 \frac{dh}{dx} = 10 \frac{a}{u_\infty}$  (8.16)

Thay các giá trị  $\delta \frac{d\delta}{dx}$  và  $\delta^2$  từ lớp biên vận tốc:

$$\delta \frac{d\delta}{dx} = \frac{140}{3} \cdot \frac{v}{u_\infty} \quad \text{và} \quad \delta^2 = (4,64)^2 \frac{v x}{u_\infty}$$

Phương trình (8.16) có dạng:

$$\frac{14}{13} \cdot \frac{v}{a} \left( h^3 + 4x h^2 \frac{dh}{dx} \right) = 1$$

Coi:  $\frac{14}{13} \approx 1$  và  $\frac{v}{a} = Pr$  ta được:

$$h^3 + \frac{4}{3} x \frac{dh^3}{dx} = \frac{1}{Pr}$$
 (8.17)

**Ví dụ 1:** Tính chiều dày mật tăng vọt nén thẳng dựa vào phương trình truyền nhiệt:

$$u_\infty \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\lambda}{C_p \rho} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

Trong đó có thể xem các đại lượng  $C_p$ ,  $\rho$ ,  $\lambda$  là không đổi, (theo lí thuyết động học chất khí ta có công thức gần đúng  $\lambda = \rho C_p a l$ ; trong đó  $l$  chiều dài chạy tự do trung bình của phân tử,  $a$  - vận tốc âm).

**Bài giải:**

Từ phương trình truyền nhiệt:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\lambda}{C_p \rho u_\infty} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

Với các điều kiện biên:

Khi  $x = -\infty$  :  $T = T_\infty$

Khi  $x = 0$  :  $T = T_{2\infty}$

$T_{2\infty}$  - nhiệt độ sau mặt tầng vọt nén. Suy ra:

$$T = T_\infty + (T_{2\infty} - T_\infty) \exp\left(-C_p \rho u_\infty \frac{x}{\lambda}\right)$$

Chiều dày mặt tầng vọt nén  $d$  được xác định dựa vào gradien nhiệt độ tại  $x = 0$  từ biểu thức sau:

$$d = \frac{T_{2\infty} - T_\infty}{\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=0}} = \frac{\lambda}{C_p \rho u_\infty} = \frac{l}{M}$$

$$M = \frac{u}{a} - \text{số Mác}$$

**Ví dụ 2:** Dựa vào đồ thị trên hình 8.9 hãy tính hệ số lực cản của tấm phẳng trong lớp biên chảy tầng khi số  $Re = 3.10^5$  và số  $M = 2,13$ .

**Bài giải:**

Trên đồ thị,  $n$  là số mũ của biểu thức:

$$\frac{\mu}{\mu_1} = \left(\frac{T}{T_1}\right)^n$$

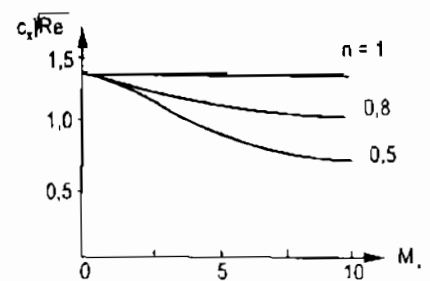
Trong đó:  $\mu$  - hệ số nhớt;  $T$  - nhiệt độ.

Cả 3 trường hợp ứng với số  $Pr = 1$ .

Dựa trên đồ thị, ta sẽ tìm được hệ số lực cản  $C_x$ .

$$C_x = \frac{1,3}{\sqrt{Re}} = 0,0024$$

(đối với không khí, lấy  $n = 0,8$ ).



**Hình 8.9**

**Ví dụ 3.** Hãy so sánh nhiệt độ trên tấm phẳng  $T_1$  bị dòng chảy bao quanh với nhiệt độ tại điểm tới hạn phía trước  $T_0$  khi số  $M = 1 ; 3 ; 5$ . Dòng bao có  $T = 220^{\circ}\text{K}$ ,  $\text{Pr} = 0,7$ .

**Bài giải:**

Đối với trường hợp chuyển động dừng ta có các công thức sau:

$$T_0 = \left( 1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right) T_{\infty}$$

$$\frac{T_1}{T_{\infty}} - 1 = \left( \frac{T_0}{T_{\infty}} - 1 \right) \sqrt{\text{Pr}}$$

Từ các biểu thức đó ta tính được các giá trị sau đây của nhiệt độ:

$M_{\infty}$	$T_0 - 273^{\circ}$	$T_1 - 273^{\circ}$
1	$-9^{\circ}$	$-17^{\circ}$
3	$343^{\circ}$	$282^{\circ}$
5	$1037^{\circ}$	$865^{\circ}$

Nhưng tại điểm tới hạn phía trước mà tại đó sự trao đổi nhiệt khá yếu do vận tốc nhỏ, trạng thái dừng đạt được rất chậm; vì vậy những vật có đầu tù ít nguy hiểm so với những vật có mũi nhọn.

**Ví dụ 4.** Dựa vào đồ thị trên hình 8.9, hãy tìm hệ số lực cản  $C_x$  của tấm phẳng bằng phương pháp Pônhausen mở rộng cho  $n = 0,75$  và  $n = 1$ .

**Bài giải:**

Ta có hệ thức tích phân Karman:

$$\mu_1 \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)_1 = \delta^* \rho_{\infty} u_{\infty} \frac{du_{\infty}}{dx} + \frac{d}{dx} (\rho_{\infty} u_{\infty}^2 \delta^{**})$$

Trong đó:  $\delta^*, \delta^{**}$  - chiều dày bị ép và chiều dày tổn thất xung lực.

$$\text{Giả sử đặt: } C = u_{\infty} \frac{d}{dx} \left( \rho_{\infty} \frac{\delta^{**2}}{\mu_1} \right)$$

Khi đó với giá trị của thông số:

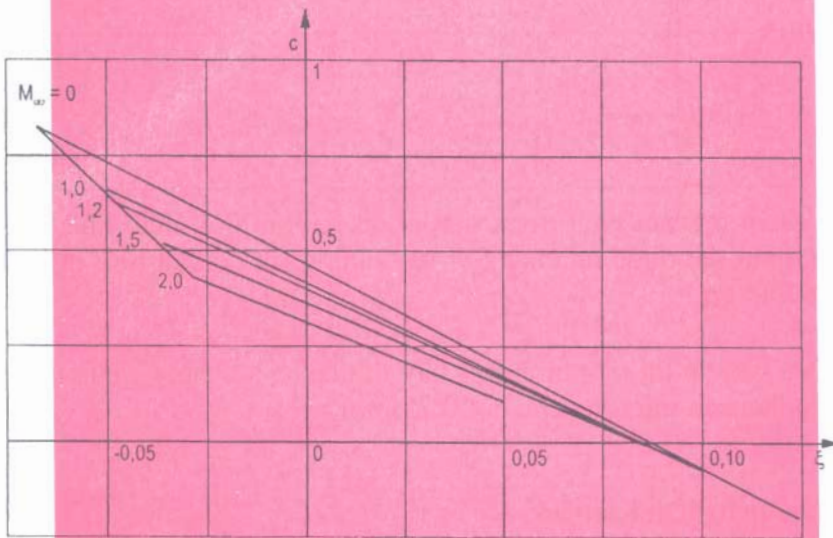
$$\zeta = \frac{\rho_{\infty} \delta^{**2}}{\mu_1} \cdot \frac{du_{\infty}}{dx} = 0$$

từ hệ thức tích phân Karman trên ta được:

$$C_x \sqrt{\text{Re}_{\infty}} = 2 \sqrt{C \left( \frac{T_1}{T_0} \right)^n}$$

Từ hình 8.9 ta thay giá trị vế phải của biểu thức trên sẽ gần bằng 1,3. Đại lượng C được xác định nhờ đồ thị của phương pháp Pônhausen mở rộng (hình 8.10). Kết quả cuối cùng ta sẽ tính được giá trị các thống số sau đây:

$M_\infty$	C	$\frac{T_1}{T_\infty}$	$C_x \sqrt{Re_\infty}$	
			n = 1	n = 0,75
0	0,44	1,0	1,33	1,33
1	0,39	1,2	1,37	1,34
2	0,30	1,8	1,47	1,36



Hình 8.10

**Ví dụ 5.** Một thiết bị đo gió có bộ phận báo vận tốc gió là một tấm làm bằng vật liệu duyra dạng chữ nhật với kích thước  $lb\delta$  (trong đó:  $l$  – chiều dài;  $b$  – chiều rộng và  $\delta$  chiều dày của tấm), quay không ma sát xung quanh trục nằm ngang O. Trục O được bố trí nằm trùng với cạnh  $b$  của tấm (hình 8.11).

Xác định công thức biểu diễn mối liên hệ giữa vận tốc gió  $u_\infty$  với góc lệch của tấm  $\alpha$  so với vị trí thẳng đứng.

Lấy khoảng cách  $x$  từ tâm của mặt phẳng hứng gió (áp tâm) đến trục quay của tấm theo công thức thực nghiệm:

$$x = l(0,2 + 0,3 \cos \alpha)$$

Trọng lượng riêng của vật liệu làm tấm báo vận tốc gió là  $\gamma_d$ :

**Bài giải:**

Áp lực gió tác dụng lên tấm có diện tích  $lb$  bằng:

$$P = Clb\rho_{kk} \frac{u_{\infty}^2}{2}$$

Trong đó:

$C$ - hệ số cản của tấm;

$\rho_{kk}$  - khối lượng riêng của không khí.

Trọng lượng của tấm bảo tốc độ gió bằng:

$$G = \gamma_d b l$$

Phương trình cân bằng lực tác dụng lên tấm:

$$Px = G \frac{l}{2} \sin \alpha$$

Sau khi thay giá trị của các đại lượng  $P$ ,  $G$  và  $x$  vào cuối cùng rút ra:

$$u_{\infty} = \sqrt{\frac{\delta \gamma_d \sin \alpha}{C \rho_{kk} (0,2 + 0,3 \cos \alpha)}}$$

**Ví dụ 6.** Một dòng khí chuyển động dưới một góc  $\varphi$  so với phương thẳng đứng chảy bao quanh tấm phẳng nằm ngang có diện tích là  $\omega$  và trọng lượng  $G$ . Tấm phẳng sẽ nằm yên lơ lửng. Bỏ qua ma sát, khi tính toán giả thiết rằng hệ số lực cản của tấm  $C_{\varphi}$  chỉ phụ thuộc vào góc  $\varphi$ .

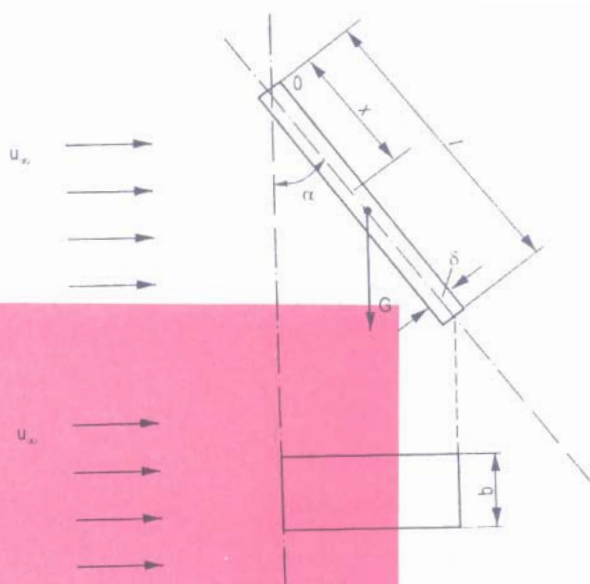
Xác định vận tốc dòng khí  $u_{\infty}$  và công suất dòng khí  $N$  tiêu thụ để giữ tấm phẳng đó nằm lơ lửng (hình 8.12).

**Bài giải:**

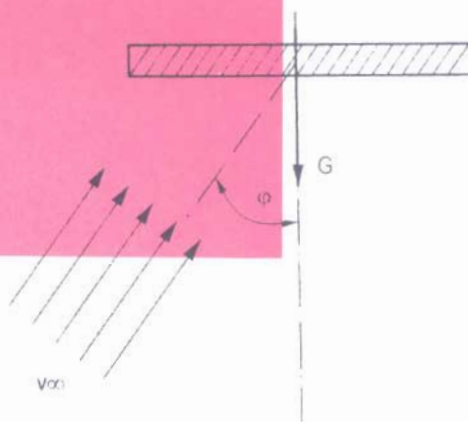
Áp lực  $P$  dòng khí tác dụng lên tấm sẽ hướng thẳng góc với tấm (vì bỏ qua ma sát), bằng:

$$P = C_{\varphi} \omega \gamma_k \frac{u_{\infty}^2}{2g}$$

Trong đó:  $\gamma_k$  - trọng lượng riêng của khí.



Hình 8.11



Hình 8.12

Chú ý rằng ảnh hưởng của góc  $\varphi$  đến áp lực khí tác dụng lên tấm được kể đến trong hệ số cản  $C_\varphi$ .

Xét điều kiện cân bằng lực khi tấm phẳng nằm lơ lửng ta có:

$$G = P$$

Do đó:

$$G = C_\varphi \omega \gamma_k \frac{u_\infty^2}{2g}$$

rút ra: 
$$u_\infty = \sqrt{\frac{2gG}{C_\varphi \omega \gamma_k}}$$

Công suất dòng khí:

$$N = \frac{m u_\infty^2}{2}$$

Trong đó:  $m$  - khối lượng giây của dòng khí;

$$m = \omega \rho_k u_\infty \cos \varphi$$

Từ đó ta có:

$$N = \frac{G}{C_\varphi} \sqrt{\frac{2gG}{C_\varphi \omega \gamma_k}} \cos \varphi$$

**Chương 9**  
**MÔ HÌNH HOÁ**  
**CƠ SỞ LÝ THUYẾT THỨ NGUYÊN, TƯƠNG TỰ**

**§9.1. MỞ ĐẦU**

Những lời giải chính xác (bằng phương pháp lý thuyết) của một số bài toán thủy khí động lực là rất hiếm. Trên thực tế, người ta sử dụng nhiều phương pháp thực nghiệm. Phương pháp mô hình hóa tương đối phổ biến. Nó dựa trên lý thuyết thứ nguyên và tương tự. Mô hình hóa là sự thay thế việc nghiên cứu hiện tượng của một đối tượng trên nguyên mẫu bằng việc nghiên cứu hiện tượng tương tự trên mô hình có kích thước bé hơn hay lớn hơn.

Ý nghĩa của phương pháp: dựa vào những kết quả thí nghiệm trên mô hình có thể kết luận về các hiện tượng xảy ra trên nguyên mẫu. Điều kiện sử dụng được những kết quả trên mô hình là khi tiến hành thí nghiệm phải tuân theo những quy luật nhất định của mô hình hóa. Những quy luật đó là những tiêu chuẩn tương tự.

Việc xác định các tiêu chuẩn tương tự hay là các đại lượng không thứ nguyên (các số) khi mô hình hóa các hiện tượng là một vấn đề rất phức tạp. Khi giải bài toán này có thể chia các hiện tượng nghiên cứu ra làm hai loại.

1. Những hiện tượng và các quá trình có thể được mô tả bằng các phương trình (như phương trình vi phân chuyển động của chất lỏng trong ống, trong khe hẹp v.v...).

Khi đó các tiêu chuẩn tương tự được xác định dễ dàng như là các hệ số của phương trình viết dưới dạng không thứ nguyên.

2. Các quá trình và các hiện tượng chưa được mô tả bằng các phương trình. Khi đó, lý thuyết duy nhất cho phép tìm các tiêu chuẩn tương tự là lý thuyết thứ nguyên.

**§9.2. LÝ THUYẾT THỨ NGUYÊN**

**1. Các đại lượng có thứ nguyên như độ dài, diện tích, vận tốc, áp suất v.v... Các đại lượng không thứ nguyên như góc đo bằng radian (rad), số Râynon (Re), số Mác (M), v.v...**

Định nghĩa: Đại lượng có thứ nguyên là đại lượng mà các giá trị bằng số của nó phụ thuộc vào hệ đơn vị đo lường do ta chọn.

Đại lượng không thứ nguyên là đại lượng mà các giá trị bằng số của nó không phụ thuộc vào hệ đơn vị đo lường do ta chọn.

Các định nghĩa nêu trên chỉ có tính chất tương đối.

## 2. Thứ nguyên

- Đơn vị cơ bản và đơn vị dẫn xuất.

Các đại lượng vật lí được liên hệ với nhau bằng những biểu thức nhất định. Trong cơ học thường chọn 3 đại lượng cơ bản: độ dài L; thời gian T; khối lượng M và thiết lập cho chúng một đơn vị đo lường nào đó gọi là đơn vị cơ bản, như hệ đơn vị SI (m, s, kg), hệ đơn vị CGS (cm, gam, s)...

Đơn vị dẫn xuất là đơn vị biểu diễn qua đơn vị cơ bản như cm/s; kg/m<sup>3</sup> v.v...

Thứ nguyên là biểu thức biểu diễn đơn vị dẫn xuất qua đơn vị cơ bản và được kí hiệu bằng dấu []. Ví dụ thứ nguyên của vận tốc [L/T], của gia tốc [L/T<sup>2</sup>] v.v...

## 3. Công thức tổng quát của thứ nguyên

Lí thuyết thứ nguyên dựa trên hai định lí sau đây:

a) Tỷ số giữa hai giá trị bằng số của một đại lượng dẫn xuất bất kì nào đấy không phụ thuộc vào việc chọn các kích thước của hệ đơn vị cơ bản. Chẳng hạn như tỷ số giữa hai diện tích không phụ thuộc vào việc là chúng được đo trong hệ đơn vị nào.

Từ định lí này có thể suy ra công thức thứ nguyên tổng quát của các đại lượng vật lí:

$$a = L^l T^t M^m \quad (9.1)$$

Chẳng hạn như công thức thứ nguyên của vận tốc [L/T] sẽ có  $l = 1; t = -1; m = 0$ ; của gia tốc [L/T<sup>2</sup>];  $l = 1; t = -2; m = 0$ .

b) Biểu thức bất kì giữa các đại lượng có thứ nguyên có thể biểu diễn như biểu thức giữa các đại lượng không thứ nguyên. Đây chính là nội dung của định lí Pi ( $\pi$ ) – Buckingham.

Biểu thức toán học của định lí này có thể biểu diễn dưới dạng sau: nếu đại lượng có thứ nguyên a là hàm của các đại lượng độc lập với nhau có thứ nguyên  $a_1, a_2, \dots, a_k, \dots, a_n$ , nghĩa là:

$$a = f(a_1, a_2, \dots, a_k, a_{k+1}, \dots, a_n) \quad (9.2)$$

Nếu  $k \leq n$  là số các đại lượng có thứ nguyên cơ bản thì  $(n + 1 - k)$  tổ hợp không thứ nguyên  $\pi_i$  của các đại lượng có thứ nguyên ở trên có thể biểu diễn dưới dạng: (theo (9.1)):

$$\pi = \frac{a}{a_1^{m_1} a_2^{m_2} \dots a_k^{m_k}};$$

$$\pi_1 = \frac{a_{k+1}}{a_1^{p_1} a_2^{p_2} \dots a_k^{p_k}};$$

.....

$$\pi_{n-k} = \frac{a_n}{a_1^{q_1} a_2^{q_2} \dots a_k^{q_k}};$$



Nghĩa là số tổ hợp bằng hiệu giữa số đại lượng có thứ nguyên và số thứ nguyên cơ bản.

Như vậy, trong hệ đơn vị mới biểu thức (9.2) có thể viết dưới dạng:

$$\pi = f(1, 1, \dots, 1, \pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n-k})$$

Mỗi tổ hợp không thứ nguyên là một tiêu chuẩn tương tự. Có nghĩa là nếu đại lượng không thứ nguyên (ví dụ hệ số lực cản  $C_x$ ) phụ thuộc  $n$  đại lượng, mà số thứ nguyên cơ bản của chúng bằng  $k$ , thì số tiêu chuẩn tương tự là  $\pi = n - k$ . Trong thủy khí động lực  $k = 3$ , vậy nên biểu diễn đại lượng nào đó qua bốn thông số.

**Ví dụ 1.** Hãy xác định sự phụ thuộc hệ số lực cản  $C_x$  của cánh vào các thông số dòng chảy.

**Bài giải:**

Giả sử  $C_x$  phụ thuộc vào các đại lượng có thứ nguyên sau đây: khối lượng riêng  $\rho$ , độ nhớt động lực học  $\mu$ , vận tốc  $v$  và chiều dài của cánh  $L$ . Khi đó:

$$C_x = f(\rho, \mu, v, L)$$

Dùng công thức thứ nguyên có thể tìm được một tổ hợp không thứ nguyên của các đại lượng vật lý trên:

$$[C_x] = [\rho]^b [\mu]^d [v]^c [L]^n = 1$$

Để tìm các số mũ  $b, d, c, n$  ta thay vào công thức trên thứ nguyên của các đại lượng vật lý:

$$[\rho] = [ML^{-3}]; [\mu] = [ML^{-1}T^{-1}]; [v] = [LT^{-1}]; [L] = [L]$$

Thay các giá trị đó vào biểu thức  $C_x$ :

$$[ML^{-3}]^b [ML^{-1}T^{-1}]^d [LT^{-1}]^c [L]^n = 1$$

Từ đó ta có 3 phương trình đối với 3 thứ nguyên cơ bản:

$$M : b + d = 0$$

$$L : -3b - d + c + n = 0$$

$$T : -d - c = 0$$

Xem rằng một trong 4 số mũ, chẳng hạn  $n$  đã biết, giải hệ phương trình trên, ta được:  $b = c = n$ ;  $d = -n$ . Như vậy ta tìm được dạng phụ thuộc của  $C_x$  vào đại lượng không thứ nguyên:

$$C_x = f\left[\left(\frac{v\rho}{\mu}\right)^n\right] = f(Re^n)$$

nghĩa là  $C_x$  phụ thuộc vào số Raynôn. Số mũ  $n$  có thể tìm bằng thực nghiệm hoặc từ các điều kiện phụ về sức cản của cánh.

**Ví dụ 2.** Áp dụng định lí Pi để lập biểu thức tính công suất  $N$  của bơm.

Biết  $N$  phụ thuộc lưu lượng  $Q$ , cột áp  $H$  và trọng lượng riêng  $\gamma$ .

**Bài giải:**

Quan hệ giữa các đại lượng trên có thể biểu diễn qua phương trình (9.2):

$$f(\gamma, Q, H) = N$$

Có 4 đại lượng có thứ nguyên và chỉ có 3 thứ nguyên của đơn vị cơ bản, do đó có  $4 - 3 = 1$  số hạng  $\pi$ . Chọn  $\gamma$ ,  $Q$ ,  $H$  làm 3 đại lượng có thứ nguyên cơ bản, ta có thể lập số hạng  $\pi$ :

$$\pi = \frac{N}{Q^x \gamma^y H^z}$$

Viết dưới dạng thứ nguyên:

$$FLT^{-1} = [L^3 T^{-1}]^x [FL^{-3}]^y [L]^z$$

Từ đó suy ra:  $x = y = z = 1$ .

Do đó:  $\pi = \frac{N}{\gamma QH}$  hay là  $N = k \gamma QH$

Qua hai ví dụ trên, có thể suy ra một số bước cơ bản để giải một bài toán như sau:

1. Lập biểu thức phụ thuộc  $(n + 1)$  đại lượng  $a$  (9.2). Ghi thứ nguyên của chúng.
2. Chọn  $k$  đại lượng cơ bản (thông thường  $k = 3$ ). Viết công thức thứ nguyên của các đại lượng vật lí. Như vậy ta có  $(n + 1 - k)$  số hạng  $\pi$ .
3. Số hạng  $\pi$  đầu tiên có thể là tích của  $k$  đại lượng có số mũ chưa biết với một đại lượng khác có số mũ đã biết (thông thường cho số mũ đó bằng 1).
4. Lấy những đại lượng đã chọn ở mục 2 làm biến số ( $k$  đại lượng) và chọn một trong những biến số còn lại để lập số hạng  $\pi$  tiếp theo. Lập lại tương tự liên tiếp cho các số  $\pi$  sau.
5. Nhờ phân tích thứ nguyên ta sẽ có hệ  $k$  phương trình đại số và từ đó xác định số mũ của mỗi số hạng  $\pi$ .

### §9.3. CÁC TIÊU CHUẨN TƯƠNG TỰ

Định nghĩa: Hai hiện tượng gọi là tương tự (hay đồng dạng) nếu dựa vào các đặc trưng của hiện tượng này có thể suy ra các đặc trưng của hiện tượng kia bằng một phép biến đổi đơn giản.

Điều kiện tương tự cơ bản của hai hiện tượng là các tiêu chuẩn tương tự phải bằng nhau (idcm). Nếu kí hiệu  $n$  cho nguyên mẫu;  $m$  cho mô hình, thì  $Re_n = Re_m$ ;  $M_n = M_m$  v.v...

### 1. Tương tự hình học

Hai hệ thống thủy khí động lực tương tự hình học là khi các kích thước tương ứng của chúng tỉ lệ với nhau.

$$\frac{L_n}{L_m} = k_L; \frac{S_n}{S_m} = k_L^2; \dots$$

Trong đó:  $k_L$  - tỉ lệ tương tự hình học.

### 2. Tương tự động học

Hai hệ thống thủy khí động lực tương tự động học phải tương tự hình học và có thời gian di chuyển của một phần tử chất lỏng từ điểm này sang điểm khác trên các đường dòng tương ứng tỉ lệ.

Ta có: 
$$\frac{T_n}{T_m} = k_T$$

Trong đó:  $k_T$  - tỉ lệ tương tự thời gian.

Từ đó suy ra tỉ lệ vận tốc: 
$$\frac{v_n}{v_m} = \frac{L_n T_n^{-1}}{L_m T_m^{-1}} = k_L k_T^{-1}$$

Tương tự động học áp dụng trong các máy thủy khí là các tam giác vận tốc đồng dạng.

### 3. Tương tự động lực học

Hai hệ thống thủy khí động lực tương tự động học và có các khối lượng tương ứng tỉ lệ thì gọi là tương tự động lực học.

$$k_\rho = \frac{\rho_n}{\rho_m} - \text{tỉ lệ tương tự động lực}$$

$$\text{Tỉ lệ các lực: } \frac{F_n}{F_m} = \frac{\rho_n L_n^3 L_n T_n^{-2}}{\rho_m L_m^3 L_m T_m^{-2}} = \frac{k_\rho k_L^4}{k_T^2}$$

$$\text{Hay tổng quát: } \frac{F_n}{F_m} = \frac{\rho_n L_n^2 V_n^2}{\rho_m L_m^2 V_m^2} = Ne = \text{const}$$

Tiêu chuẩn tương tự Newton hay số Newton.

Như vậy trong thực tế, hai hệ thống thủy khí động lực tương tự phải thỏa mãn các điều kiện sau đây:

1. Chúng phải tương tự hình học.
2. Có tính chất giống nhau và có cùng phương trình vi phân.
3. Chỉ có thể so sánh với nhau giữa các đại lượng đồng nhất tại những tọa độ không gian giống nhau và thời gian giống nhau.

4. Các hằng số tương tự của hai hiện tượng có mối liên quan chặt chẽ với nhau. Việc chọn bất kỳ một trong những đại lượng nào đó sẽ tạo nên sự phụ thuộc xác định đối với những đại lượng hằng số tương tự còn lại.

### 5. Tương tự của hai chuyển động phẳng

Để làm sáng tỏ những điều đã nêu ở trên, ta hãy tìm các điều kiện cần thiết để cho hai chuyển động phẳng tương tự. Muốn vậy, ta viết phương trình chuyển động Navie - Stốc (4.5) cho trường hợp chuyển động phẳng dưới dạng không thứ nguyên bằng cách chọn các đại lượng đặc trưng (tỉ lệ) sau đây: chiều dài  $l$  (như bán kính ống, cung của cánh...), vận tốc  $v_0$  (như vận tốc ở trên trục ống, ở vô cùng...), áp suất  $p_0$ , khối lượng riêng  $\rho_0$ , độ nhớt động học  $\nu_0$ , thời gian  $t_0$ , lực khối viết cho một đơn vị khối lượng  $g$  - gia tốc trọng trường. Kí hiệu các đại lượng không thứ nguyên cũng bằng những chữ như các đại lượng có thứ nguyên. Khi đó ta sẽ có phương trình chuyển động và phương trình liên tục viết dưới dạng không thứ nguyên:

$$\frac{l}{v_0 t_0} \frac{\partial u}{\partial t} + (u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y}) = \frac{gl}{v_0} X - \frac{p_0}{\rho_0 v_0^2} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{v_0}{v_0 l} v \Delta \Delta u$$

$$\frac{l}{v_0 t_0} \frac{\partial v}{\partial t} + (u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y}) = \frac{gl}{v_0} Y - \frac{p_0}{\rho_0 v_0^2} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{v_0}{v_0 l} v \Delta \Delta v$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

Từ hệ phương trình trên suy ra nếu hai dòng chảy tương tự, có nghĩa là chúng được mô tả bằng những phương trình và các điều kiện biên giống nhau, thì phải có cùng giá trị các đại lượng không thứ nguyên sau đây:

$$\frac{l}{v_0 t_0}; \frac{gl}{v_0^2}; \frac{p_0}{\rho_0 v_0^2}; \frac{v_0}{v_0 l}$$

Trong lí thuyết tương tự, những đại lượng đó có tên riêng và gọi là những số hay là tiêu chuẩn tương tự:

$$\frac{l}{v_0 t_0} = Sh - \text{số Storuhan (Shtrouhal), đặc trưng cho quá trình không dừng.}$$

$$\frac{v_0}{\sqrt{gl}} = Fr - \text{số Frút (Froud), đặc trưng cho lực trọng trường.}$$

$$\frac{v_0}{\nu_0} = Re - \text{số Râyôn (Reynolds) quen thuộc, đặc trưng cho lực nhớt.}$$

$$\frac{p_0}{\rho_0 v_0^2} = Eu - \text{số Ôle (L.Euler) đặc trưng cho áp lực.}$$

Điều kiện bằng nhau của các số tương tự được kí hiệu bằng chữ idem (là một), nghĩa là hai dòng phẳng của chất lỏng không nén được sẽ tương tự khi:

$$Sh = \text{idem}; Fr = \text{idem}; Re = \text{idem}; Eu = \text{idem}$$

Số Oले đối với chất lỏng nén được có dạng.

$$Eu = \frac{p_0}{\rho_0 v_0^2} = \frac{1}{k} \frac{a^2}{v_0^2} = \frac{1}{k} \frac{1}{M^2}$$

Trong đó  $a = \sqrt{k \frac{p}{\rho}}$  - vận tốc âm;  $k = \frac{C_p}{C_v}$  - chỉ số đoạn nhiệt,  $M = \frac{v}{a}$  - số Mác.

Như vậy, hai dòng chất lỏng nén được sẽ tương tự khi  $Sh = \text{idem}; Fr = \text{idem}; Re = \text{idem}; M = \text{idem}; k = \text{idem}$ .

Trong thực tế còn rất nhiều những tiêu chuẩn tương tự khác nữa. Muốn có những tiêu chuẩn đó chỉ cần lấy phương trình vi phân mô tả các quá trình đã cho viết dưới dạng không thứ nguyên. Chẳng hạn như khảo sát phương trình năng lượng ta sẽ có thêm các tiêu chuẩn tương tự:

$Pr = \frac{v\rho C_p}{\lambda}$  - số Prandtl, đặc trưng cho tỉ số giữa nhiệt lượng được truyền bằng dẫn nhiệt và đối lưu.

$$Gr = \frac{g\beta l^3 \Delta T}{\nu^2}$$

- số Grashóp, đặc trưng cho tỉ lệ giữa lực Acsimét và lực nhớt.

Trong đó  $\lambda$  - hệ số dẫn nhiệt;  $\beta$  - hệ số nở thể tích;  $\Delta T$  - độ chênh nhiệt độ.

## §9.4. MÔ HÌNH HÓA TỪNG PHẦN

Khi khảo sát bài toán phẳng ở mục trên ta đã gặp 4 - 5 tiêu chuẩn tương tự. Nếu thỏa mãn tất cả các tiêu chuẩn đó thì bài toán rất khó và trong thực tế không thể thực hiện được. Ngoài ra, không phải tất cả các tiêu chuẩn có tầm quan trọng như nhau. Trong những điều kiện cụ thể thường có thể xác định được mức độ ảnh hưởng của từng tiêu chuẩn tương tự, và lúc đó có những tiêu chuẩn ảnh hưởng rất lớn đến việc thay đổi điều kiện vật lý - gọi là tiêu chuẩn quyết định, trong khi đó có những tiêu chuẩn hầu như không tham gia vào sự biến đổi đó - những tiêu chuẩn không quyết định. Do đó trong thực tế phải dùng mô hình hóa từng phần, nghĩa là chỉ cần tuân theo một số tiêu chuẩn quyết định.

Chẳng hạn như khi tìm điều kiện mô hình hóa của chuyển động tàu ngầm, ta thấy có thể bỏ qua tiêu chuẩn Frút, mà phải kể đến tiêu chuẩn Râynon, nghĩa là số Re đối với nguyên mẫu và mô hình phải như nhau. Thực vậy, đối với tàu ngầm số Fr chỉ có ý nghĩa

khi tàu đi xuống và đi lên mặt nước, còn khi chạy, số Fr có thể bỏ qua. Lực cản khi chạy phụ thuộc vào độ nhớt của dòng bao quanh không có xâm thực. Nhưng trong thí nghiệm mô hình ca nô chuyển động với vận tốc lớn, tiêu chuẩn Fr có ảnh hưởng lớn, còn có thể bỏ qua lực nhớt, nghĩa là không thỏa mãn tiêu chuẩn Re.

Điều kiện mô hình hóa của những máy móc chuyển động trên âm, trước tiên là phải thỏa mãn tiêu chuẩn Mác (M), còn số Re tùy khả năng, số Fr bỏ qua. Đây không phải là mô hình hóa toàn bộ mà chỉ là từng phần. Thỉnh thoảng lắm mới thành công khi thỏa mãn cả hai tiêu chuẩn Fr và Re.

**Ví dụ 3.** Muốn có tương tự động lực học thì vận tốc chuyển động của dầu thô trong ống có đường kính 30mm phải bằng bao nhiêu, khi vận tốc của nước trong ống có đường kính 5mm ở nhiệt độ 20°C là 6m/s. Cho  $\rho_{\text{dầu}} = 84\text{kgGs}^2/\text{m}^4$ ;  $\mu_{\text{dầu}} = 0,2\text{P}$ ;  $\rho_{\text{nước}} = 102\text{kgGs}^2/\text{m}^4$ ;  $\mu_n = 0,013\text{P}$

**Bài giải:**

Điều kiện để cho hai dòng chất lỏng chuyển động trong ống tròn tương tự là số  $Re = \frac{vd\rho}{\mu}$  và số Orlé  $Eu = \frac{P_0}{\rho v^2}$  bằng nhau. Nhưng theo điều kiện của bài toán, vì vận tốc của nước cho biết nên tiêu chuẩn tương tự chỉ là số Raynôn, còn số Orlé là hàm của số Re. Hay nói một cách khác, vì đại lượng đặc trưng của áp suất  $p_0$  không cho trước nên có thể chọn  $p_0$  bằng giá trị bất kì. Để cho tiện, ta chọn  $p_0 = \rho v^2$  từ điều kiện số Orlé

$$Eu = \frac{P_0}{\rho v^2} = 1$$

Do đó ta suy ra:  $Re_1 \equiv Re_{\text{dầu}} = Re_{\text{nước}} \equiv Re_2$

$$\frac{d_1 \rho_1}{\mu_1} = \frac{d_2 \rho_2}{\mu_2}$$

Suy ra:  $\frac{d_2 \rho_2 \mu_1}{d_1 \rho_1 \mu_2} = 24,2$

Vậy vận tốc của dầu  $v_1 = 24,2\text{m/s}$ .

## Chương 10

# BƠM LI TÂM VÀ MÁY THỦY LỰC CÁNH DẪN

### §10.1. KHÁI NIỆM CHUNG VỀ MÁY THỦY LỰC

Máy thủy lực là loại máy dùng để biến đổi cơ năng giữa máy và chất lỏng. Tùy theo chiều biến đổi cơ năng, máy thủy lực được chia làm hai loại: Bơm và động cơ thủy lực. Đối với bơm, cơ năng của máy chuyển hóa thành cơ năng của chất lỏng. Còn trong động cơ thủy lực, cơ năng của chất lỏng được biến thành cơ năng của máy. Nếu coi dòng chất lỏng giống như dòng điện thì bơm giống như máy phát điện, còn động cơ thủy lực tương tự như động cơ điện. Về nguyên tắc, một máy thủy lực có thể thực hiện được hai chức năng: bơm hoặc động cơ. Có thể lấy một vài ví dụ minh họa điều đó. Chẳng hạn quạt máy, bình thường đó là một loại bơm không khí, nghĩa là cơ năng của cánh quạt làm tăng cơ năng của không khí, tạo ra gió. Nhưng nếu quạt đang đứng yên, gió có thể làm cho cánh quạt quay. Khi đó quạt lại có chức năng như một động cơ. Hoặc xylanh lực, đó chính là một động cơ. Dầu với áp suất cao được đưa vào trong xylanh làm pittông chuyển động. Mặt khác nếu đẩy pittông trong xi lanh, thể tích khoang chứa dầu sẽ biến đổi làm cho áp suất dầu thay đổi, khiến chất lỏng chuyển động.

Tuy nhiên, cần chú ý rằng không phải bất cứ máy thủy lực nào hiệu suất làm việc chiều nào cũng như nhau. Mặc dù vậy, thuật ngữ máy thủy lực là thuật ngữ chung cho cả bơm và động cơ.

Tùy theo nguyên lý hoạt động, máy thủy lực được chia làm hai loại: Máy thủy lực cánh dẫn và máy thủy lực thể tích. Máy thủy lực cánh dẫn là loại máy thông qua cánh dẫn mà cơ năng của chất lỏng và của máy chuyển hóa cho nhau. Ví dụ như bơm li tâm, tuabin, quạt.v.v... Đối với máy thủy lực thể tích, sự trao đổi cơ năng giữa máy và chất lỏng diễn ra trong buồng làm việc kín của máy. Ví dụ như bơm pittông, xylanh lực, bơm cánh gạt, bơm bánh răng. v.v...

Trong máy cánh dẫn có ba loại chính: máy thủy lực li tâm, hướng trục và hướng chéo, phụ thuộc vào phương chuyển động của chất lỏng trong máy.

Máy thủy lực thể tích cũng có ba loại chính. Đó là máy thủy lực pittông, pittông - rôto và rôto.

Còn có rất nhiều cách phân loại khác đối với các máy thủy lực. Như vậy máy thủy lực là loại máy được sử dụng rất rộng rãi trong thực tế.

Máy thủy lực có thể đóng vai trò bộ nguồn năng lượng, cũng có thể là bộ phận chấp hành trong hệ thống thủy lực. Điều đó có nghĩa chúng luôn luôn là các phần tử chủ yếu trong hệ thống thủy lực.

Chương này chủ yếu nói về một trong các máy thủy lực thông dụng nhất. Đó là bơm li tâm. Nghiên cứu bơm li tâm, ta có cơ sở hiểu biết các máy thủy lực cánh dẫn nói chung.

## §10.2. GIỚI THIỆU CHUNG VỀ BƠM LI TÂM

Bơm li tâm là loại bơm cánh dẫn, được dùng rộng rãi nhất trong các loại bơm vì có nhiều ưu điểm:

- Dải lựa chọn rất rộng. Công suất từ một vài đến hàng ngàn kW.
- Bơm được nhiều loại chất lỏng như nước, các chất lỏng dễ gây cháy nổ như dầu, xăng hoặc các hóa chất lỏng dễ ăn mòn. Ngoài ra chúng có thể bơm được các chất lỏng pha chất rắn.
- Hiệu suất khá cao so với các loại bơm khác (khoảng từ 65 ÷ 90%).
- Kết cấu đơn giản, chắc chắn, tuổi thọ cao, giá thành khá rẻ.

Có nhiều cách phân loại bơm li tâm.

+ Theo cột áp:

- Bơm cột áp thấp  $H < 20$  m cột nước.
- Bơm cột áp trung bình  $H = 20 \div 60$  m cột nước.
- Bơm cột áp cao  $H > 60$  m cột nước.

+ Theo số bánh công tác (cánh bơm)

- Bơm một cấp (có một bánh công tác).
- Bơm nhiều cấp (có từ 2 đến 8, có thể đến 12 bánh công tác).

Khác với bơm một cấp, cột áp thường không quá 100 m cột nước, bơm nhiều cấp có cột áp khá cao tùy theo số lượng bánh công tác nối tiếp nhau.

Nói chung, các bơm li tâm thường có một miệng hút. Để tăng lưu lượng người ta bố trí hai miệng hút từ hai phía.

Người ta còn phân loại bơm li tâm dựa vào cách bố trí trục mà ta có bơm trục đứng và bơm trục ngang.

Thực tế còn có nhiều cách phân loại khác dựa vào kết cấu thân bơm và các bộ phận dẫn hướng. v.v.

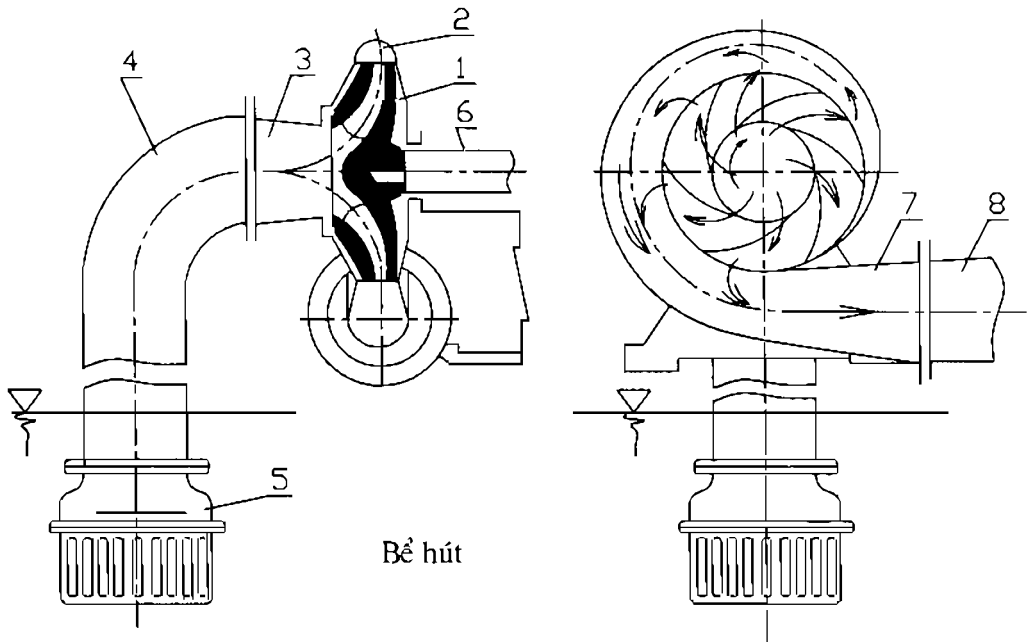
Nhìn vào cách phân loại ta thấy rằng bơm li tâm đã đáp ứng được các yêu cầu rất đa dạng trong thực tế.



## §10.3. SƠ ĐỒ CẤU TẠO VÀ NGUYÊN LÝ HOẠT ĐỘNG CỦA BƠM LI TÂM

### 10.3.1. Sơ đồ cấu tạo

Trên hình 10.1 chỉ rõ sơ đồ cấu tạo của một bơm li tâm đơn giản.



Hình 10.1

Bộ phận chủ yếu của bơm là bánh công tác 1. Bánh công tác bao gồm: đĩa trước có miệng hút chất lỏng ở giữa, đĩa sau được gắn với trục 6. Hai đĩa trước và sau đặt song song với nhau và được gắn liền bởi các cánh, tạo nên các máng dẫn chất lỏng từ miệng hút vào buồng xoắn ốc 2 (vỏ bơm). Giữa ống hút 4 và miệng hút là bộ phận dẫn hướng vào. Bộ phận 5 gọi là krêpin. Nó bao gồm lưới chắn rác và van một chiều (chỉ cho chất lỏng chuyển động một chiều từ bể hút vào bơm qua ống hút). Chất lỏng từ bánh công tác 1 chuyển động theo buồng xoắn ốc 2 vào miệng đẩy 7 và qua ống đẩy 8. Trục bơm 6 được nối với động cơ dẫn động.

### 10.3.2. Nguyên lý hoạt động

Để bơm có thể hoạt động được, cần phải điền đầy chất lỏng vào bơm (kể cả ống hút). Động tác này thường được gọi là “mồi” bơm.

Khi bánh công tác 1 quay, chất lỏng trong bánh công tác quay theo và phát sinh lực li tâm. Do tác động của lực li tâm, chất lỏng từ bánh công tác văng ra ngoài vào buồng xoắn ốc 2, qua miệng đẩy 7 và vào ống đẩy 8. Như vậy bơm đã thực hiện quá trình “đẩy” chất lỏng. Khi chất lỏng văng từ bánh công tác ra ngoài, áp suất tại miệng hút bị giảm đi. Kết quả là độ chênh áp suất giữa bể hút và miệng hút được hình thành. Dưới tác động của chênh áp đó, chất lỏng được hút từ bể hút lên miệng hút qua krêpin, ống hút và bộ phận dẫn hướng. Đó chính là quá trình “hút” chất lỏng của bơm.

Quá trình hút và đẩy chất lỏng xảy ra đồng thời, liên tục làm chất lỏng chuyển động từ bể hút qua bơm vào hệ thống ống dẫn.

Từ nguyên lý hoạt động của bơm, có thể rút ra các nhận xét sau:

- Cơ năng mà bơm truyền cho chất lỏng được thực hiện tại cánh dẫn.
- Động năng lượng chủ yếu mà bơm truyền cho chất lỏng tại bánh công tác là động năng. Động năng càng lớn, lực li tâm càng lớn, khiến chất lỏng văng ra khỏi bánh công tác càng mạnh. Điều đó làm tăng độ chênh áp giữa bể hút và miệng hút, nhờ đó chất lỏng có thể được hút lên miệng hút dễ dàng. Mặt khác ta biết động năng cũng như lực quán tính li tâm phụ thuộc vào khối lượng của chất lỏng. Nếu khi bơm hoạt động, trong bánh công tác có chứa khí (có khối lượng nhỏ hơn rất nhiều chất lỏng thành hạt), lực li tâm sinh ra sẽ rất nhỏ. Điều đó dẫn đến bơm không thể tạo ra độ chênh áp đủ lớn để hút chất lỏng lên - nghĩa là, quá trình hút không được thực hiện. Vì vậy, cần thiết phải “mồi” trước khi cho bơm hoạt động.

- Như nhận xét trên đã nêu, khi qua bánh công tác, chất lỏng được tăng động năng là chính. Vì vậy, nếu sau khi ra khỏi bánh công tác, chất lỏng được chuyển ngay vào ống dẫn với thành phần động năng lớn, dòng chất lỏng sẽ bị tổn thất năng lượng rất nhanh. Sở dĩ như vậy vì ta đều biết tổn thất năng lượng tỉ lệ với vận tốc bậc hai. Để tránh điều này người ta phải bố trí buồng xoắn ốc có tiết diện mở rộng dần cho dòng chảy giảm dần vận tốc, tức là giảm dần động năng và tăng dần áp năng lên, tránh cho dòng chất lỏng bị tổn thất lớn trong quá trình chuyển động trong ống dẫn.

## **§10.4. CÁC THÔNG SỐ CƠ BẢN CỦA BƠM LI TÂM**

Để đánh giá chất lượng bơm người ta dựa vào các thông số cơ bản. Đó là: cột áp, lưu lượng, công suất và hiệu suất. Ngoài ra người ta còn chú ý đến cột áp hút cho phép của bơm.

### ***10.4.1. Cột áp của bơm***

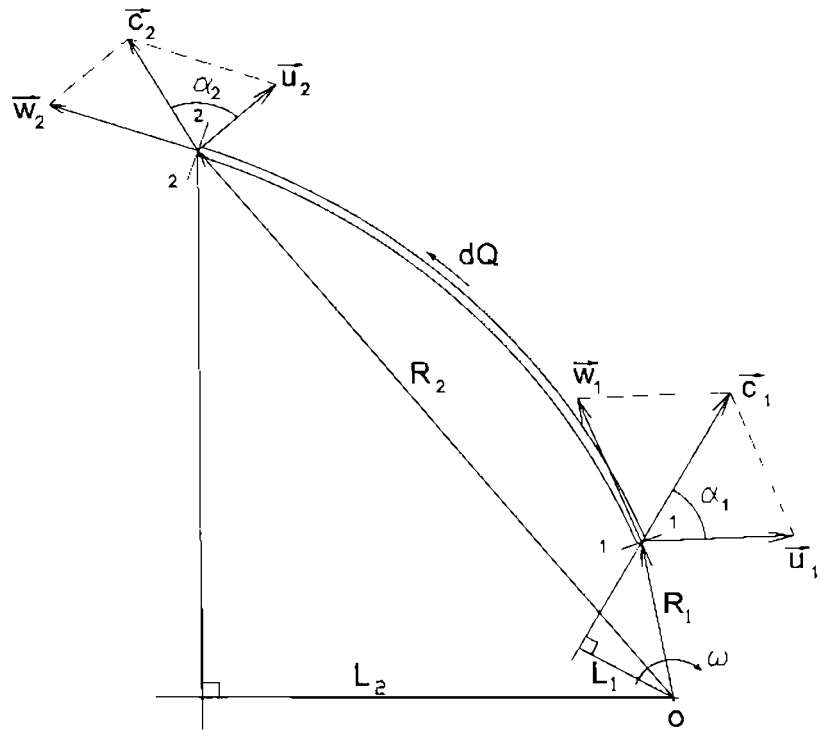
Cột áp của bơm là cơ năng đơn vị mà chất lỏng nhận được từ bơm. Cột áp của bơm thường được tính bằng mét cột nước và được ký hiệu bằng chữ H.

#### ***1. Phương trình cột áp***

Để lập phương trình cột áp dễ dàng, ta đưa ra một số giả thiết sau:

- Số cánh trong bánh công tác nhiều vô cùng và mỏng vô cùng.
- Chất lỏng làm việc là chất lỏng lý tưởng - không có bất cứ tổn thất năng lượng nào trong quá trình hoạt động.

Với giả thiết đầu, chúng ta đã coi dòng chảy chất lỏng qua bánh công tác bao gồm vô số các dòng nguyên tố (xem hình 10.2) giống hệt nhau. Chất lỏng chảy theo dòng nguyên tố đó và đồng thời quay quanh tâm O của bánh công tác với vận tốc góc  $\omega$ . Sơ đồ động học của dòng nguyên tố được thể hiện trên hình 10.2.



**Hình 10.2**

Giả sử chất lỏng chuyển động trong dòng nguyên tố với lưu lượng  $dQ$  từ mặt cắt (1-1) đến (2-2). Đồng thời dòng nguyên tố lại quay quanh cực  $O$  với vận tốc góc  $\omega$ .

Chuyển động của các phần tử chất lỏng được đặc trưng bởi các vận tốc:

$\bar{u}_1, \bar{u}_2$  - vận tốc vòng tại các mặt cắt (1-1) và (2-2) vuông góc với các bán kính quay  $R_1, R_2$

$\bar{W}_1, \bar{W}_2$  - vận tốc tương đối có phương tiếp tuyến với dòng chảy tại các mặt cắt (1-1) và (2-2)

$\bar{c}_1, \bar{c}_2$  - vận tốc tuyệt đối tại các mặt cắt (1-1) và (2-2) tương ứng.

$$\bar{c}_1 = \bar{u}_1 + \bar{W}_1$$

$$\bar{c}_2 = \bar{u}_2 + \bar{W}_2$$

Mô hình động lực học này hoàn toàn giống mô hình đã xét trong chương Động lực học chất lỏng về phương trình mômen động lượng đối với dòng nguyên tố.

Với các giả thiết nêu trên, ta có thể lập được phương trình mômen:

$$M_O = \rho \cdot Q_l (R_2 C_{2u} - R_1 C_{1u})$$

Trong đó:  $C_{2u}, C_{1u}$  - Các hình chiếu của  $C_1$  và  $C_2$  lên các phương  $\bar{u}_1, \bar{u}_2$  tương đương  
 $M_O$  - Mômen đối với tâm bánh công tác của các lực đo cánh bơm tác động vào chất lỏng.

$Q_1$  - Lưu lượng lý thuyết của bơm.

Với giả thiết chất lỏng lý tưởng, bỏ qua các tổn thất năng lượng, công suất của máy sẽ bằng công suất thủy lực.

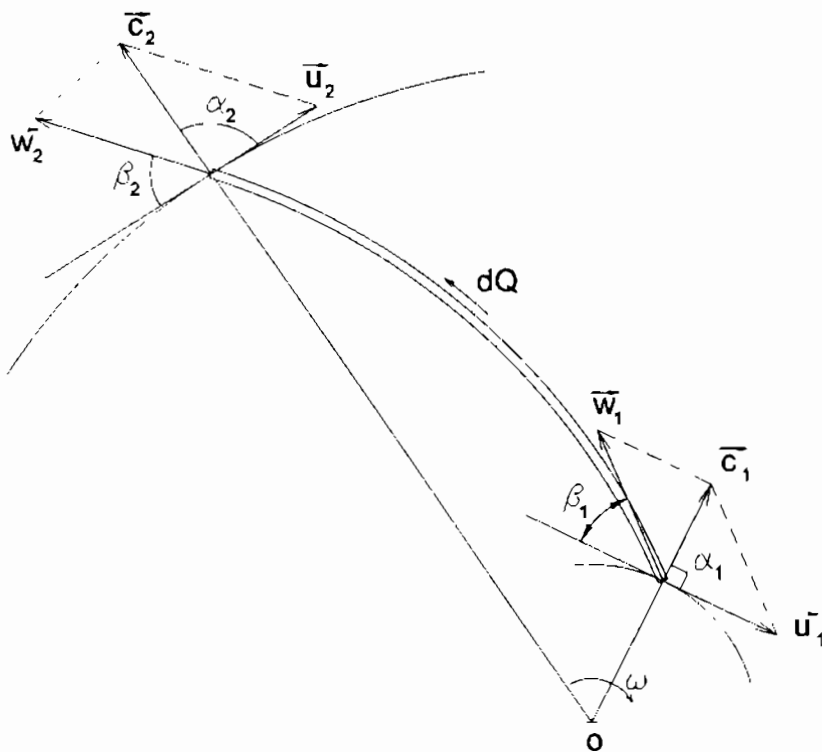
$$\begin{aligned} N &= M_O \cdot \omega = \rho \cdot Q_1 (R_2 \omega C_{2u} - R_1 \omega C_{1u}) = \\ &= \rho \cdot Q_1 (u_2 C_{2u} - u_1 C_{1u}) = \gamma \cdot Q_1 H_{ly} \end{aligned} \quad (10.1)$$

Trong đó:  $H_{ly}$  - Cột áp lý thuyết của bơm.

Từ (10-1) ta có phương trình cột áp lý thuyết của bơm:

$$H_{ly} = \frac{1}{g} (u_2 C_{2u} - u_1 C_{1u}) \quad (10.2)$$

Trong các bơm li tâm hiện đại, đa số các bánh công tác có kết cấu lối vào hoặc bộ phận dẫn hướng sao cho dòng chất lỏng ở lối vào của máng dẫn chuyển động theo hướng kính, nghĩa là  $\bar{c}_1 \perp \bar{u}_1$  và  $\alpha_1 = 90^\circ$  (hình 10.3) để cột áp của bơm có lợi nhất. Trong trường hợp đó  $C_{1u} = 0$ .



Hình 10.3

Do đó, phương trình cột áp của bơm có dạng

$$H_{1\infty} = \frac{u_2 C_{2u}}{g} \quad (10.3)$$

Phương trình (10.3) được lập nên với các giả thiết:

- Số cánh dẫn nhiều vô cùng và mỏng vô cùng.
- Chất lỏng làm việc là lý tưởng.

Trong thực tế số cánh dẫn trong bánh công tác có chiều dày nhất định (thường từ  $2 \div 20$  mm) và số cánh dẫn có hạn (thường từ  $6 \div 12$ ) gây nên sự phân bố vận tốc không đều trên mặt cắt ướt của dòng chảy, tạo nên các dòng xoáy trong máng dẫn của bánh công tác. Mặt khác chất lỏng làm việc là thực, có độ nhớt, gây nên tổn thất năng lượng của dòng chảy.

Với các lý do đó cột áp thực tế  $H$  của bơm nhỏ hơn cột áp lý thuyết  $H_{1\infty}$  và được tính theo công thức:

$$H = \varepsilon_z \eta_H H_{1\infty} \quad (10.4)$$

Trong đó:  $\varepsilon_z$  là hệ số kể tới ảnh hưởng của số cánh dẫn có hạn - gọi là hệ số cột áp.

$\eta_H$  là hệ số kể tới tổn thất năng lượng của dòng chảy.

Bằng lý thuyết về dòng xoáy và thực nghiệm, năm 1931 Viện sỹ Prôtskua đã xác định được  $\varepsilon_z$  đối với bơm li tâm theo công thức:

$$\varepsilon_z = 1 - \frac{\pi}{z} \sin\beta_2 \quad (10.5)$$

Trong đó:  $z$  - số cánh dẫn của bánh công tác.

$\beta_2$  - góc hợp bởi vận tốc  $\vec{W}_2$  và phương  $\vec{u}_2$  (xem hình 10.3)

Thông thường  $\varepsilon_z \approx 0,80$

Hệ số  $\eta_H$  đối với bơm li tâm thường từ 0,70 đến 0,90.

Từ (10.3) và (10.4) ta có:

$$H = \varepsilon_z \eta_H \frac{u_2 C_{2u}}{g} \quad (10.6)$$

Vì  $\bar{c}_2$  tỉ lệ với  $\vec{u}_2$  nên có thể viết (10.6) dưới dạng:

$$H = \psi \frac{u_2^2}{2g} \quad (10.7)$$

Trong đó  $\psi$  gọi là hệ số cột áp thực tế, phụ thuộc vào số vòng quay đặc trưng  $n_c$  của bơm và lấy theo bảng sau:

**Bảng 10.1**

$n_c$	50 ÷ 60	60 ÷ 180	180 ÷ 350	350 ÷ 580
$\psi$	1,56 ÷ 1,24	1,24 ÷ 0,71	0,71 ÷ 0,51	0,51 ÷ 0,33

Ở đây cần phải làm rõ khái niệm về số vòng quay đặc trưng  $n_c$ .

Trong các nước công nghiệp hiện đại, việc sản xuất bơm phải được tiêu chuẩn hóa. Mỗi loại máy cánh dẫn được chia thành nhiều hệ thống. Trong cùng một hệ thống đặc tính làm việc và hiệu suất của các máy như nhau, nghĩa là chúng tương tự với nhau. Vì vậy để đáp ứng nhu cầu đa dạng trong thực tế, mỗi hệ thống chỉ cần một máy mẫu được thiết kế có chất lượng kinh tế kỹ thuật tốt. Người ta gọi máy đó là máy mẫu. Người ta qui định máy mẫu có các thông số sau:

- Cột áp  $H_c = 1\text{m}$  cột chất lỏng
- Công suất  $N_c = 0,736\text{ kW}$  (1 mã lực)
- $n_c$  - số vòng quay trong 1 phút
- $\eta_s$  - hiệu suất có lợi nhất

Như vậy số vòng quay đặc trưng  $n_c$  của một bơm A là số vòng quay của bơm mẫu tương tự với bơm A, có các thông số như trên.

## 2. Ảnh hưởng của kết cấu cánh dẫn đến cột áp của bơm li tâm

Kết cấu bánh công tác có ảnh hưởng rất quan trọng tới cột áp bơm.

Hình dạng cánh trong bánh công tác chủ yếu phụ thuộc vào góc vào  $\beta_1$  và góc ra  $\beta_2$  (xem hình 10.3), vì vậy hai góc này có ảnh hưởng tới cột áp của bơm.

- Ảnh hưởng của góc vào  $\beta_1$ .

Góc vào  $\beta_1$  là góc bố trí cánh dẫn và cũng là góc biểu thị phương của vận tốc tương đối ở lối vào của bánh công tác (hình 10.3). Trong trường hợp có lợi nhất về cột áp (khi  $\alpha_1 = 90^\circ$ ) thì theo (10.3) ta thấy góc  $\beta_1$  không có ảnh hưởng trực tiếp tới cột áp. Nhưng nếu  $\beta_1$  không thích hợp sẽ gây ra va đập của dòng chảy với cánh dẫn ở lối vào bánh công tác, ảnh hưởng xấu đến hiệu suất và cột áp của bơm.

Thường lấy  $\beta_1 \approx 15^\circ \div 30^\circ$

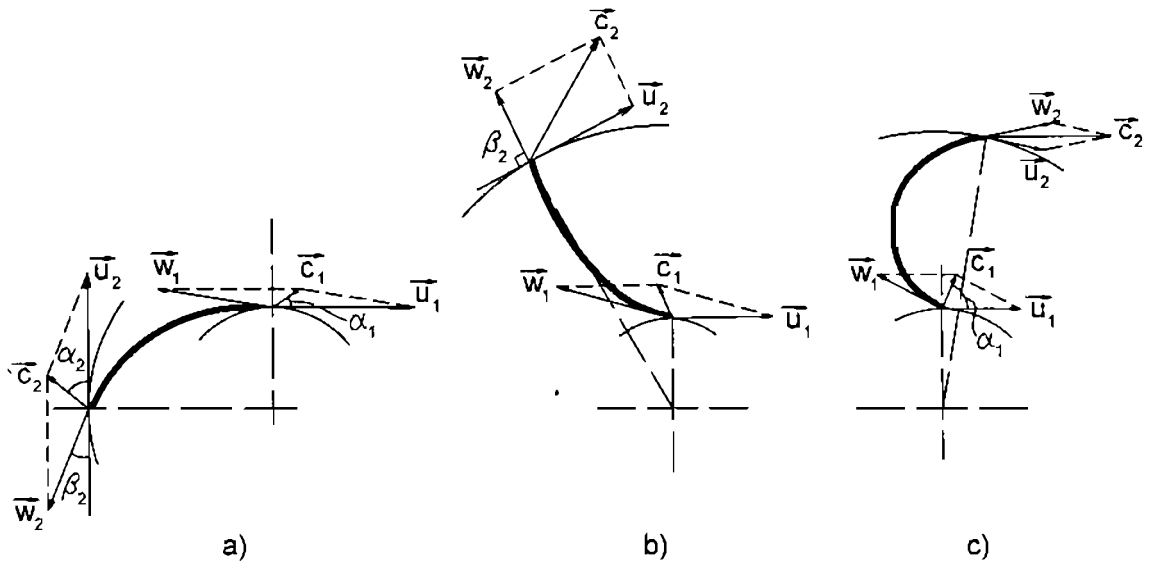
- Ảnh hưởng của góc ra  $\beta_2$ .

Góc ra  $\beta_2$  là góc bố trí cánh dẫn và cũng là góc biểu thị phương của vận tốc tương đối ở lối ra của bánh công tác (hình 10.3). Lý thuyết và thực nghiệm đã chứng tỏ góc  $\beta_2$  có ảnh hưởng trực tiếp tới phương và trị số các thành phần vận tốc của dòng chất lỏng trong các máng dẫn của bánh công tác, do đó có ảnh hưởng quyết định đến cột áp của bơm. Vì vậy góc  $\beta_2$  có ý nghĩa quan trọng đặc biệt đối với bánh công tác của bơm li tâm.

- Khi  $\beta_2 < 90^\circ$  - cánh dẫn cong về phía sau (so với  $\bar{u}$ ) gọi là cánh dẫn ngoặt sau (hình 10.4a).

- Khi  $\beta_2 = 90^\circ$  - cánh dẫn hướng kính ở lối ra, gọi là cánh dẫn hướng kính (hình 10.4b).

- Khi  $\beta_2 > 90^\circ$  - cánh dẫn cong về phía trước gọi là cánh dẫn ngoặt trước (hình 10.4c).



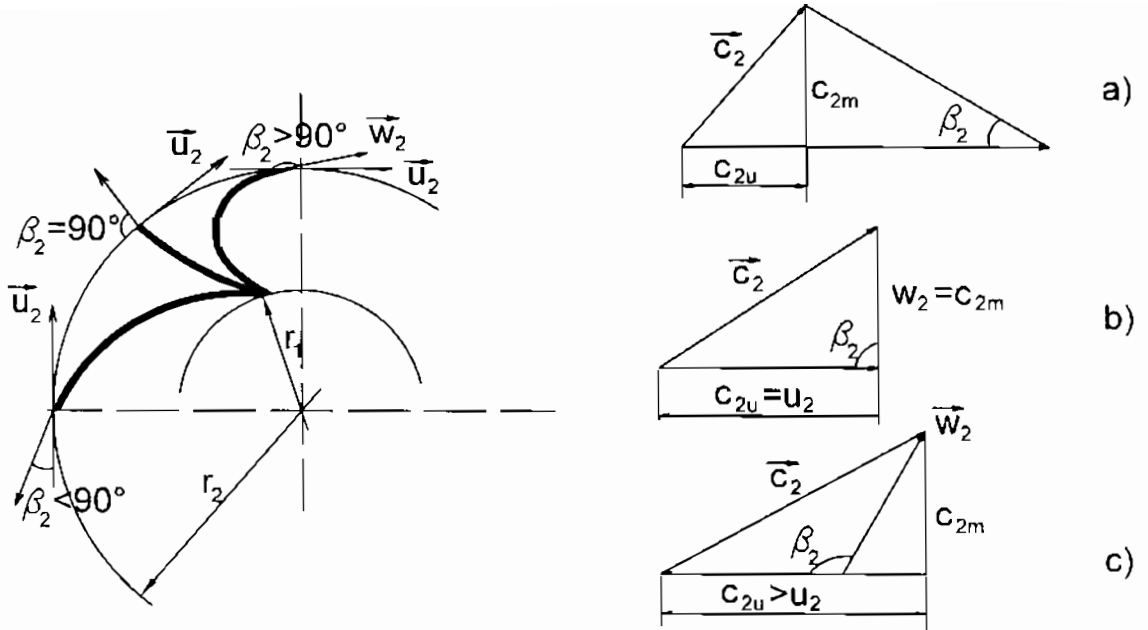
**Hình 10.4 - Các kiểu bố trí cánh dẫn trong bánh công tác bơm li tâm.**

Loại bơm cánh dẫn ngoặt sau thường gặp ở bơm các loại chất lỏng thành hạt (như nước, dầu...). Hai loại sau thường gặp trong bơm khí (quạt, máy nén khí...).

Để hiểu rõ vai trò của  $\beta_2$ , ta xét ba bánh công tác li tâm có kích thước, góc vào  $\beta_1$  và số vòng quay làm việc  $n$  như nhau, nhưng có góc  $\beta_2$  khác nhau (hình 10.5).

Theo (10.3): 
$$H_{1\infty} = \frac{1}{g} u_2 C_{2u}$$

Vì trong cả ba trường hợp có  $u_2$  như nhau nên  $H_{1\infty}$  chỉ phụ thuộc vào  $C_{2u}$ .



Hình 10.5

Từ các tam giác vận tốc (hình 10.5), ta có:

$$C_{2u} = u_2 - C_{2m} \cdot \cotg \beta_2 \quad (10.8)$$

Thay (10.8) vào (10.3), ta có

$$H_{1\infty} = \frac{1}{g} u_2 (u_2 - C_{2m} \cdot \cotg \beta_2) \quad (10.9)$$

Công thức (10.9) cho thấy khi  $C_{2u} = u_2 - C_{2m} \cdot \cotg \beta_2 = 0$

tức là khi 
$$\cotg \beta_2 = \frac{u_2}{C_{2m}}$$

hay 
$$\beta_2 = \arctg \frac{C_{2m}}{u_2} \quad \text{thì } H_{1\infty} = 0$$

Nghĩa là khi đó bơm không có cột áp.

Vậy muốn cho bơm tạo được cột áp thì cánh dẫn của bánh công tác phải có góc ra.

$$\beta_2 > \beta_{2\text{min}} = \arctg \frac{C_{2m}}{u_2} \quad (10.10)$$

Đồng thời ta thấy  $H_{1\infty}$  tăng theo tỉ lệ thuận với  $\beta_2$ .



Khi  $\beta_2 = 90^\circ$  thì tam giác vận tốc ở lối ra sẽ là tam giác vuông (hình 10.5b)

nên  $C_{2u} = u_2$ . Do đó:

$$H_{1x} = \frac{1}{g} u_2^2 \quad (10.11)$$

Thông thường trong bơm li tâm, trị số  $C_m$  thay đổi rất ít từ lối vào đến lối ra của bánh công tác, nên  $C_{2m} \approx C_{1m}$ , do đó:

$$\text{Khi } \beta_2 = 90^\circ \text{ thì } C_{2m} = C_{1m} = C_1 \quad (10.12)$$

$$\text{Khi đó cột áp động } H_{1\infty d} = \frac{C_2^2 - C_2^2}{2g} = \frac{C_2^2 - C_{2m}^2}{2g} \quad (\text{xem mục 10.9.2})$$

$$\text{Từ tam giác vận tốc (hình 10.5b) ta có } C_2^2 - C_{2m}^2 = u_2^2 \text{ nên } H_{1\infty d} = \frac{u_2^2}{2g}$$

$$\text{Vậy cột áp tĩnh là: } H_{1\infty t} = H_{1\infty} - H_{1\infty d} = \frac{u_2^2}{g} - \frac{u_2^2}{2g} = \frac{u_2^2}{2g}$$

$$\text{Tức là } H_{1\infty t} = H_{1\infty d} = \frac{H_{1\infty}}{2} = \frac{u_2^2}{2g} \quad (10.13)$$

Nếu  $\beta_2$  tiếp tục tăng, khi  $\beta_2 > 90^\circ$  thì  $C_{2u} > u_2$  (hình 10.5c)

$$\text{Giả sử khi } C_{2u} = 2u_2 \text{ lúc đó } H_{1\infty} = \frac{u_2 C_{2u}}{g} = \frac{2u_2^2}{g}$$

$$\text{Như vậy } H_{1\infty d} = \frac{C_2^2 - C_{2m}^2}{2g} = \frac{C_{2u}^2}{2g} = \frac{2u_2^2}{g}$$

$$\text{Vậy } H_{1\infty d} = H_{1\infty}. \text{ Do đó } H_{1\infty t} = 0 \quad (10.14)$$

Nghĩa là cột áp tĩnh không có.

Nếu tiếp tục tăng  $\beta_2$  lên nữa ( $C_{2u} > 2u_2$ ) thì  $H_{1\infty d} > H_{1\infty}$ , có nghĩa cột áp tĩnh có trị số âm.

Trong thực tế bơm không thể làm việc được với  $H_{1\infty t} \leq 0$  vì khi đó bơm không có khả năng đẩy chất lỏng. Vậy  $\beta_2 < \beta_{2\max}$

Tóm lại để bơm có thể làm việc được thì trị số góc ra  $\beta_2$  phải nằm trong giới hạn:

$$\beta_{2\min} < \beta_2 < \beta_{2\max}. \quad (10.15)$$

Bơm li tâm thường làm việc với  $H_{1\infty t}$  và  $H_{1\infty d}$  như sau:

$$H_{1\infty t} = (0,7 \div 0,8) H_{1\infty}$$

$$H_{1\infty d} = (0,2 \div 0,3) H_{1\infty}$$

Tức là ứng với góc  $\beta_2 = 15^\circ \div 30^\circ$

Lý thuyết và thực nghiệm đã chứng tỏ rằng nếu góc  $\beta_2$  nằm ngoài phạm vi trên thì tổn thất cơ năng sẽ rất lớn (chủ yếu do động năng lớn), hiệu suất của bơm sẽ rất thấp.

Tuy nhiên đối với các loại quạt li tâm thì có thể  $\beta_2$  có lớn hơn ( $\beta_2 > 90^\circ$ ) vì tổn thất do động năng của dòng khí chuyển động trong quạt có trị số nhỏ hơn nhiều so với chất lỏng thành hạt (như nước, dầu...).

### 3. Ý nghĩa của cột áp của bơm li tâm

Xét một sơ đồ đơn giản của hệ thống bơm

Các mặt cắt:

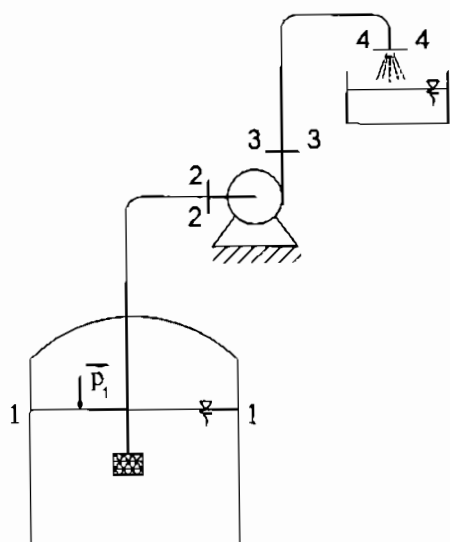
(1-1) – trên mặt thoáng của bể hút.

(2-2) – mặt cắt tại miệng vào của bơm.

(3-3) – mặt cắt tại miệng ra của bơm.

(4-4) – mặt cắt ra của ống đẩy.

Ta đã biết cột áp của bơm là cơ năng đơn vị mà chất lỏng nhận được khi đi qua bơm. Do đó, ta có thể coi cột áp  $H_h$  của bơm là bằng chênh lệch giữa cơ năng  $e_1$  tại mặt cắt (3-3) và  $e_2$  tại mặt cắt (2-2).



Hình 10.6

$$H_h = e_3 - e_2 \quad (10.16)$$

$$\text{Hay } H_h = e_4 - e_1 + h_{wh} + h_{wd} \quad (10.17)$$

Trong đó:

$e_4, e_1$  - cơ năng đơn vị tại mặt cắt ra của ống đẩy và mặt cắt tại mặt thoáng bể hút.

$h_{wh}$  - tổn thất cơ năng trên đường ống hút.

$h_{wd}$  - tổn thất cơ năng trên đường ống đẩy.

$$h_{wh} + h_{wd} = h_w$$

Trong đó:  $h_w$  - tổng tổn thất cơ năng của chất lỏng trong hệ thống bơm.

Từ (10.17) ta có:

$$H_h = z_4 - z_1 + \frac{p_4 - p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_4 V_4^2 - \alpha_1 V_1^2}{2g} + h_w$$

$$(10.18)$$

Từ (10.18), ta thấy cột áp  $H_h$  của bơm dùng để:

+ Đưa chất lỏng từ độ cao  $z_1$  lên  $z_4$ . Thường thì đây là một trong những mục đích chủ yếu của người dùng bơm.

+ Khắc phục độ chênh áp suất giữa mặt cắt (4-4) và (3-3).

Đối với hệ thống bơm nước, thường thì  $\frac{p_4 - p_1}{\gamma} = 0$ .

+ Khắc phục độ chênh áp vận tốc  $\frac{\alpha_4 V_4^2 - \alpha_1 V_1^2}{2g}$ . Thực tế  $V_1 \approx 0$  (vì đó là vận tốc tại mặt thoáng trong bể hút). Vì vậy một phần cột áp bơm dùng để tạo ra cột áp vận tốc  $\frac{\alpha_4 V_4^2}{2g}$ , cũng có nghĩa là tạo ra lưu lượng của bơm.

+ Khắc phục mọi tổn thất cơ năng của dòng chảy trong hệ thống bơm.

Mặt khác, từ (10.18) ta thấy cột áp của bơm dùng để tạo ra cột áp tĩnh.

$$H_i = z_4 - z_1 + \frac{p_4 - p_1}{\gamma}$$

$$H_d = \frac{\alpha_4 V_4^2 - \alpha_1 V_1^2}{2g} + h_w$$

Hay  $H_d = s \cdot Q^2$

Trong đó

$s$  - hệ số phụ thuộc vào sức cản trong lưới đường ống trong hệ thống bơm.

$Q$  - lưu lượng bơm tạo ra trong hệ thống.

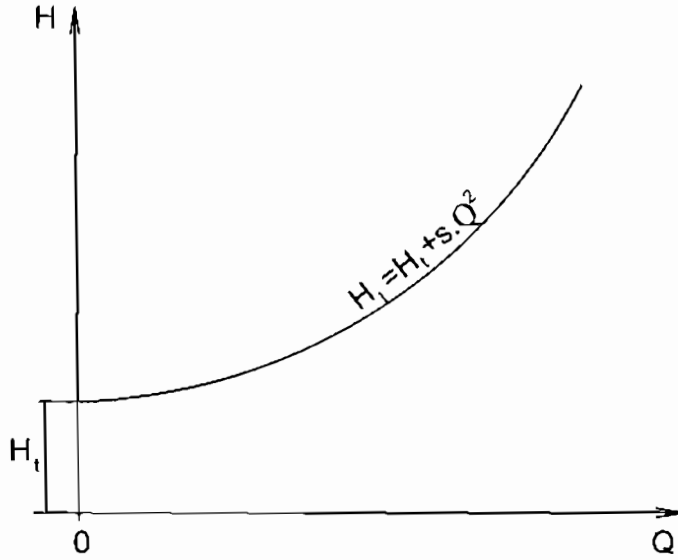
Như vậy

$$H_h = H_i + s \cdot Q^2 \quad (10.19)$$

Nhìn vào biểu thức (10.19), có thể thấy cột áp của bơm tạo ra để thỏa mãn yêu cầu của hệ thống. Điều đó có nghĩa về trái (10.19) là cột áp của bơm còn về phải là yêu cầu của hệ thống hay còn gọi là cột áp lưới  $H_i$ .

$$H_i = H_i + s \cdot Q^2 \quad (10.20)$$

Biểu thức (10.20) cũng được gọi là đặc tính của lưới đường ống, có dạng là đường bậc hai (hình 10.7).

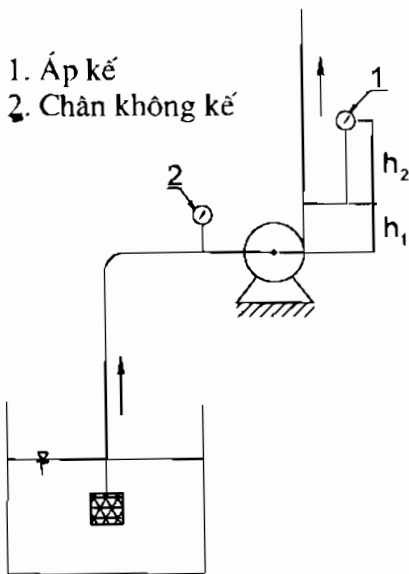


Hình 10.7 - Đặc tính lưới.

Độ dốc của đặc tính lưới phụ thuộc vào hệ số  $s$ , tức là phụ thuộc vào tình trạng gây ra tổn thất cơ năng của dòng chảy trong hệ thống nhiều hay ít.

4. Cách xác định cột áp bơm trong thực tế

- 1. Áp kế
- 2. Chân không kế



Trong trạm bơm li tâm, người ta thường bố trí áp kế để đo áp suất dư tại lối ra và chân không kế để đo áp suất chân không tại lối vào của bơm (hình 10.8).

Từ (10.16), ta có:

$$H_b = e_3 - e_2 = z_3 - z_2 + \frac{p_3 - p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_3 V_3^2 - \alpha_2 V_2^2}{2g}$$

Nếu đường kính ống hút bằng đường kính ống đẩy

thì 
$$\frac{\alpha_3 V_3^2 - \alpha_2 V_2^2}{2g} = 0$$

Trong thực tế thường thì độ chênh này không đáng kể, có thể bỏ qua.

Hình 10.8 - Sơ đồ hệ thống bơm.

Như vậy: 
$$H_b = h_1 + \frac{p_3 - p_2}{\gamma} \quad (10.21)$$

Trong đó:

$p_3$  - áp suất tại lối ra của bơm, được xác định theo chỉ số áp kế  $p_{ak}$ :

$$p_3 = p_{ak} + \gamma h_2$$

$p_2$  - áp suất tại lối vào của bơm, được xác định theo chỉ số chân không kế  $p_{ck}$ :

$$p_2 = - p_{ck}$$

Vì vậy có thể viết lại (10.21):

$$H_b = h_1 + h_2 + \frac{p_{ak} + p_{ck}}{\gamma} \quad (10.22)$$

Như vậy chỉ cần đo  $h_1$ ,  $h_2$  và căn cứ vào số đọc trên áp kế và chân không kế, có thể xác định được cột áp của bơm.

#### **10.4.2. Lưu lượng của bơm li tâm**

Lưu lượng của bơm li tâm là lượng chất lỏng chuyển qua bơm trong một đơn vị thời gian.

Gọi  $C_m$  là vận tốc li tâm theo hướng kính, tại miệng ra của bánh công tác, lưu lượng lý thuyết của bơm có thể được tính theo công thức:

$$Q_l = C_m \pi D b \quad (10.23)$$

Trong đó:  $D$  - đường kính ngoài của bánh công tác;

$b$  - chiều rộng miệng ra của bánh công tác.

Lưu lượng thực tế của bơm luôn nhỏ hơn lưu lượng lý thuyết theo công thức (10.23) vì:

- Chiều dày cánh bơm hạn chế một phần diện tích miệng ra của bánh công tác.

- Thường xảy ra rò rỉ chất lỏng từ buồng xoắn ốc về miệng hút do chênh áp và từ buồng xoắn ốc qua khe hở giữa đệm lót và trục.

Vì vậy không phải toàn bộ lưu lượng lý thuyết được chuyển vào ống đẩy mà lưu lượng bị tiêu hao một lượng  $\Delta Q$ . Lưu lượng thực tế  $Q$  sẽ là:

$$Q = Q_l - \Delta Q$$

Để đánh giá chất lượng vận chuyển chất lỏng qua bơm, người ta dùng hiệu suất lưu lượng  $\eta_Q$

$$\eta_Q = \frac{Q}{Q_l} = 1 - \frac{\Delta Q}{Q_l}$$

Rõ ràng  $\eta_Q < 1$ . Giá trị  $\eta_Q$  phụ thuộc vào độ kín khít của các khe hở và đệm lót.

Thông thường đối với bơm li tâm  $\eta_Q = 0,95 \div 0,98$ . Bơm càng lớn  $\eta_Q$  càng cao.

#### **10.4.3. Công suất và hiệu suất của bơm li tâm**

Công suất thủy lực  $N_{tl}$  mà bơm tạo ra được tính theo công thức:

$$N_{tl} = \gamma \cdot Q \cdot H \quad (10.24)$$

Để tạo ra công suất thủy lực, cần phải có công suất tại trục bơm  $N > N_{tl}$

Nghĩa là, không phải toàn bộ công suất tại trục được truyền cho chất lỏng mà một phần phải để khắc phục mọi tổn thất cơ năng của dòng chảy trong bơm. Bơm, nhất là bánh công tác có chất lượng càng cao, tổn thất cơ năng càng ít.

Vì vậy một trong những tiêu chí đánh giá chất lượng bơm là hiệu suất của bơm  $\eta$

$$\eta = \frac{N_{tl}}{N}$$

Để tạo ra công suất tại trục  $N$ , công suất động cơ  $N_{dc}$  dẫn động bơm phải lớn hơn:

$$N_{dc} = k.N$$

Trong đó hệ số  $k > 1$ . Giá trị của hệ số này phụ thuộc vào chất lượng khớp nối và độ đồng trục giữa trục bơm và động cơ.

### §10.5. ĐƯỜNG ĐẶC TÍNH CỦA BƠM LI TÂM

Nếu chỉ dựa trên các thông số cơ bản, chưa thể đánh giá toàn diện chất lượng của bơm. Muốn đánh giá bơm chính xác hơn, phải xét mối quan hệ giữa các thông số đó.

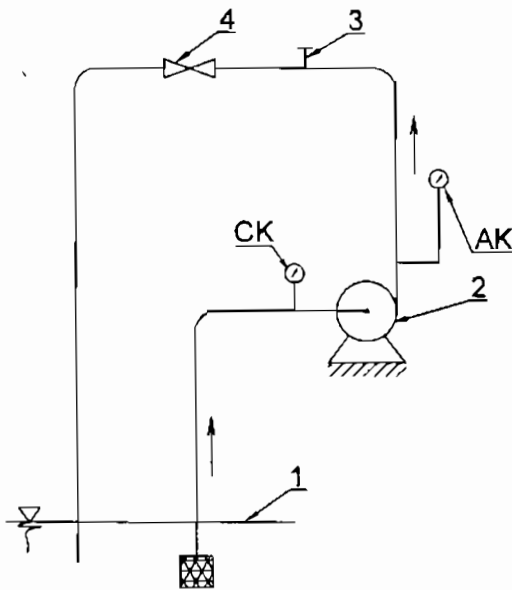
Các quan hệ

$$H = f_1(Q)$$

$$N = f_2(Q)$$

$$\eta = f_3(Q)$$

biểu thị đặc tính của bơm li tâm.



- 1. Bể hút
- 2. Bơm
- 3. Khóa trên ống đẩy
- 4. Lưu lượng kế

Hình 10.9 - Sơ đồ hệ thống thực nghiệm.

Các đường biểu diễn các đặc tính trên được gọi là các đường đặc tính của bơm.

Các đường đặc tính được xây dựng từ các số liệu tính toán gọi là các đường đặc tính tính toán. Nếu chúng được xây dựng từ các số liệu thực nghiệm gọi là các đường đặc tính thực nghiệm.

Các đường đặc tính tính toán rất có ý nghĩa trong việc nghiên cứu và hoàn thiện bơm. Các đường đặc tính thực nghiệm không những giúp ta hiểu rõ tính năng của bơm, mà còn giúp ta sử dụng bơm một cách hợp lý. Dưới đây chúng ta chỉ đề cập đến các đường đặc tính thực nghiệm.

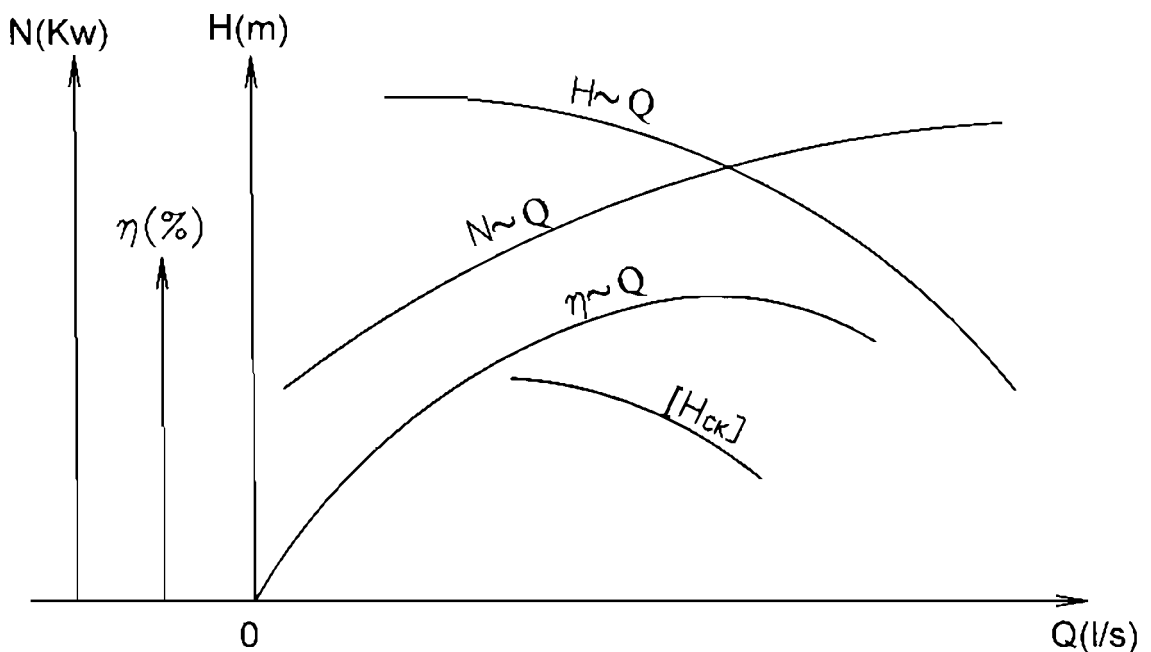
Khi xây dựng các đường đặc tính ứng với số vòng quay không đổi ( $n = \text{const}$ ), ta có các đường đặc tính làm việc.

Nếu xây dựng các đường đặc tính ứng với nhiều số vòng quay khác nhau, ta sẽ có đường đặc tính tổng hợp.

### 10.5.1. Đường đặc tính làm việc thực nghiệm

Muốn lấy số liệu để xây dựng đường đặc tính thực nghiệm, cần phải cho bơm làm việc trong hệ thống thực nghiệm. Sơ đồ hệ thống thực nghiệm theo hình 10.9.

Cho bơm quay với số vòng quay  $n = \text{const}$ . Nhờ lưu lượng kế 4 có thể đo được lưu lượng thực tế của bơm. Dựa trên các số liệu đọc trên áp kế, chân không kế và độ cao cấm áp kế có thể tính được cột áp thực tế  $H$  của bơm. Từ số liệu  $Q$  và  $H$ , tính được công suất thủy lực  $N_{\text{tl}}$ . So sánh công suất thủy lực và công suất đo trên trục bơm ta tính được hiệu suất của bơm  $\eta$ . Như vậy khi thay đổi độ mở của khóa ống dẫn 5, ta thu được bảng số liệu  $Q, H, N, \eta$  và vẽ được các đường đặc tính làm việc. Hình 10.10. là một ví dụ về các đường đặc tính đó.



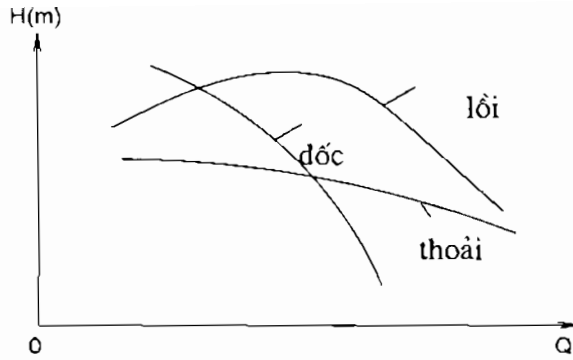
Hình 10.10 - Đường đặc tính làm việc thực nghiệm của bơm li tâm.

Đường đặc tính công suất của bơm li tâm thường là đường cong đơn điệu tăng. Nghĩa là lưu lượng càng tăng, công suất càng tăng. Công suất nhỏ nhất tại lưu lượng  $Q = 0$ .

Đường đặc tính hiệu suất có điểm cực đại. Điều đó có nghĩa không phải bất cứ điểm làm việc nào của bơm cũng có hiệu suất cao.

Đường đặc tính cột áp là đường đặc tính quan trọng nhất, vì từ đường đặc tính này, bằng tính toán có thể suy ra các đường đặc tính công suất và hiệu suất. Do đó, người ta gọi nó là đường đặc tính cơ bản.

Đường đặc tính cột áp, trong thực tế, có ba dạng: lồi, dốc và thoải (hình 10.11)



Hình 10.11. Các dạng đường đặc tính  $H = f(Q)$ .

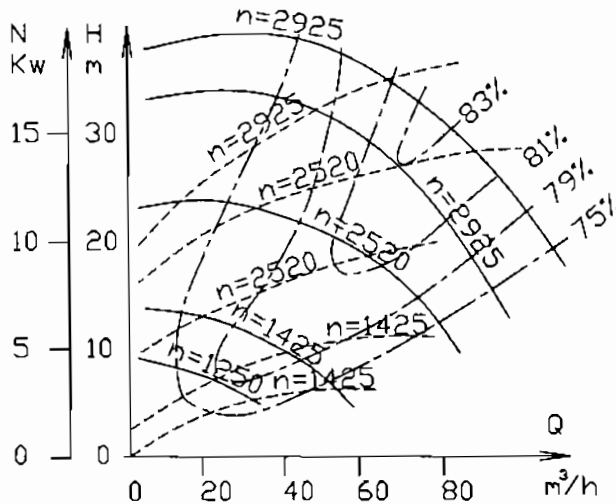
Đường đặc tính cột áp dạng lồi còn gọi là đường đặc tính không ổn định vì tại khu vực cột áp cực đại, ứng với mỗi giá trị cột áp có hai giá trị lưu lượng.

Đường đặc tính thoải có khoảng điều chỉnh lưu lượng lớn, nhưng có nhược điểm là thay đổi cột áp rất ít lưu lượng bị thay đổi lớn.

Trong hệ thống cấp nước tuần hoàn của nhà máy nhiệt điện lại cần khoảng điều chỉnh cột áp lớn. Khi đó bơm có đường đặc tính dốc là rất thích hợp.

### 10.5.2. Đường đặc tính tổng hợp

Đường đặc tính tổng hợp của bơm được xây dựng với nhiều số vòng quay khác nhau và được biểu diễn trên cùng một hệ trục. Tuy nhiên, thay vì vẽ các đường đặc tính hiệu suất  $\eta \sim Q$  người ta thể hiện các đường nối các điểm làm việc cùng hiệu suất gọi là đường cùng hiệu suất. Hình 10.12 là một ví dụ về đường đặc tính tổng hợp.



Hình 10.12 - đường đặc tính tổng hợp:

- Đường đặc tính  $H - Q$
- - - Đường đặc tính  $N - Q$
- · · Đường đặc tính  $\eta - Q$



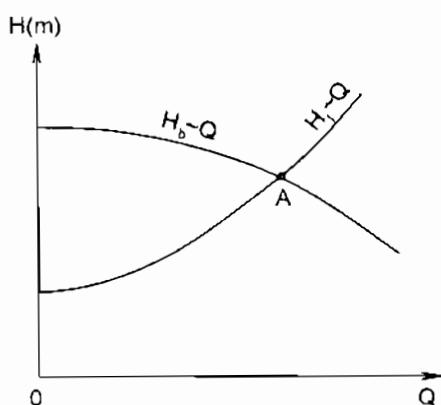
Các đường đặc tính tổng hợp thường được cho trong các sổ tay, tài liệu kỹ thuật của các hãng sản xuất bơm. Đường đặc tính tổng hợp giúp người sử dụng lựa chọn chế độ làm việc thích hợp và có lợi nhất khi điều chỉnh bơm.

### §10.6. ĐIỂM LÀM VIỆC VÀ ĐIỀU CHỈNH BƠM LI TÂM

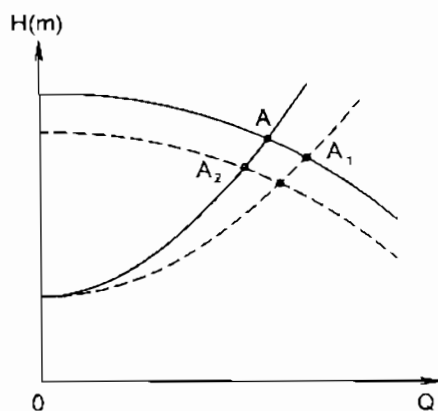
Bơm bao giờ cũng làm việc trong một hệ thống cụ thể nào đó.

Đường đặc tính làm việc  $H_b \sim Q$  chỉ rõ khả năng của bơm, còn đường đặc tính lưới  $H_l \sim Q$  biểu hiện yêu cầu thực tế của hệ thống bơm.

Vì vậy điểm làm việc của bơm chính là giao điểm giữa hai đường đặc tính đó (hình 10.13)



Hình 10.13 - Điểm làm việc của bơm li tâm.



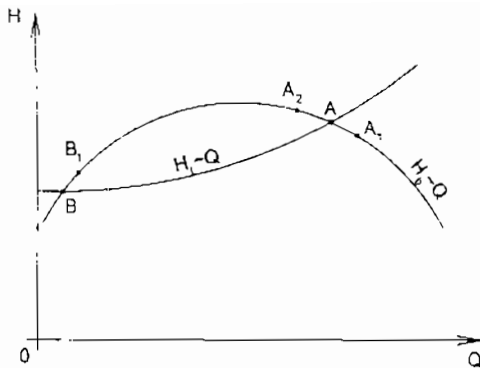
Hình 10.14 - Điều chỉnh bơm.

Ta có thể điều chỉnh được điểm làm việc của bơm theo ý muốn.

Trong trường hợp muốn chuyển điểm làm việc từ A sang  $A_1$  nằm trên đặc tính bơm (xem hình 10.14) ta cần điều chỉnh đặc tính lưới sao cho nó cắt đường đặc tính bơm ở  $A_1$ . Để điều chỉnh đặc tính lưới, người ta thường dùng cách thay đổi độ dốc của nó bằng cách thay đổi sức cản trong hệ thống lưới đường ống. Ví dụ như thay đổi đường kính ống dẫn hoặc thay đổi độ mở của khóa trên ống dẫn v.v.... Thông thường, thay đổi độ mở của khóa ống dẫn là cách tiện lợi nhất, nên người ta gọi phương pháp này là phương pháp điều chỉnh bơm bằng khóa ống dẫn.

Ưu điểm của phương pháp này là đơn giản, tiện lợi. Tuy nhiên phương pháp này không kinh tế vì khi lắp đặt hệ thống phải tăng công suất của bơm để bù lại năng lượng bị tiêu hao trong quá trình điều chỉnh.

Trường hợp muốn thay đổi điểm làm việc từ A đến điểm  $A_2$  nằm trên đường đặc tính lưới, thì phải thay đổi đường đặc tính bơm bằng cách thay đổi số vòng quay của bơm (hình 10.14). Phương pháp này tuy rất kinh tế, song không thuận lợi, bởi lẽ muốn thay đổi số vòng quay phải có thiết bị phụ như hộp giảm tốc, thay đổi tỉ số truyền bằng hệ đai truyền khác hoặc dùng động cơ điện một chiều... Cũng vì lý do đó, mặc dù không kinh tế nhưng người ta vẫn ưa dùng phương pháp điều chỉnh khóa ống dẫn hơn.



Hình 10.15. Hai điểm làm việc.

Nếu đặc tính lưới cắt đặc tính bơm ở hai điểm, ta sẽ có hai điểm làm việc. Trong trường hợp này, một trong hai điểm làm việc sẽ không ổn định.

Trên hình 10.5 ta thấy điểm làm việc A là điểm làm việc ổn định.

Giả sử do một kích động nào đó điểm làm việc A chuyển sang  $A_1$

Tại đó có  $H_b < H_1$  nghĩa là cột áp của bơm không đáp ứng được cột áp yêu cầu của lưới đường ống dẫn đến suy giảm lưu lượng của bơm nên sau khi hết kích động làm việc  $A_1$  lại trở về A.

Nếu điểm làm việc bị chuyển sang  $A_2$ , tại đó  $H_b > H_1$ , khả năng của bơm thừa so với yêu cầu của lưới, làm cho lưu lượng bơm tăng lên. Vì vậy sau khi thôi kích động điểm làm việc  $A_2$  lại trở về  $A_1$ .

Ngược lại B là điểm làm việc không ổn định. Nếu do kích động điểm làm việc bị chuyển sang  $B_1$ . Tại đó  $H_b > H_1$ , điều đó làm lưu lượng bơm tăng lên do đó điểm làm việc  $B_1$  không thể trở về B được.

Như vậy nếu gặp phải loại bơm có đặc tính lồi, để cho bơm làm việc luôn luôn ổn định cần phải thiết kế hệ thống lưới đường ống sao cho đường đặc tính lưới chỉ cắt đường đặc tính bơm ở một điểm.

## §10.7. GHÉP BƠM

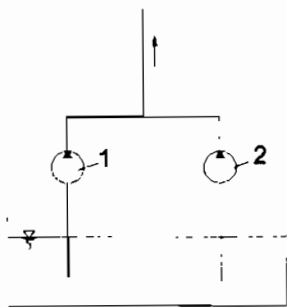
Khi dùng một bơm không đạt được lưu lượng và cột áp yêu cầu, cần phải ghép bơm.

Có hai cách ghép bơm: ghép song song và nối tiếp.

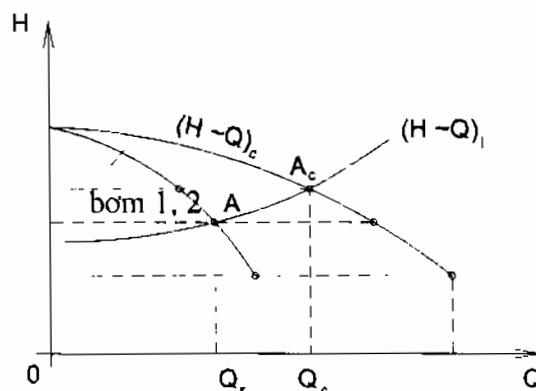
### 10.7.1. Ghép song song

Cách ghép này được tiến hành khi cần có lưu lượng lớn hơn một bơm.

Sơ đồ ghép song song được trình bày trên hình 10.15.



Hình 10.15 - Sơ đồ ghép bơm song song.



Hình 10.16 - Đặc tính bơm ghép song song.

Đường ra của hai bơm 1 và 2 được nối với nhau. Vì vậy hai bơm ghép sẽ làm việc cùng cột áp.

Có thể ghép song song hai bơm có đặc tính khác nhau. Thông thường hai bơm ghép có cùng đặc tính (xem hình 10.16).

Để xây dựng đường đặc tính chung, người ta cộng lưu lượng khi cùng cột áp. Nếu bơm làm việc riêng rẽ, tại điểm làm việc A, mỗi bơm sẽ có lưu lượng  $Q_1$ .  $A_c$  là điểm làm việc chung của hai bơm ghép song song. Tại đó lưu lượng của hai bơm ghép sẽ là  $Q_c$ . Ta luôn luôn thấy  $Q_c < 2Q_1$ .

Điều đó có nghĩa khi ghép song song lưu lượng có tăng lên nhưng không phải tăng gấp đôi.

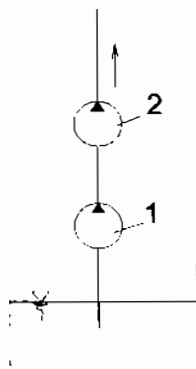
Có thể ghép nhiều bơm song song. Tuy nhiên do đặc tính lưới là đường cong bậc hai nên ghép càng nhiều bơm hiệu quả tăng lưu lượng càng ít đi. Vì vậy để tăng lưu lượng nên chọn bơm lớn hơn. Biện pháp ghép song song chỉ nên sử dụng nếu không tìm được bơm lớn hơn.

Cách ghép song song chỉ có hiệu quả lớn khi đường đặc tính của bơm ghép thoải và đường đặc tính lưới ít dốc.

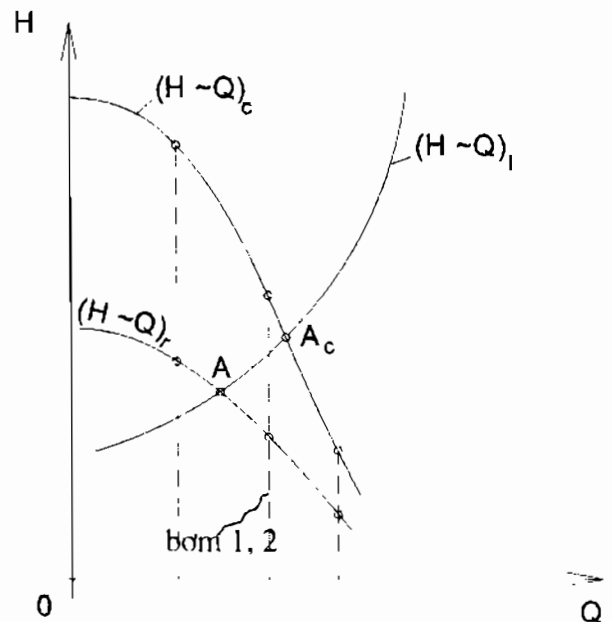
### 10.7.2. Ghép nối tiếp

Cách ghép này được dùng khi có nhu cầu có cột áp lớn hơn khả năng của một bơm.

Sơ đồ ghép nối tiếp thể hiện trên hình 10.17.



Hình 10.17 - Sơ đồ ghép nối tiếp hai bơm li tâm.



Hình 10.18 - Đường đặc tính của hai bơm ghép nối tiếp.

Các bơm ghép song song làm việc với cùng lưu lượng. Vì vậy đường đặc tính của bơm ghép được lập nên bằng cách cộng cột áp khi cùng lưu lượng. Nhìn vào đặc tính bơm ghép song song ta thấy điểm làm việc  $A_c$  của bơm ghép ứng với cột áp cao hơn nhưng không lớn hơn gấp đôi cột áp của mỗi bơm khi làm việc riêng (ứng với điểm làm việc A).

Khi ghép nối tiếp nên chọn bơm và lưới đường ống có đặc tính dốc mới có hiệu quả cao, vì khi thay đổi lưu lượng ít cũng có thể tăng cột áp lên nhiều. Việc ghép nối tiếp bơm trong hệ thống tương đối phức tạp và không kinh tế bằng chọn một bơm khác có đủ cột áp yêu cầu.

## §10.8. NHỮNG CHÚ Ý KHI SỬ DỤNG BƠM LI TÂM

a. Khi chọn bơm phải chú ý đến các đường đặc tính của hệ thống lưới ống và bơm. Đặc biệt chú ý đến đường đặc tính cơ bản  $H \sim Q$ .

b. Nên bố trí đầy đủ các đồng hồ đo áp suất dư và chân không để tiện theo dõi hoạt động của bơm.

c. Trước khi khởi động bơm cần kiểm tra dầu mỡ bôi trơn ở các đệm lót, ổ trục bơm và động cơ. Đồng thời dùng tay quay khớp nối giữa bơm và động cơ để phát hiện kẹt bơm do dị vật lọt vào bơm.

d. Đóng khóa ống đẩy trước khi khởi động bơm. Nhưng lại phải mở trước khóa ống đẩy đối với bơm áp suất thấp để đề phòng quá tải động cơ khi khởi động.

e. Trong khi bơm hoạt động cần theo dõi đồng hồ đo áp suất, phát hiện các sự cố để xử lý kịp thời. Đặc biệt khi thấy tiếng nổ bất thường phải dừng bơm ngay, để phòng hiện tượng xâm thực xảy ra. Mặt khác nếu thấy nhiệt độ bơm và động cơ tăng bất thường cần phải dừng bơm để kiểm tra xem các bộ phận quay như cánh bơm và rôto có bị cọ xát vào vỏ không hoặc có quá tải tại các đệm lót kín. Một trong những nguyên nhân gây ra quá tải trên các ổ đỡ hoặc cọ xát giữa bánh công tác và vỏ bơm là do phát sinh lực dọc trục. Trong quá trình bơm hoạt động, qua khe hở giữa bánh công tác và vỏ bơm, chất lỏng có thể rò rỉ ngược về miệng hút gây thất thoát lưu lượng. Đồng thời chất lỏng rò về phía sau bánh công tác, gây nên chênh áp lớn giữa mặt sau và mặt trước của bánh công tác, phát sinh lực dọc trục gây quá tải đệm lót và va chạm bánh công tác vào vỏ. Để khắc phục hiện tượng này người ta thường khoan các lỗ thông phía trước và phía sau bánh công tác để cân bằng áp suất. Trong quá trình sử dụng, có thể các lỗ này bị gỉ sét, dị vật bịt kín... nên phát sinh lực dọc trục.

f. Khi chuẩn bị dừng bơm cần đóng khóa ống đẩy trước khi tắt máy.

## §10.9. MỘT SỐ VẤN ĐỀ VỀ MÁY THỦY LỰC CÁNH DẪN

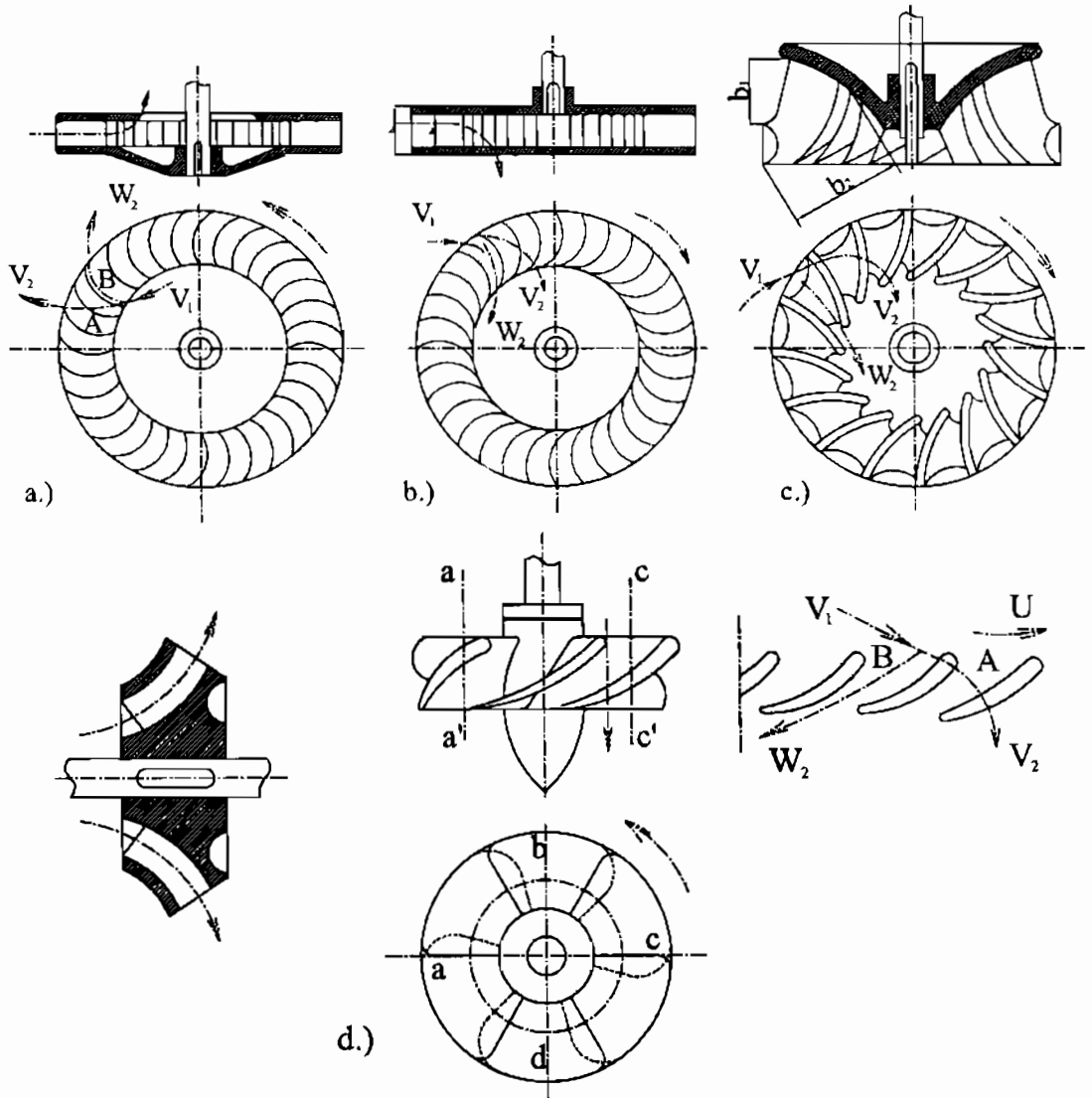
Ở phần trên, một số vấn đề cơ bản về bơm li tâm đã được giới thiệu. Các vấn đề đó là cơ sở để tìm hiểu các máy thủy lực cánh dẫn nói chung. Do hạn chế về chương trình, dưới đây chỉ đề cập một số vấn đề chính của máy thủy lực cánh dẫn.

### 10.9.1. Kết cấu

Bộ phận chủ yếu của máy thủy lực cánh dẫn là bánh công tác. Phương chuyển động của chất lỏng qua bánh công tác tùy thuộc vào kết cấu và biên dạng của cánh dẫn.

Theo phương chuyển động của chất lỏng từ lối vào đến lối ra của cánh dẫn, bánh công tác được chia ra các loại sau:

- Bánh công tác li tâm hoặc hướng tâm (hình 10.19. a,b). Chất lỏng chuyển động qua bánh công tác từ tâm ra ngoài hoặc từ ngoài vào tâm theo hướng kính.



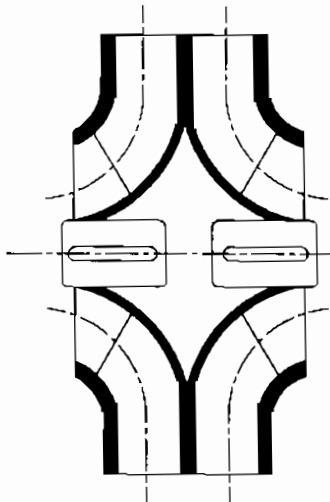
**Hình 10.19.**

- Bánh công tác hướng trục (hình 10.19. c). Chất lỏng chuyển động qua bánh công tác theo phương song song với trục.

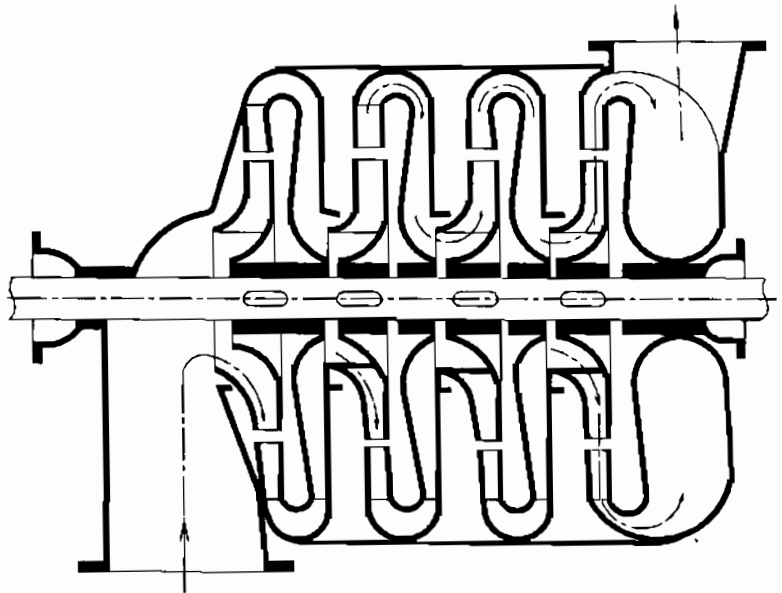
- Bánh công tác tâm trục hoặc trục tâm (hình 10.19.d). Chất lỏng chuyển động qua bánh công tác theo hướng tâm rồi chuyển sang hướng trục hoặc ngược lại .

- Bánh công tác hướng chéo (hình 10.19. d). Chất lỏng chuyển động qua bánh công tác theo phương chéo với trục.

Để tăng lưu lượng của bơm người ta dùng bánh công tác có hai miệng hút. Bơm có bánh công tác loại này gọi là bơm hai miệng hút. Bánh công tác của loại bơm này được xem như hai bánh công tác của bơm một miệng hút có cùng kích thước ghép lại với nhau (hình 10. 20).



**Hình 10.20** Sơ đồ cấu tạo bánh công tác hai miệng hút.



**Hình 10.21.** Sơ đồ cấu tạo của bơm li tâm nhiều cấp.

Để có cột áp cao, người ta thường lắp nối tiếp nhiều bánh công tác trên một trục quay của bơm (hình 10.21). Số lượng bánh công tác tùy thuộc cột áp yêu cầu (thường có  $2 \div 8$ , trường hợp đặc biệt có thể lên tới 12 bánh công tác). Cột áp của bơm nhiều cấp gần bằng tổng cột áp của các bánh công tác có trong bơm.

### 10.9.2. Lý thuyết cơ bản

Đối với máy thủy lực cánh dẫn nói chung, phương trình mômen có dạng tổng quát:

$$M = \rho Q_1 (\pm C_{2u} R_2 \mp C_{1u} R_1)$$

(hàng dấu trên đối với bơm, hàng dấu dưới đối với tuabin).

Nếu không kể tổn thất thì công suất thủy lực bằng công suất tại trục:

$$N = M \cdot \omega = \rho g Q_1 \cdot H_{1\infty}$$

Từ đó ta có:

$$H_{1\infty} = \frac{1}{g} (\pm u_2 C_{2u} \mp u_1 C_{1u}) \quad (10. 25)$$

Đây là phương trình cơ bản của máy thủy lực cánh dẫn do Ôle lập ra năm 1775. Vì vậy nó còn được gọi là phương trình Ôle.

Dựa trên các tam giác vận tốc ta có:

$$w_1^2 = c_1^2 + u_1^2 - 2u_1c_1 \cdot \cos \alpha_1 = c_1^2 + u_1^2 - 2u_1c_{1u}$$

tương tự  $w_2^2 = c_2^2 + u_2^2 - 2u_2c_{2u}$

Từ đó:

$$u_1c_{1u} = \frac{1}{2}(c_1^2 + u_1^2 - w_1^2)$$

$$u_2c_{2u} = \frac{1}{2}(c_2^2 + u_2^2 - w_2^2)$$

Thay thế các biểu thức trên vào (10.25) ta có:

- Đối với bơm:

$$H_{1\infty} = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g} + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2g} \quad (10.26)$$

- Đối với tuabin:

$$H_{1\infty} = \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g} + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2g} \quad (10.27)$$

Ta đã biết  $H_{1\infty} = H_{1\infty \text{ tĩnh}} + H_{1\infty \text{ động}} \quad (10.28)$

- Đối với bơm:

+ Số hạng  $\frac{C_2^2 - C_1^2}{2g}$  là thành phần động năng đơn vị của dòng chảy được tăng lên

khí qua bánh công tác.  $H_{1\infty \text{ động}} = \frac{C_2^2 - C_1^2}{2g}$

Do đó cột áp tĩnh:  $H_{1\infty \text{ tĩnh}} = \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g}$

+ Số hạng  $\frac{u_1^2 - u_2^2}{2g}$  tỉ lệ với số vòng quay và đường kính bánh công tác, biểu thị thành phần cột áp tĩnh tương đối được tạo nên do lực li tâm tác dụng lên dòng chảy.

+ Số hạng  $\frac{w_1^2 - w_2^2}{2g}$  phụ thuộc độ mở rộng máng dẫn của bánh công tác. Thường  $w_1 > w_2$  dòng chảy tương đối chậm dần, nên một phần động năng biến thành áp năng.

- Đối với tuabin

$$H_{1\infty \text{ động}} = \frac{C_2^2 - C_1^2}{2g}$$

$$H_{\infty \text{ tĩnh}} = \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g}$$

Đối với tuabin hướng tâm  $u_1 > u_2$ , lực li tâm hướng ngược chiều dòng chảy nên  $\frac{u_1^2 - u_2^2}{2g}$  biểu thị lượng giảm cột áp tĩnh. Còn đối với bánh công tác tuabin li tâm thì  $u_1 < u_2$ ,  $\frac{u_1^2 - u_2^2}{2g} < 0$ , lực li tâm hướng cùng chiều với dòng chảy, có xu hướng làm tăng cột áp tĩnh. Đối với bánh công tác tuabin hướng trục thì bằng không.

Số hạng  $\frac{w_1^2 - w_2^2}{2g}$  phụ thuộc vào độ thu hẹp của máng dẫn bánh công tác. Thường  $w_2 > w_1$ , nên số hạng này biểu thị lượng giảm cột áp tĩnh.

### 10.9.3. Các quan hệ tương tự trong máy thủy lực cánh dẫn

#### a. Đối với hai máy thủy lực cánh dẫn tương tự

Theo lý thuyết thứ nguyên và tương tự, khi hai máy thủy lực tương tự nhau, chúng có tính chất giống nhau và thỏa mãn các điều kiện tương tự.

#### - Quan hệ tương tự lưu lượng

Lưu lượng dòng chảy qua bánh công tác của bất kỳ máy cánh dẫn nào cũng có thể tính theo công thức:

$$Q = C_m \pi D_2 b$$

Trong đó:  $b$  - chiều rộng vành ra của bánh công tác;

$D_2$  - đường kính ngoài của bánh công tác;

$C_m$  - hình chiếu vận tốc tuyệt đối lên phương vuông góc với vận tốc  $u$ .

$C_m$  tỉ lệ với  $D_2$  và số vòng quay  $n$ .

Như vậy tỉ số giữa lưu lượng của hai máy:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \lambda_L^3 \cdot \frac{n_1}{n_2} \quad (10.29)$$

Trong đó:  $n_1$  - số vòng quay của máy 1.

$n_2$  - số vòng quay của máy 2.

$\lambda_L$  - tỉ lệ tương tự hình học của hai máy.

#### - Quan hệ tương tự cột áp.



Từ phương trình cột áp:

$$H_{1\omega} = \frac{1}{g} (u_2 C_{2u} - u_1 C_{1u})$$

Ta biết  $C_{1u}$ ,  $C_{2u}$ ,  $u_1$ ,  $u_2$  đều tỉ lệ với đường kính bánh công tác và số vòng quay  $n$  của bơm.

Vì vậy: 
$$\frac{H_{1\omega 1}}{H_{1\omega 2}} = \lambda_L^2 \cdot \frac{n_1^2}{n_2^2} \quad (10.30)$$

- Quan hệ tương tự công suất.

Ta biết công suất của máy thủy lực:

$$N = \gamma QH$$

Trong đó:  $\gamma$  - trọng lượng riêng của chất lỏng.

Vì vậy tỉ lệ tương tự công suất của hai máy là:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \lambda_L^5 \cdot \frac{n_1^3}{n_2^3} \quad (10.31)$$

- Tỉ lệ tương tự mômen quay

Ta biết quan hệ giữa mômen quay và công suất của máy:

$$M \cdot \omega = N$$

Trong đó:  $\omega$  - vận tốc góc của bánh công tác.

Do đó tỉ lệ tương tự mômen sẽ là:

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{N_1}{N_2} \cdot \frac{n_2}{n_1}$$

hay 
$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \lambda_L^5 \cdot \frac{n_1^2}{n_2^2} \quad (10.32)$$

*b. Quan hệ tương tự trong cùng một máy*

Người ta đã chứng minh rằng trong cùng một máy, khi số vòng quay thay đổi không quá 50% thì các chế độ làm việc tương tự nhau và cùng hiệu suất.

Khi đó  $\lambda_L = 1$  và  $\frac{\gamma_1}{\gamma_2} = 1$ .

Như vậy trong cùng một máy, khi hai chế độ làm việc tương tự, ta có:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{n_1}{n_2} \quad (10.33)$$

$$\frac{H_1}{H_2} = \frac{n_1^2}{n_2^2} \quad (10.34)$$

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{n_1^3}{n_2^3} \quad (10.35)$$

$$M = \frac{n_1^2}{n_2^2} \quad (10.36)$$

#### 10.9.4. Một số ứng dụng các quan hệ tương tự

##### 1. Tính số vòng quay đặc trưng của máy $n_s$

Theo (10.29) và (10.30)

$$\frac{Q_s}{Q} = \lambda_{t_1}^3 \frac{n_s}{n} \quad (10.37)$$

$$\frac{H_s}{H} = \lambda_{t_1}^2 \frac{n_s^2}{n^2} \quad (10.38)$$

Rút  $\lambda_{t_1}$  từ (10.38), thay các giá trị  $Q_s$ ,  $H_s$  (xem 10.4.1) và biến đổi ta có:

$$n_s = \frac{3,65 \cdot n \cdot Q^{\frac{1}{2}}}{H^4} \quad (10.39)$$

Trong đó  $n_s$  tính theo v/ph,  $Q$  tính theo  $m^3/s$ ,  $H$  tính bằng m.

Hoặc theo (10.31)

$$\frac{N_s}{N} = \lambda_{t_1}^5 \frac{n_s^3}{n} \quad (10.40)$$

Ta có: 
$$n_s = 1,167 \frac{n \cdot N^{\frac{1}{5}}}{H^4} \quad (10.41)$$

Trong đó  $N$  tính theo kW.

## 2. Vẽ đường biểu diễn các điểm làm việc cùng hiệu suất của máy

Ở một máy, nếu số vòng quay thay đổi không quá 50% ta sẽ có các điểm làm việc tương tự. Ở các điểm đó, hiệu suất làm việc như nhau. Đường nối các điểm làm việc có hiệu suất như nhau là đường biểu diễn các điểm làm việc cùng hiệu suất hay còn gọi là đường đồng hiệu suất.

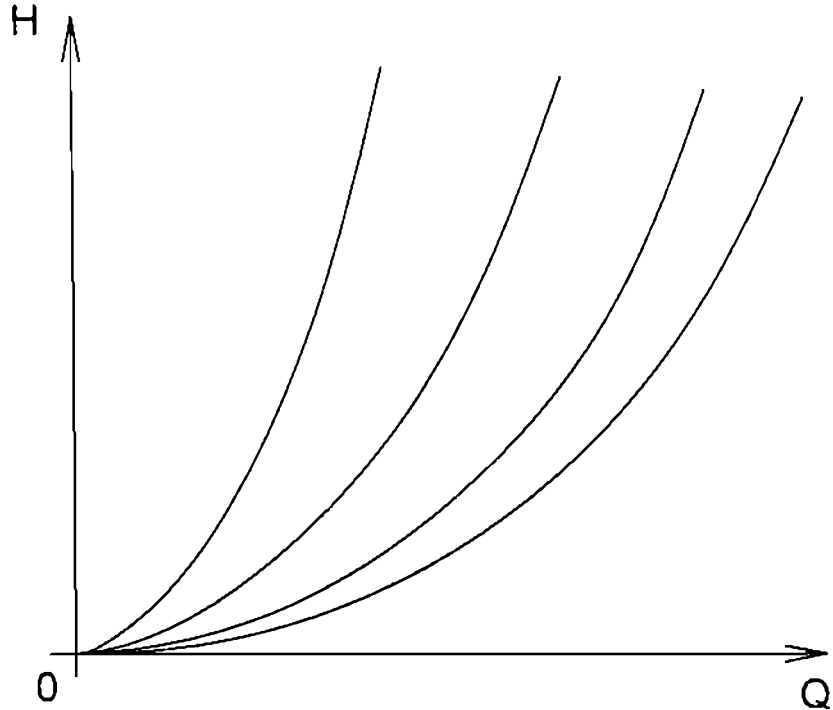
Theo (10.33) và (10.34) ta có:

$$\frac{H_1}{Q_1^2} = \frac{H_2}{Q_2^2} = k = \text{const}$$

Như vậy đường đồng hiệu suất được biểu diễn bởi phương trình:

$$H = k \cdot Q^2 \quad (10.42)$$

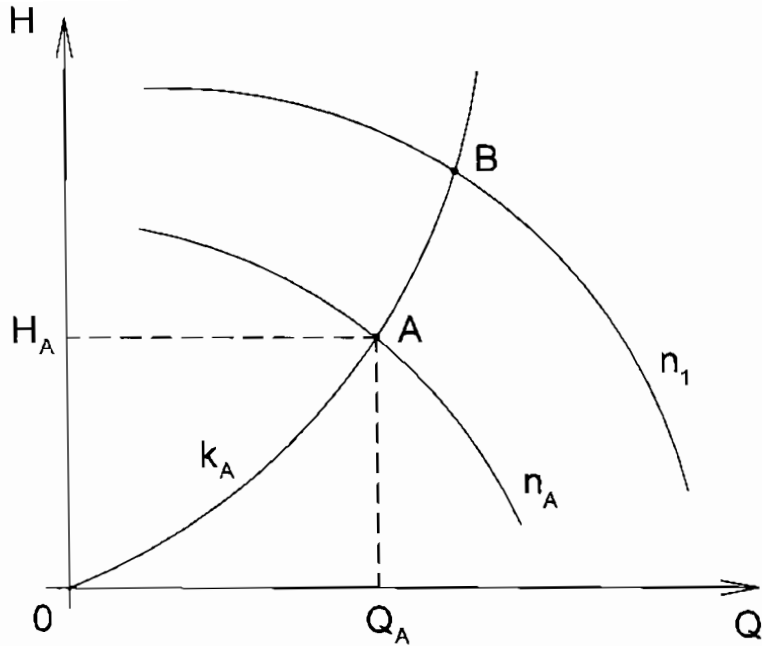
Độ dốc của các đường này phụ thuộc vào hệ số k (hình 10.22).



Hình 10.22. Đường đồng hiệu suất.

## 3. Vẽ đường đặc tính của bơm đi qua điểm làm việc cho trước, khi cho trước đường đặc tính khác

Giả sử cho đường đặc tính của bơm ứng với số vòng quay  $n_1$  (hình 10.23). Hãy vẽ đường đặc tính mới của bơm đi qua điểm làm việc A có lưu lượng  $Q_A$  và cột áp  $H_A$ .



Hình 10.23

Điểm A nằm ngoài đường đặc tính ứng với số vòng quay  $n_1$ . Vì vậy đường đặc tính qua A phải có số vòng quay khác. Gọi số vòng quay đó là  $n_A$ . Để vẽ được đặc tính mới qua A, trước hết cần xác định số vòng quay  $n_A$ . Để xác định  $n_A$ , cần phải biết điểm làm việc tương tự trên đường đặc tính cho trước. Nếu vẽ được đường đồng hiệu suất qua A thì điểm làm việc B trên đường đặc tính đã cho tương tự với điểm làm việc A sẽ là giao điểm giữa đường đồng hiệu suất qua A và đường đặc tính đã cho (ứng với số vòng quay  $n_1$ ). Khi cho trước  $Q_A$  và  $H_A$  ta có thể tính được độ dốc đường đồng hiệu suất qua A.

$$k_A = \frac{H_A}{Q_A^2}$$

như vậy phương trình  $H = k_A \cdot Q^2$  là đường đồng hiệu suất qua A. Vì A, B là hai điểm làm việc tương tự nên có thể áp dụng (10.33) để tính số vòng quay  $n_A$

$$n_A = \frac{Q_A}{Q_B} \cdot n_1$$

Như vậy, khi đã biết  $n_1$  và  $n_A$  dựa vào các quan hệ tương tự (10.33) và (10.34) ứng với một điểm làm việc trên đặc tính cho trước ta sẽ xác định được một điểm làm việc tương ứng trên đường đặc tính mới ứng với số vòng quay  $n_A$ . Với cách làm như vậy ta có thể vẽ được đường đặc tính mong muốn.

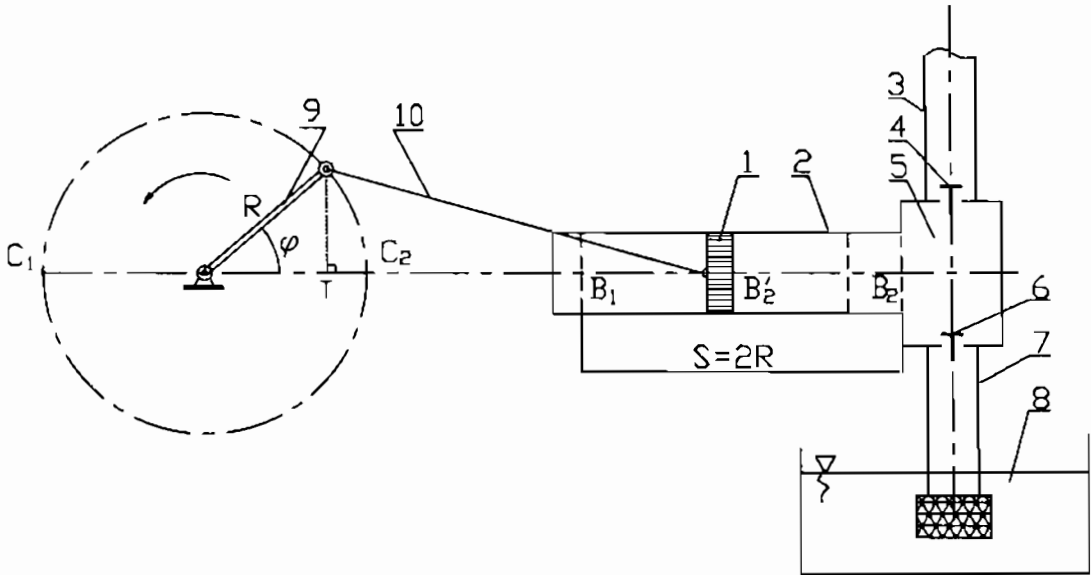
## Chương 11

### BƠM PITTÔNG VÀ MÁY THỦY LỰC THỂ TÍCH

#### §11.1. KHÁI NIỆM CHUNG

Bơm pittông ra đời trước bơm li tâm rất lâu. Năm 1640 nhà vật lý học người Đức Otto Henrich đã chế tạo thành công bơm pittông đầu tiên để bơm nước và nén khí dùng trong công nghiệp.

Sơ đồ nguyên lý của bơm pittông được thể hiện trên hình 11.1.



Hình 11.1 - Sơ đồ bơm pittông:

- |              |             |             |              |                    |
|--------------|-------------|-------------|--------------|--------------------|
| 1 - Pittông. | 2 - Xilanh  | 3 - Ống đẩy | 4 - Van đẩy  | 5 - Buồng làm việc |
| 6 - Van hút  | 7 - Ống hút | 8 - Bể hút  | 9 - Tay quay | 10 - Thanh truyền. |

Khi động cơ quay, nhờ cơ cấu thanh truyền tay quay, pittông 1 có thể chuyển động tịnh tiến trong xilanh 2 giữa hai điểm  $B_1$  và  $B_2$  với hành trình  $S = 2R$  ( $R$  - chiều dài tay quay 9). Hai điểm  $B_1$ ,  $B_2$  tương ứng với hai vị trí  $C_1$  và  $C_2$  của khớp nối thanh truyền, tay quay.

Khi pittông di chuyển sang trái, thể tích buồng làm việc tăng dần, áp suất trong buồng làm việc 5 nhỏ đi và nhỏ hơn áp suất trong ống đẩy 3 và mặt thoáng bể hút 8. Vì vậy van đẩy 4 bị đóng lại, van hút 6 được mở ra, chất lỏng sẽ được hút lên buồng làm việc 5 qua ống hút 7. Quá trình hút chất lỏng kết thúc khi pittông đến vị trí  $B_1$ . Khi pittông di chuyển sang phải, thể tích buồng làm việc 5 giảm đi làm áp suất trong đó tăng cao hơn áp suất trong ống đẩy và ống hút. Khi đó van hút 6 bị đóng lại và van đẩy 7 mở ra. Chất lỏng sẽ được chuyển từ buồng làm việc qua van đẩy 4 vào ống đẩy 3. Quá trình đẩy chất lỏng kết thúc khi pittông đến vị trí  $B_2$ .

Nếu tay quay quay liên tục, quá trình hút và đẩy chất lỏng xảy ra xen kẽ nhau theo chu kỳ. Một quá trình hút và đẩy chất lỏng kế tiếp nhau gọi là một chu kỳ làm việc của bơm.

Căn cứ vào cấu tạo và nguyên lý làm việc của bơm ta thấy:

- Nếu đảm bảo độ bền và độ kín khít của pittông - xilanh, có thể tạo được áp suất làm việc rất cao. Đó là ưu điểm nổi trội của loại bơm này.

- Dạng năng lượng chủ yếu mà bơm truyền cho chất lỏng là áp năng. Áp năng được tạo ra do quá trình dẫn nở chất lỏng trong bơm. Nếu dùng bơm để hút các chất lỏng thành hạt như nước, dầu..., bơm có thể tự hút không cần phải môi, thậm chí ngay cả khi trong buồng làm việc chứa đầy khí.

Gọi  $W_0$  là thể tích không khí ở ống hút và buồng làm việc khi pittông ở vị trí  $B_2$ . Nếu pittông di chuyển đến vị trí  $B_1$  thì không khí bị dẫn ra với thể tích lớn hơn và bằng  $W_0 + F.S$ . Cho rằng không khí dẫn nở đoạn nhiệt, nghĩa là:

$$p_a \cdot W_0 = p \cdot (W_0 + F.S)$$

Trong đó:  $p_a$  - áp suất khí quyển;

$p$  - áp suất sau dẫn nở.

Do đó:

$$p = p_a \frac{W_0}{W_0 + F.S} < p_a$$

Vì vậy chất lỏng có thể từ bể hút chảy vào ống hút và dâng lên một độ cao:

$$h = \frac{p_a - p}{\gamma}$$

Nếu pittông tiếp tục làm việc, chất lỏng từ bể hút sẽ dần dần đầy bơm. Khi đó xem như bơm đã tự “môi” xong.

Cũng do nguyên lý trên bơm pittông hoàn toàn có thể làm nhiệm vụ của một bơm chân không.

Tuy nhiên ta cũng thấy rõ nhược điểm của loại bơm này là lưu lượng rất không đều, thậm chí bị gián đoạn. Điều đó gây ra sự dao động về lưu lượng và áp suất trong hệ thống truyền động, trong đó nó làm chức năng là bộ nguồn.

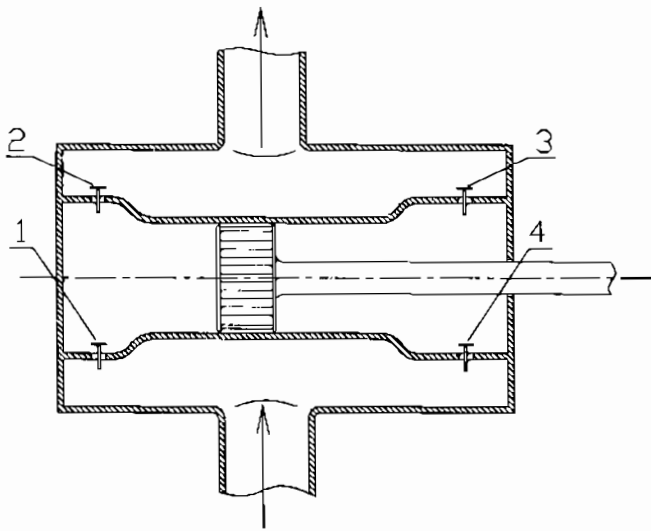
## §11.2. PHÂN LOẠI

Trong thực tế, người ta phân loại bơm pittông theo nhiều cách:

- Theo số lần tác dụng trong một chu kỳ làm việc, bơm được chia ra ba loại: tác dụng đơn, tác dụng kép và tác dụng nhiều lần.

Bơm tác dụng đơn (hình 11.1) hay còn gọi là bơm tác dụng một chiều. Trong một chu kỳ làm việc bơm chỉ thực hiện một quá trình đẩy và một quá trình hút nối tiếp nhau.

Bơm tác dụng kép hay còn gọi là bơm tác dụng hai chiều (hình 11.2).

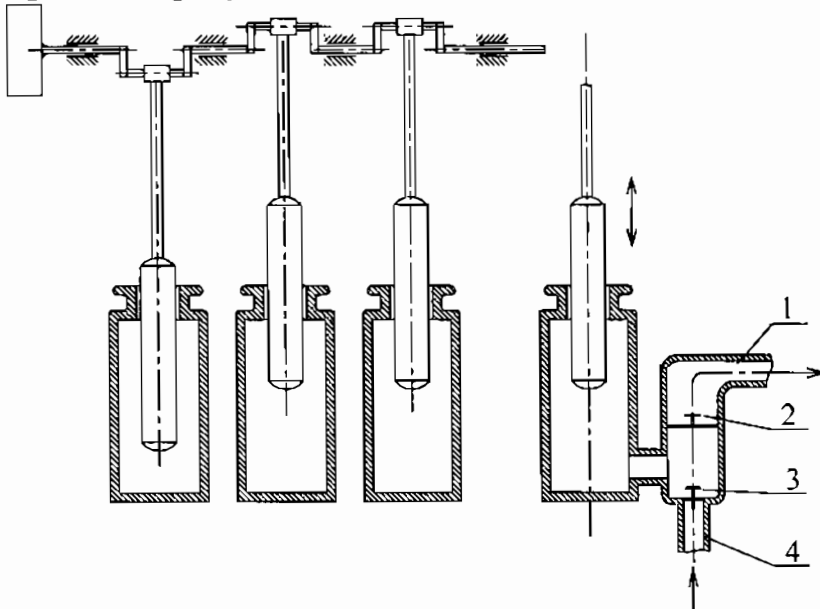


1; 4 - Van hút  
2; 3 - Van đẩy

**Hình 11.2 - Bơm pittông tác dụng kép.**

Bơm này có hai buồng làm việc ở hai phía. Vì vậy trong bất cứ hành trình nào cũng có một quá trình đẩy và một quá trình hút xảy ra. Do đó lưu lượng của bơm sẽ đều hơn.

Để cho lưu lượng và áp suất bơm đều hơn, người ta dùng bơm tác dụng nhiều lần. Đối với bơm này người ta ghép nhiều bơm tác dụng đơn và cho hoạt động lệch pha nhau bằng cách dẫn động các pittông bằng một trục khuỷu (hình 11.3). Các bơm này có chung ống hút và ống đẩy.



1- Ống đẩy  
2- Van đẩy  
3- Van hút  
4- Ống hút

a - Sơ đồ dẫn động bằng trục khuỷu

b - Sơ đồ bố trí buồng làm việc

**Hình 11.3 - Bơm pittông tác dụng nhiều lần.**

- Theo đặc điểm của pittông, bơm được chia thành hai loại: bơm pittông trụ và đĩa.

Bơm pittông trụ (hình 11.3), trong đó pittông có dạng hình trụ. Mặt xung quanh của pittông không tiếp xúc với thành xilanh, mà tiếp xúc ở cổ xilanh thông qua đệm lót kín. Loại này có ưu điểm là xilanh được chế tạo dễ dàng, không cần độ chính xác cao, thành xilanh không bị mài mòn. Bộ phận lót kín là những đệm lót không gắn liền với pittông, nên có khả năng chế tạo chính xác, lót kín được tốt hơn. Loại bơm này thường được dùng với áp suất lớn.

Bơm pittông đĩa (hình 11.2), trong đó pittông có dạng dẹt hình đĩa. Mặt xung quanh của pittông được tiếp xúc với thành xilanh. Vì vậy, bộ đôi pittông xilanh phải được chế tạo với độ chính xác cao. Để tăng độ kín khít của buồng làm việc người ta thường sử dụng vòng găng (séc măng), lắp trên pittông.

- Theo áp suất làm việc, bơm được chia ra ba loại:

Bơm áp suất thấp	$p < 10 \text{ at}$
Bơm áp suất trung bình	$p = 10 \div 20 \text{ at}$
Bơm áp suất cao	$p > 20 \text{ at}$

- Theo lưu lượng, bơm được chia ra ba loại:

Bơm lưu lượng nhỏ	$Q < 15 \text{ m}^3/\text{h}$
Bơm lưu lượng trung bình	$Q = 15 \div 60 \text{ m}^3/\text{h}$
Bơm lưu lượng lớn	$Q > 60 \text{ m}^3/\text{h}$

## §11.3. CÁC THÔNG SỐ CƠ BẢN CỦA BƠM PITTÔNG

### 11.3.1. Lưu lượng của bơm pittông

#### a. Lưu lượng trung bình

Gọi  $D$  - đường kính pittông

$d$  - đường kính của cần pittông

$S$  - hành trình của pittông

Thể tích làm việc trong một chu kỳ đối với bơm tác dụng đơn là:

$$q = \frac{\pi D^2}{4} S \quad (11.1)$$

Còn đối với bơm tác dụng kép:

$$q = 2 \frac{\pi D^2}{4} S - \frac{\pi d^2}{4} S \quad (11.2)$$

hay

$$q = \frac{\pi S}{4} (2D^2 - d^2)$$



Vậy, nếu  $n$  là số vòng quay trong một đơn vị thời gian thì lưu lượng trung bình lý thuyết của bơm sẽ là:

$$Q_l = q \cdot n \quad (11.3)$$

Tuy nhiên lưu lượng thực tế  $Q$  bao giờ cũng nhỏ hơn lưu lượng lý thuyết vì:

- Có sự rò rỉ qua các đệm lót kín.
- Van hút và đẩy mở chậm trong quá trình hút và đẩy.
- Có thể có không khí lọt vào bơm.

Vì vậy lưu lượng thực tế trung bình:

$$Q = \eta_Q \cdot Q_l \quad (11.4)$$

Trong đó:  $\eta_Q$  - hiệu suất lưu lượng của bơm.

Trong các tính toán sơ bộ, có thể lấy  $\eta_Q$  như sau:

$\eta_Q = 0,85 \div 0,90$  đối với bơm nhỏ (đường kính pittông  $D < 150$  mm)

$\eta_Q = 0,90 \div 0,95$  đối với bơm cỡ vừa (đường kính pittông  $D = 150 \div 300$  mm)

$\eta_Q = 0,95 \div 0,98$  đối với bơm cỡ lớn (đường kính pittông  $D > 300$  mm)

#### b. Lưu lượng tức thời

Có thể xác định lưu lượng tức thời của bơm tác dụng đơn theo công thức:

$$Q = F \cdot v \quad (11.5)$$

Trong đó:  $F$  - diện tích của pittông

$v$  - vận tốc tức thời của pittông.

Giả sử bơm pittông được dẫn động bằng cơ cấu thanh truyền, tay quay (hình 11.1) thì tay quay quay được một góc  $\varphi$ , pittông sẽ đi được một quãng đường từ  $B_2$  đến  $B'_2$ . Nếu chiều dài thanh truyền lớn hơn tay quay nhiều (thường lớn hơn 10 lần) thì có thể coi gần đúng:

$$TC_2 \cong B'_2 - B = x$$

Nghĩa là:

$$x \cong R - R \cdot \cos \varphi \quad (11.6)$$

Trong đó:  $\varphi = \omega t$  ( $\omega$  - vận tốc góc của tay quay,  $t$  - thời gian)

Vậy vận tốc tức thời của pittông là:

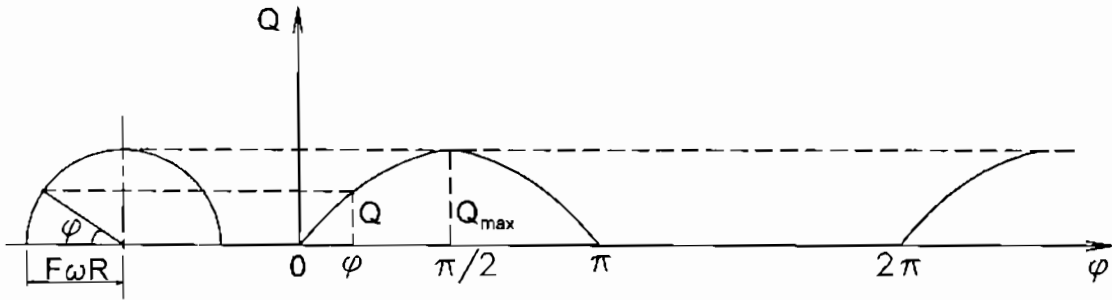
$$v = \frac{dx}{dt} = R \sin \varphi \frac{d\varphi}{dt}$$

$$\text{hay} \quad v = \omega \cdot R \sin \varphi \quad (11.7)$$

Do đó lưu lượng tức thời của bơm tác dụng đơn là:

$$Q = F \omega \cdot R \sin \varphi$$

Như vậy lưu lượng tức thời của bơm dao động theo hàm sin và đạt giá trị cực đại khi  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ , cực tiểu khi  $\varphi = 0$  và  $\varphi = \pi$  (hình 11.4).



**Hình 11.4 - Lưu lượng tức thời của bơm pittông tác dụng đơn.**

Khi  $\varphi$  có giá trị từ  $\pi$  đến  $2\pi$  bơm sẽ không có lưu lượng, vì trong khoảng đó bơm thực hiện quá trình hút.

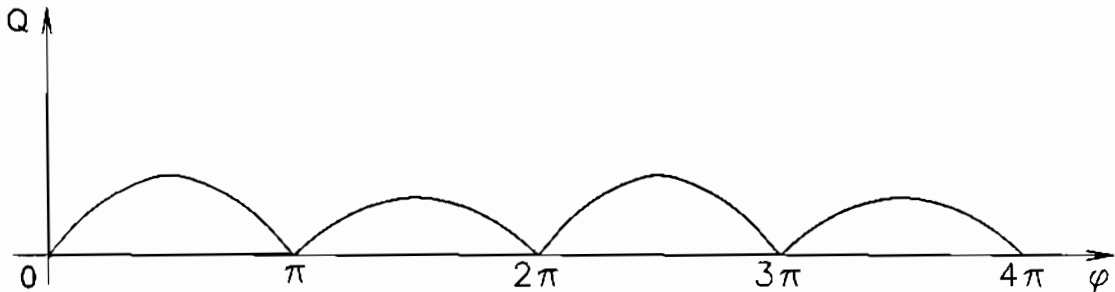
Bơm pittông tác dụng kép sẽ làm cho lưu lượng không bị gián đoạn nhiều. Đối với loại bơm này, sau khi khoang không có cần thực hiện xong quá trình đẩy chất lỏng, khoang có cần sẽ thực hiện quá trình đẩy với lưu lượng:

$$Q = (F - f) v$$

Hay

$$Q = (F - f) R \sin \varphi \quad (11.8)$$

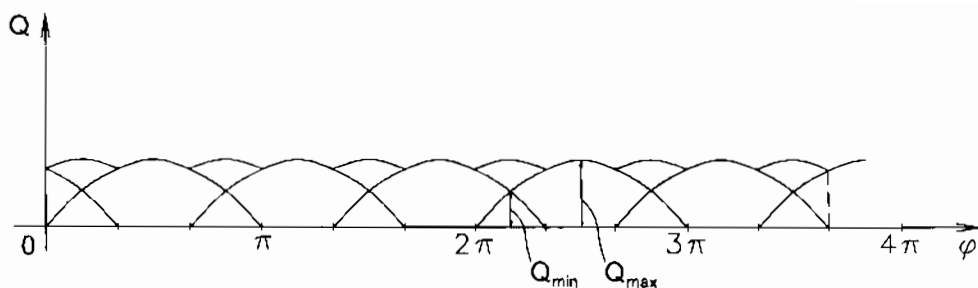
Như vậy có thể vẽ được biểu đồ lưu lượng của bơm tác dụng kép (hình 11.5)



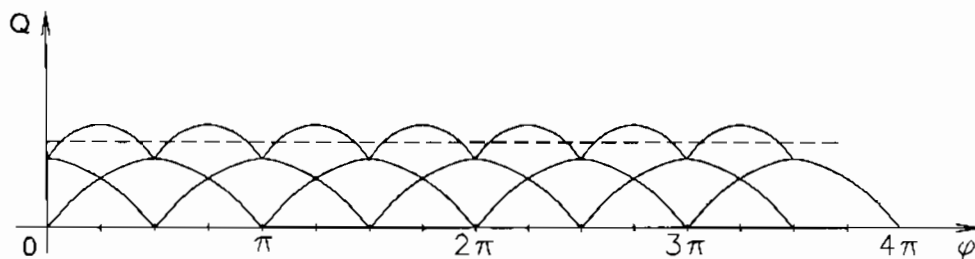
**Hình 11.5 - Biểu đồ lưu lượng tức thời của bơm pittông tác dụng kép.**

Qua biểu đồ lưu lượng của bơm tác dụng đơn và kép ta thấy mức độ dao động của chúng rất lớn.

Để giảm mức độ dao động lưu lượng, người ta dùng bơm tác dụng nhiều lần bằng cách ghép nhiều bơm và cho chúng làm việc lệch pha nhau. Tuy nhiên cần tránh hiện tượng các bơm làm việc trùng pha. Trên hình 11.6 là biểu đồ lưu lượng của ba bơm ghép lệch pha nhau một góc  $120^\circ$ .



**Hình 11.6 - Biểu đồ lưu lượng của ba bơm ghép lệch pha 120°.**



**Hình 11.7 - Biểu đồ lưu lượng của bốn bơm ghép lệch pha 90°.**

Qua hình 11.7, ta thấy mặc dù ghép bốn bơm nhưng luôn luôn có hai bơm hoạt động trùng pha nhau nên mức độ dao động lớn hơn so với ba bơm ghép lệch pha nhau 120°.

Để đánh giá mức độ dao động lưu lượng, người ta dùng hệ số không đều về lưu lượng  $\delta$  hay còn gọi là hệ số dao động lưu lượng.

$$\delta = \frac{Q_{\max}}{Q_{tb}} \quad (11.9)$$

Trong đó  $Q_{tb}$  - lưu lượng trung bình của hệ bơm được tính theo công thức (11.3).

Đối với bơm tác dụng đơn:

$$\delta = \frac{F.R.\omega}{F.S \frac{n}{60}} = \frac{F.R. \frac{\pi.n}{30}}{F.2R \frac{n}{60}} = \pi$$

Với phương pháp như vậy, có thể tính được hệ số dao động lưu lượng:

- Của bơm tác dụng kép và bơm tác dụng bốn lần  $\delta = \frac{\pi}{2}$
- Của bơm tác dụng ba lần  $\delta = \frac{\pi}{3}$ .

Rõ ràng dao động lưu lượng là đặc điểm, đồng thời là nhược điểm của bơm pittông. Nhược điểm này gây nên sự không ổn định của dòng chảy trong bơm. Điều đó hạn chế phạm vi sử dụng của loại bơm này, nhất là đối với các hệ thống truyền động thủy lực cần có độ chính xác cao.

Mặt khác cần thấy rằng về mặt lý thuyết, lưu lượng trung bình của bơm chỉ phụ thuộc vào số vòng quay của hệ dẫn động. Việc điều chỉnh lưu lượng của bơm có thể được tiến hành theo các cách sau:

- Thay đổi số vòng n của bơm.
- Điều chỉnh bằng khóa để tháo bớt chất lỏng từ buồng đẩy về buồng hút của bơm.
- Thay đổi diện tích làm việc của pittông bằng các cơ cấu đặc biệt.
- Thay đổi hành trình S của pittông bằng cách thay đổi chiều dài tay quay trong cơ cấu thanh truyền **tay quay bằng các cơ cấu đặc biệt.**

### 11.3.2. Áp suất của bơm pittông

Do đặc thù của bơm pittông nên dòng chảy của chất lỏng trong hệ thống bơm luôn luôn là dòng chảy không dừng. Chất lỏng chuyển động có gia tốc và gia tốc này thay đổi theo thời gian. Như vậy trong dòng chảy sẽ xuất hiện lực quán tính. Nếu lực quán tính ngược chiều chuyển động của chất lỏng nó sẽ có tác dụng như một lực cản tiêu hao cơ năng của chất lỏng. Ngược lại nếu lực quán tính cùng chiều với chuyển động của chất lỏng nó sẽ đóng vai trò hỗ trợ làm tăng cơ năng của dòng chảy.

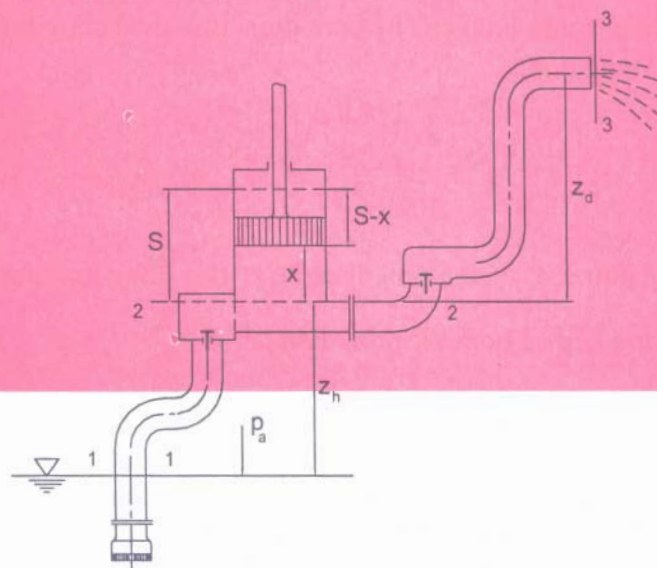
Vận tốc của pittông thay đổi một cách có chu kỳ, vì vậy lực quán tính nói trên cũng thay đổi theo chu kỳ. Dòng không dừng có ảnh hưởng mạnh không những đối với lưu lượng mà còn đối với áp suất trong bơm.

#### A. Áp suất của bơm trong quá trình hút

Xét sơ đồ của bơm pittông (hình 11.8)

Viết phương trình Bernoulli cho hai mặt cắt (1-1) và (2-2), lấy mặt chuẩn là mặt (1-1)

$$\frac{p_a}{\gamma} = Z_h + \frac{p_p}{\gamma} + \frac{v_p^2}{2g} + \sum h_{wh} + h_{qth} \quad (11.10)$$



Hình 11.8 - Sơ đồ bơm pittông.

Trong đó:  $p_a$  - áp suất mặt thoáng bể hút, bằng áp suất khí quyển.

$h_s$  - chiều cao hút của bơm.

$p_p$  - áp suất trong buồng làm việc của bơm.

$v_p$  - vận tốc chất lỏng trong buồng làm việc, cũng chính là vận tốc pittông.

$\Sigma h_{wh}$  - Tổng tổn thất cột áp của chất lỏng từ mặt cắt (1-1) đến (2-2):

$$\Sigma h_{wh} = \sum_{i=1}^n \xi_i \frac{v_i^2}{2g} + \sum_{i=1}^m \lambda_i \frac{l_i}{d_i} \frac{v_i^2}{2g}$$

$\xi_i$  - hệ số tổn thất cục bộ của krêpin, các chỗ ống cong, van hút. ..

$\lambda_i$  - hệ số tổn thất dọc đường của các đoạn ống có chiều dài  $l_i$  và đường kính  $d_i$ .

$v_i$  - vận tốc trong các đoạn ống tương ứng có diện tích mặt cắt  $f_i$ .

Có thể biểu diễn các vận tốc  $v_i$  qua vận tốc pittông  $v_p$ .

$$v_i = v_p \frac{F}{f_i}$$

Từ đó có thể viết:

$$\Sigma h_{wh} = \xi_h \frac{v_p^2}{2g} \quad (11.11)$$

Trong đó:

$$\xi_h = \sum_{i=1}^n \xi_i \left( \frac{F}{f_i} \right)^2 + \sum_{i=1}^m \lambda_i \frac{l_i}{d_i} \left( \frac{F}{f_i} \right)^2 \quad (11.12)$$

$\xi_h$  được gọi là hệ số tổn thất tương đương trong quá trình hút.

Cột áp quán tính  $h_{qth}$  trong ống hút có thể được tính theo công thức:

$$\xi_h = \frac{1}{g} \int_0^{L_h+x} \frac{dV_p}{dt} dl \quad (11.13)$$

Trong đó:  $L_h$  - chiều dài tương đương của ống hút.

$x$  - đoạn đường mà pittông di chuyển được trong xilanh.

$$L_h = \sum_{i=1}^n \frac{F}{f_i} l_i$$

Trong trường hợp vận tốc  $V_p$  chỉ phụ thuộc thời gian thì:

$$h_{qt} = \left( \frac{L_h + x}{g} \right) \frac{dV_p}{dt}$$

Tại  $x = 0$  ta có 
$$h_{qt \max} = \frac{L_h}{g} \frac{dV_p}{dt}$$

Đến đây có thể viết lại phương trình (11.10):

$$\frac{P_h}{\gamma} = \frac{P_a}{\gamma} - \left[ z_h + h_{vh} + \xi h \frac{V_p^2}{2g} + \left( \frac{L_h + x}{g} \right) \frac{dV_p}{dt} \right] \quad (11.14)$$

Các số hạng trong ngoặc vuông của (11.14) đều dương, chỉ có cột áp quán tính  $\left( \frac{L_h + x}{g} \right) \frac{dV_p}{dt}$  có thể đổi dấu vì  $\frac{dV_p}{dt}$  có thể âm hoặc dương.

Từ đó ta thấy áp suất hút  $p_h$  sẽ lớn nhất ở cuối hành trình hút và nhỏ nhất ở đầu hành trình hút.

Trong trường hợp sau nếu  $p_h < p_{bh}$  (áp suất bốc hơi bão hòa của chất lỏng) dễ xảy ra hiện tượng xâm thực.

Để tránh hiện tượng xâm thực cần giảm chiều cao hút  $z_h$  và giảm  $\sum h_{wh}$ . Để giảm tổn thất trên đường ống hút nên bố trí đường kính ống hút lớn, giảm các tổn thất cục bộ...

Trị số  $h_{qt}$  phụ thuộc vào vận tốc quay của động cơ. Vận tốc quay càng lớn  $h_{qt}$  càng lớn. Thường hạn chế vận tốc quay của động cơ trong khoảng  $n = 100 \div 200$  vg/ph.

Nếu bơm được dẫn động bằng hệ thanh truyền tay quay thì:  $\frac{dV_p}{dt} = \omega^2 R$

Vậy để không xảy ra hiện tượng xâm thực thì:

$$\frac{P_a}{\gamma} - \left[ z_h + h_{vh} + \frac{L_h}{g} \omega^2 R \right] \geq \frac{P_{bh}}{\gamma} + \Delta h \quad (11.15)$$

Trong đó  $\Delta h$  - lượng dự trữ chống xâm thực.

### B. Áp suất của bơm trong quá trình đẩy

Viết phương trình Bernuli cho hai mặt cắt (2-2) - (3-3):

$$\frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} = z_2 + \frac{P_3}{\gamma} + \frac{V_3^2}{2g} + \sum h_{wd} + h_{qtd} \quad (11.16)$$

Trong đó  $p_d$  - áp suất trong buồng làm việc trong quá trình đẩy.

$v_p$  - vận tốc của pittông.

$\sum h_{wd}$  - tổng tổn thất cột áp trong dòng chất lỏng từ mặt cắt (2-2) đến (3-3).

Có thể viết: 
$$\sum h_{wd} = \xi_d \frac{v_p^2}{2g} + h_{vd}$$

Trong đó hệ số  $\xi_d$  - hệ số tổn thất tương đương (giống như trường hợp hút ở trên)

$h_{vd}$  - tổn thất tại van đẩy.

$h_{qud}$  - cột áp quán tính trong quá trình đẩy. Tương tự như trong quá trình hút:

$$h_{qud} = \frac{L_d + S - x}{g} \frac{dv_p}{dt} \quad (11.17)$$

Trong đó:  $L_d$  - chiều dài tương đương của dòng chảy trong quá trình đẩy.

$S$  - hành trình của pittông.

Có thể viết lại (11.16):

$$\frac{p_d}{\gamma} = \frac{p_1}{\gamma} + [z_d + h_{vd} + (\xi_d - 1) \frac{v_p^2}{2g} + (\frac{L_d + S - x}{g}) \frac{dv_p}{dt}] \quad (11.18)$$

Từ (11.18) ta thấy, áp suất trong quá trình đẩy sẽ lớn nhất khi bắt đầu hành trình đẩy ( $x = S$ ) và nhỏ nhất ở cuối hành trình đẩy ( $x = 0$ ). Những lúc đó cột áp gia tốc lực quán tính  $\frac{dv_p}{dt}$  là lớn nhất.

Khi  $x = 0$  cột áp quán tính cực đại:

$$h_{qumax} = (\frac{L_d + S}{g}) \omega^2 R < 0$$

Lúc này áp suất đẩy bé. Nếu  $\frac{p_d}{\gamma} \leq \frac{p_{bh}}{\gamma}$ , có thể xảy ra hiện tượng xâm thực.

Để tránh hiện tượng xâm thực thì:

$$\frac{p_2}{\gamma} + (z_d + h_{vd} - \frac{L_d + S}{g} \omega^2 R) \geq \frac{p_{bh}}{\gamma} + \Delta h \quad (11.19)$$

### 11.3.3. Số vòng quay giới hạn của bơm pittông

Sau khi nghiên cứu áp suất làm việc của bơm ta thấy: Khi cấu hình của hệ thống đã được xác định thì số vòng quay dẫn động bơm càng lớn, càng dễ xảy ra hiện tượng xâm thực.

Giải phương trình (11.15) trong điều kiện có xâm thực:

$$\frac{L_h}{g} \frac{\pi^2 n_{\max}^2}{900} R = \frac{P_a - P_{bh}}{\gamma} - \Delta h - Z_h - h_{vh}$$

Suy ra:

$$n_{\max 1} = \sqrt{\frac{895}{L_h R} \left( \frac{P_a - P_{bh}}{\gamma} - \Delta h - Z_h - h_{vh} \right)}$$

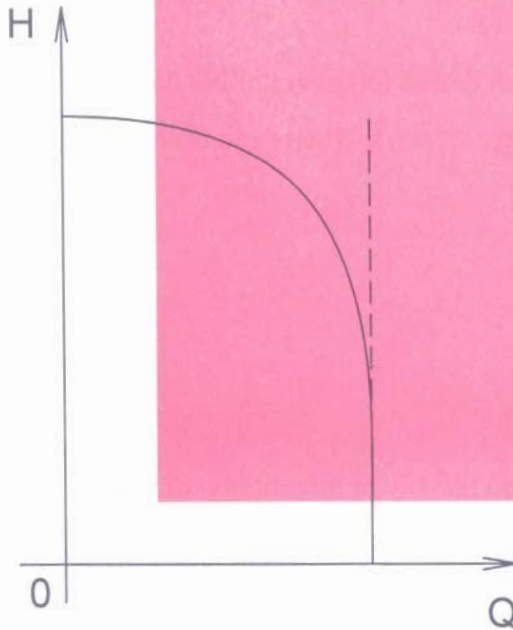
Tương tự đối với (11.19), ta có

$$n_{\max 2} = \sqrt{\frac{895}{L_d R} \left( \frac{P_a - P_{bh}}{\gamma} - \Delta h + Z_h + h_{vh} \right)}$$

Như vậy số vòng quay cho phép của bơm pittông phải là: [n]

$$[n] \leq \min(n_{\max 1}, n_{\max 2})$$

### §11.4. ĐƯỜNG ĐẶC TÍNH CỦA BƠM PITTÔNG



Hình 11.9 - Đặc tính làm việc của bơm pittông.

Đối với bơm li tâm, cột áp và lưu lượng của bơm có quan hệ rất chặt chẽ. Nghĩa là khi cột áp thay đổi, lưu lượng cũng thay đổi theo.

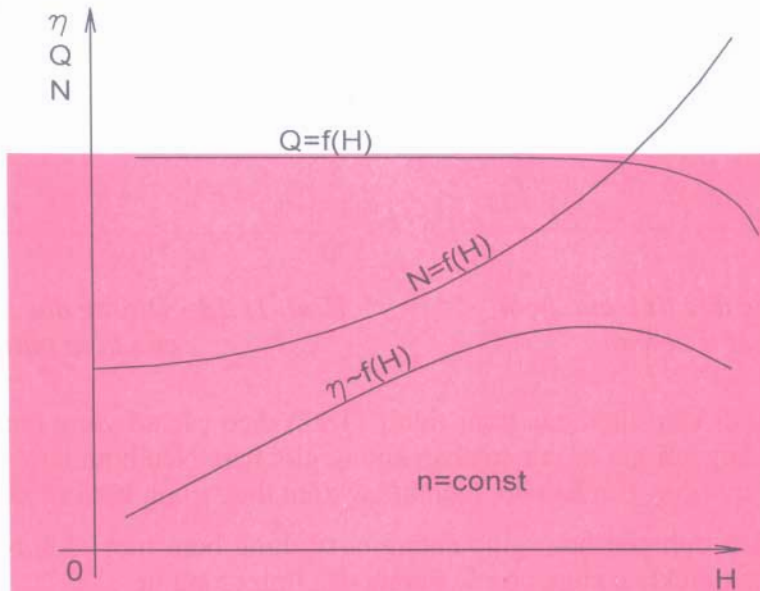
Về mặt lý thuyết, khi đảm bảo độ kín khít của buồng làm việc, đối với bơm pittông, cột áp và lưu lượng hoàn toàn độc lập với nhau. Cột áp của bơm pittông phụ thuộc vào tải trên đường ống đẩy, còn lưu lượng phụ thuộc vào số vòng quay của động cơ dẫn động (hay vận tốc của pittông).

Trong thực tế, cột áp và lưu lượng của bơm pittông có phụ thuộc vào nhau.

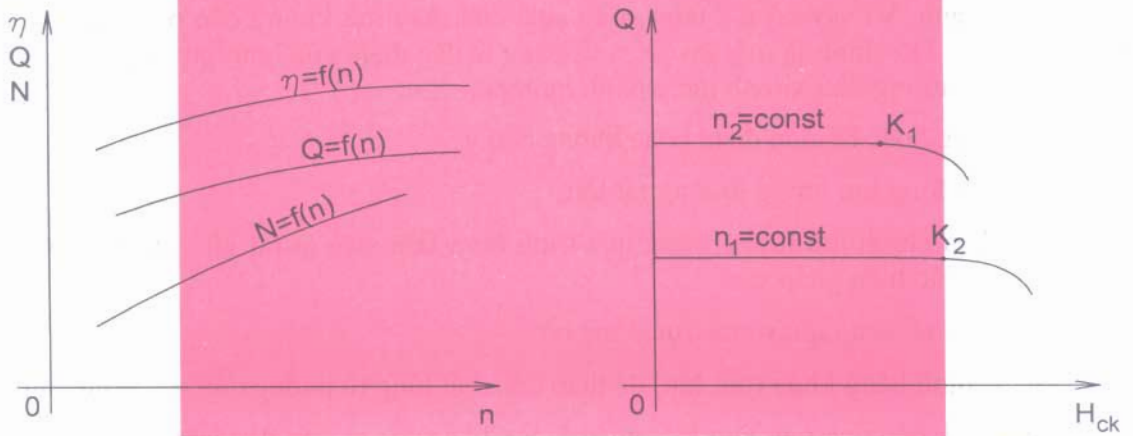
Khi chế tạo bơm pittông, giữa pittông và xilanh không thể không có khe hở. Khi áp suất trong buồng làm việc tăng cao đến một mức nào đó sẽ xuất hiện sự rò rỉ lưu lượng qua khe hở trên



và đồng thời nếu áp suất làm việc quá lớn thì lưu lượng của bơm có thể mất hoàn toàn, vì khi đó van an toàn sẽ mở để xả chất lỏng về bể hút. Bởi vậy đặc tính làm việc cơ bản của bơm pittông có dạng như hình 11.9.

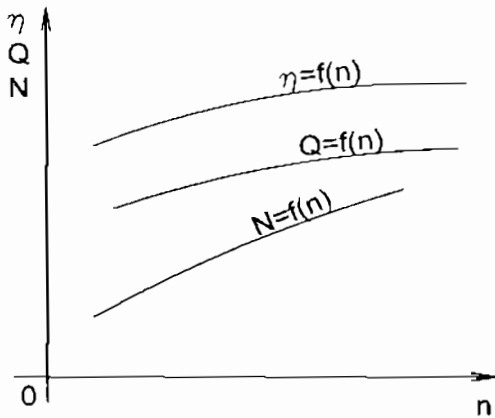


Hình 11.10 Biểu diễn các đường đặc tính làm việc ứng với số vòng quay  $n = \text{const}$ .

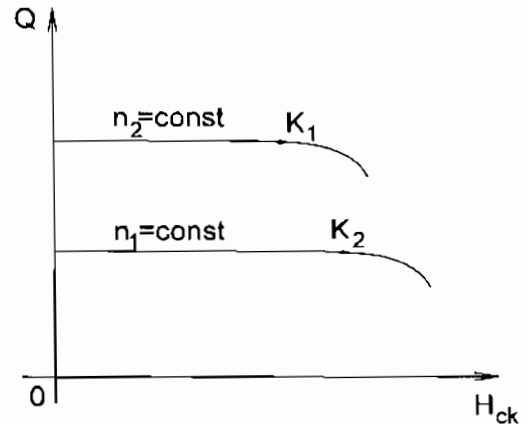


Hình 11.11 - Các đường đặc tính bơm pittông phụ thuộc cột áp  $H$  ứng với số vòng quay  $n = \text{const}$ .

Khi cột áp bơm không đổi ( $H = \text{const}$ ), nếu số vòng quay  $n$  tăng thì lưu lượng, công suất và hiệu suất lưu lượng cũng sẽ tăng theo (hình 11.11).



**Hình 11.12 - Các đặc tính của bơm khi  $H = \text{const.}$**



**Hình 11.13 - Đường đặc tính xâm thực của bơm pittông.**

Đường đặc tính xâm thực của bơm (hình 11.12) theo các số vòng quay khác nhau. Các điểm  $K_1, K_2$  ứng với giá trị cột áp chân không giới hạn. Nếu bơm làm việc với cột áp chân không vượt quá các giới hạn đó, hiện tượng xâm thực trong bơm sẽ xảy ra.

Các đường đặc tính của bơm giúp chúng ta sử dụng bơm một cách hiệu quả và an toàn. Các bơm thể tích khác cũng có các đường đặc tính tương tự.

### §11.5. MỘT SỐ VẤN ĐỀ VỀ MÁY THUỶ LỰC THỂ TÍCH

Qua việc nghiên cứu về bơm pittông ta có thể thấy một số vấn đề sau:

- Khả năng tạo ra áp suất rất cao, nếu đảm bảo được độ bền và độ kín khít của pittông và xilanh. Vì vậy có thể tăng công suất của máy mà không cần phải tăng kích thước của máy. Đó chính là một ưu điểm và cũng là đặc điểm của bơm pittông cũng như máy thuỷ lực pittông như xilanh lực, xilanh mômen.

- Lưu lượng hoặc bị gián đoạn hoặc không đều.

Hệ số dao động lưu lượng thường rất lớn.

- Việc điều chỉnh lưu lượng trong quá trình bơm làm việc là rất khó khăn. Thường người ta dùng các biện pháp sau.

1. Thay đổi số vòng quay của trục động cơ.

2. Điều chỉnh bằng khóa (tiết lưu) để tháo bớt chất lỏng từ buồng đẩy về buồng hút.

3. Thay đổi diện tích mặt làm việc của pittông bằng các cơ cấu đặc biệt.

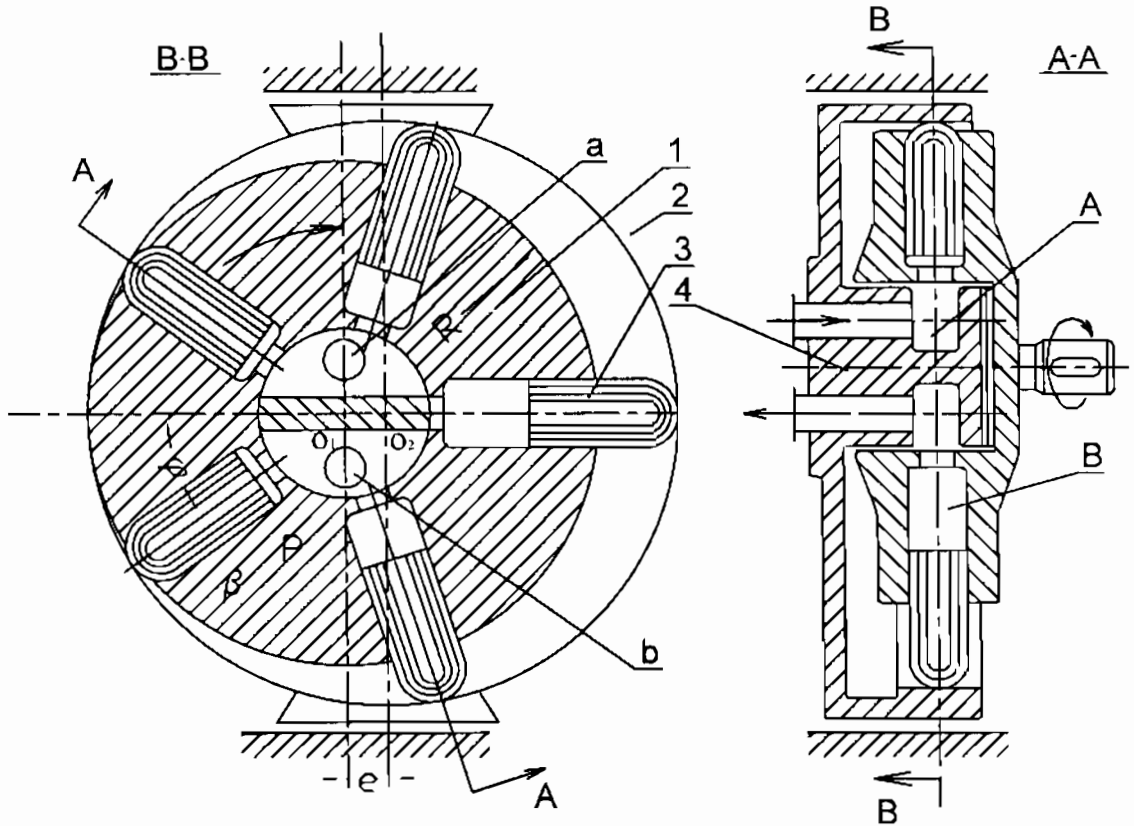
4. Thay đổi chiều dài hành trình của pittông bằng cách thay đổi kích thước của thanh truyền hoặc tay quay bằng các cơ cấu đặc biệt.

Để phát huy ưu điểm và hạn chế các nhược điểm của loại máy thuỷ lực pittông người ta thiết kế, chế tạo các máy thuỷ lực khác như máy thuỷ lực pittông - rôto, máy thuỷ lực rôto.

### 11.5.1. Máy thủy lực pittông rôto

Ở loại máy này, người ta bố trí nhiều xy lanh trên một rôto. Nhờ chuyển động quay của rôto, các pittông có thể thực hiện chuyển động tịnh tiến trong xilanh.

Trong thực tế có hai loại máy thủy lực pittông - rôto: hướng kính và hướng trục. Một máy thủy lực pittông - rôto có thể thực hiện được hai chức năng: bơm và động cơ với hiệu suất làm việc tương đương nhau.



Hình 11.14

#### I. Máy thủy lực pittông rôto hướng kính

Các xilanh được bố trí trên rôto 1. Trục của chúng có phương xuyên tâm rôto. Rôto 1 được đặt lệch tâm với sta to 2 với độ lệch tâm  $e$ . Các pittông đặt trong các xilanh có một đầu luôn luôn tì vào vành stato. Ở giữa rôto có hai rãnh hình bán nguyệt A và B được ngăn cách nhau bởi một vách ngăn gắn liền với stato, hai rãnh này được thông ra ngoài bởi hai lỗ dẫn a, b. Các xilanh đều được thông với các rãnh còn gọi là bông A hoặc B.

Nếu máy là bơm, khi rôto quay (ví dụ theo chiều kim đồng hồ), nhờ có độ lệch tâm giữa rôto và stato các pittông sẽ thực hiện chuyển động tịnh tiến trong xilanh gây ra sự

biến đổi thể tích trong các buồng làm việc. Các buồng làm việc nếu nối với rãnh A trong quá trình quay có thể tích tăng dần làm áp suất giảm dần làm chất lỏng được hút vào các buồng đó. Quá trình hút chất lỏng của mỗi buồng sẽ kết thúc khi đường thông với rãnh A bị bịt kín bởi vách ngăn. Khi đường thông thoát khỏi vách ngăn và thông với rãnh B, quá trình đẩy chất lỏng ra khỏi buồng làm việc được bắt đầu. Trong quá trình quay tiếp diễn của rôto, buồng làm việc có thể tích giảm dần, áp suất tăng lên làm chất lỏng bị đẩy ra ngoài.

Nếu chiều quay ngược lại thì A trở thành bong đẩy còn B trở thành bong hút.

Nếu muốn máy trở thành động cơ thì khi dẫn chất lỏng có áp suất đủ lớn vào bong A hoặc B, các pittông sẽ bị đẩy tì sát vào stato. Phản lực của stato vào đầu pittông sẽ tạo ra mômen lực làm quay rôto quanh tâm của nó. Như vậy áp suất của chất lỏng đã biến thành cơ năng của máy làm quay rôto.

Để đảm bảo hoạt động của bơm, trong quá trình hoạt động các pittông phải luôn tì vào thành stato. Muốn vậy, ngoài lực li tâm, nhiều khi còn cần phải dùng lò xo hoặc các cơ cấu khác để đẩy pittông. Ngoài ra để tăng lực đẩy pittông, người ta còn dùng một bơm phụ để đẩy chất lỏng vào bong hút ở một áp suất đủ để đẩy pittông tì vào thành stato. Khi máy thực hiện chức năng động cơ thì không cần thiết phải có các biện pháp trên vì chất lỏng dẫn vào máy luôn có áp suất cao, đủ để đẩy các pittông tì sát vào stato.

Lưu lượng của máy thuỷ lực pittông rôto hướng kính phụ thuộc vào kích thước xi lanh, số xi lanh và số vòng quay của rôto.

Gọi  $Z$  là số xi lanh của máy,  $d$  là đường kính của pittông thì lưu lượng riêng lý thuyết của máy trong một chu kỳ làm việc  $q_1$  là:

$$q_1 = \frac{\pi d^2}{4} 2eZ$$

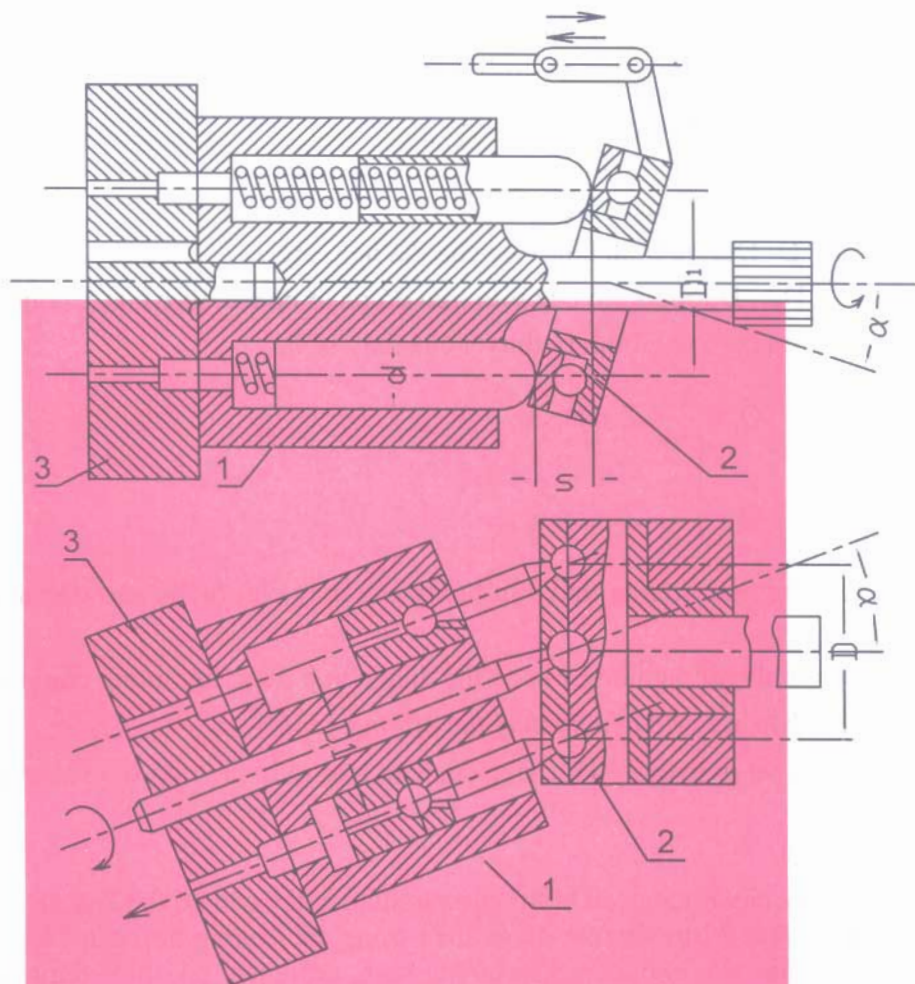
Do đó: lưu lượng lý thuyết trong bình  $Q_1$  của máy với số vòng quay  $n$  trong một đơn vị thời gian là:

$$Q = q_1 n = \frac{\pi d^2}{4} 2eZn \quad (11.20)$$

Công thức (11.20) cho ta thấy lưu lượng lý thuyết của máy phụ thuộc vào độ lệch tâm  $e$  giữa rôto và stato. Bằng cách điều chỉnh độ lệch tâm  $e$ , có thể điều chỉnh được lưu lượng của máy trong quá trình làm việc. Lưu lượng của máy sẽ bằng không khi  $e = 0$ .

## 2. Máy thuỷ lực pittông rôto hướng trục

Khác với loại trên, người ta bố trí các trục của xi lanh song song với trục quay của rôto 1 (hình 11.15).



Hình 11.15

Đầu của các pittông 2 luôn tì sát vào một đĩa nghiêng 3 dưới tác dụng của các lò xo đặt trong xilanh.

Như vậy khi rôto quay các pittông sẽ thực hiện chuyển động tịnh tiến trong xilanh. Các lỗ lưu thông chất lỏng đặt ở đáy các xilanh luôn luôn thông với hai rãnh vòng cung 5 bố trí trên nắp cố định 6. Các rãnh này được ngăn cách nhau bởi các gờ 6.

Mặt khác hai rãnh này được thông với hai lỗ a, b để dẫn chất lỏng vào và ra khỏi xilanh.

Nếu máy là bơm, khi rôto quay ngược kim đồng hồ (như hình vẽ) thì rãnh vòng cung bên trái là bọng đẩy còn bên phải là bọng hút.

Nếu dẫn chất lỏng áp suất đủ lớn vào xilanh, các pittông sẽ tì vào đĩa nghiêng, một phần phản lực tì tác dụng vào đầu pittông sẽ tạo ra mômen làm quay rôto quanh trục của nó. Khi đó máy làm nhiệm vụ của một động cơ thuỷ lực.

Ký hiệu  $S$  là hành trình của pittông trong xilanh thì lưu lượng riêng lý thuyết của máy là:

$$q_l = \frac{\pi d^2}{4} S \cdot Z \quad (11.21)$$

ở đây  $S = D \cdot \sin \gamma = D_x \cdot \text{tg} \gamma$ ,

trong đó:  $D$  - Đường kính làm việc của đĩa nghiêng.

$D_x$  - Đường kính của roto trên đó phân bố các trục của xilanh.

Vì vậy lưu lượng trung bình lý thuyết của máy sẽ là:

$$Q_l = \frac{\pi d^2}{4} Z \cdot n \cdot D \cdot \sin \gamma \quad (11.22)$$

$$Q_l = \frac{\pi d^2}{4} Z \cdot n \cdot D_x \cdot \text{tg} \gamma \quad (11.23)$$

Qua các công thức trên ta thấy lưu lượng của máy phụ thuộc vào góc nghiêng  $\gamma$  của đĩa nghiêng.

Nếu điều chỉnh góc nghiêng  $\gamma$  ta có thể điều chỉnh được lưu lượng của máy.

### 3. Những nhận xét về các máy thủy lực pittông - rôto.

Qua kết cấu và nguyên lý làm việc của các loại máy này, có thể rút ra những nhận xét sau đây:

#### a. Về kết cấu.

Các loại máy này không cần bố trí các van hút và đẩy nên có thể làm việc với số vòng quay cao, máy hướng trục thường được dùng trong các trường hợp cần có số vòng quay cao và mômen thay đổi nhỏ, còn máy hướng kính, thì ngược lại, được dùng trong trường hợp có mômen quay lớn (có thể đến trên 4900 Nm) và vận tốc quay tương đối nhỏ.

So với máy hướng kính, máy hướng trục có kích thước nhỏ hơn khoảng hai lần trong khi các điều kiện khác như nhau.

#### b. Về công năng.

Thực chất máy thủy lực pittông - rôto là bao gồm nhiều máy thủy lực pittông ghép lại và làm việc lệch pha nhau. Vì vậy, chúng phát huy được ưu điểm của máy thủy lực pittông. Đó là khả năng tạo áp suất cao. Ngược lại chúng hạn chế được nhược điểm của máy thủy lực pittông. Vì có thể bố trí nhiều xilanh trên cùng một rôto, nên lưu lượng của các loại máy này đều hơn máy pittông. Mặt khác việc điều chỉnh lưu lượng và mômen quay của máy trong quá trình làm việc dễ dàng hơn, phạm vi điều chỉnh lớn hơn nhiều với máy thủy lực pittông.

### 11.5.2. Máy thủy lực rôto

Máy thủy lực rôto ra đời vào khoảng cuối thế kỷ 19, sớm hơn máy thủy lực pittông - rôto. Có khá nhiều loại máy thủy lực rôto. Ở đây chỉ giới thiệu một số loại chính.

- Máy thủy lực bánh răng.

- Máy thủy lực trực vít.
- Máy thủy lực cánh gạt.
- Bơm chân không vòng nước.

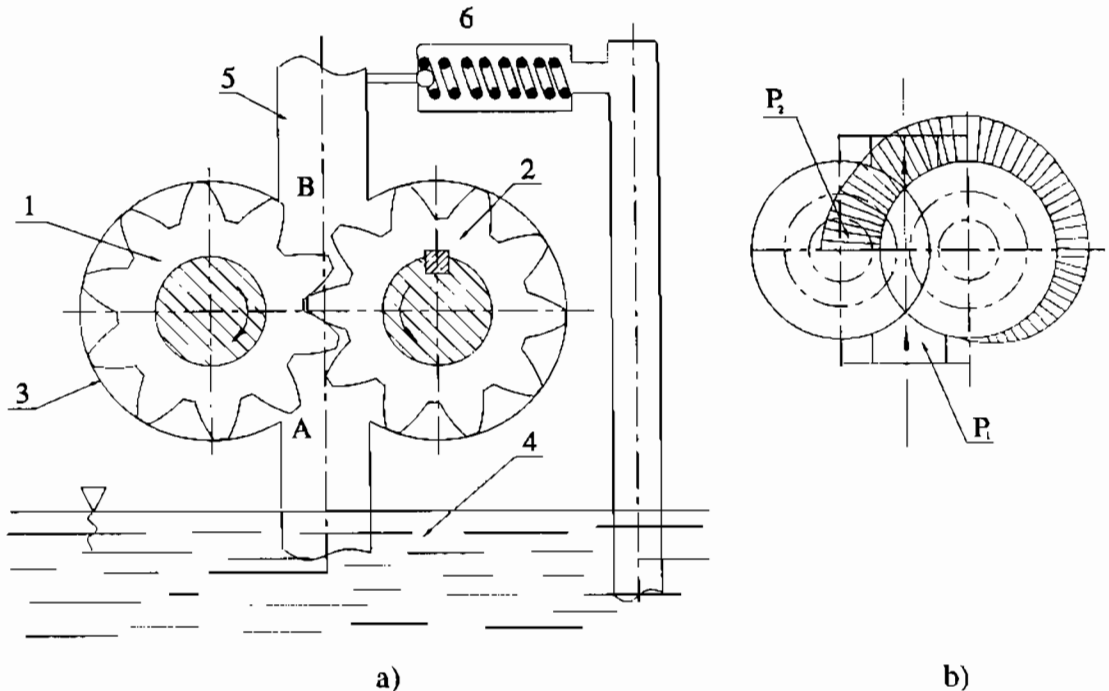
### 1. Máy thủy lực bánh răng.

Nguyên lý cơ bản của loại này dựa trên sự biến đổi thể tích của các buồng làm việc nhờ quá trình ăn khớp của các bánh răng.

#### a. Bơm bánh răng.

Bơm bánh răng được dùng phổ biến nhất trong các loại máy rôto vì: kết cấu đơn giản, dễ chế tạo, làm việc tin cậy, tuổi thọ cao, kích thước nhỏ, gọn, có khả năng chịu quá tải trong thời gian ngắn.

Xét sơ đồ nguyên lý của loại bơm này trên hình 11.16.



**Hình 11.16**

Giả sử các bánh răng 1 và 2 là các bánh răng thân khai không dịch chỉnh.

Bánh răng chủ động 1 gắn với trục chính của bơm, ăn khớp với bánh răng bị động 2. Cả hai bánh răng đều được đặt trong vỏ bơm 3. Khoảng trống A giữa cặp bánh răng và ống hút 4 gọi là bọng hút. Còn khoảng trống B nối với ống đẩy 5 gọi là bọng đẩy.

Khi bánh răng chủ động 1 quay theo chiều mũi tên, hai bánh răng sẽ ăn khớp nhau. ở khu vực bọng hút A, hai bánh răng thực hiện quá trình ra khớp, có nghĩa là răng của bánh răng này thoát khỏi rãnh của bánh răng kia. Quá trình này làm cho thể tích buồng

làm việc tăng lên. Hậu quả là áp suất trong bơm hút giảm hơn so với áp suất trên mặt thoáng của bể hút, làm cho chất lỏng từ bể hút dâng lên bơm hút A qua ống hút 4. Sau đó chất lỏng sẽ được chuyển lên bơm đẩy B theo các rãnh răng sát với vỏ 3. Đó là quá trình hút.

Đồng thời với quá trình hút, trên bơm đẩy B diễn ra quá trình đẩy chất lỏng. Trong bơm đẩy A diễn ra quá trình vào khớp của hai bánh răng. Nghĩa là răng của bánh răng này chèn vào rãnh của bánh răng kia. Hậu quả là thể tích bơm đẩy giảm đi. Điều đó gây ra sự tăng áp suất trong bơm đẩy hơn so với ống đẩy, làm cho chất lỏng từ bơm đẩy B chuyển vào ống đẩy 5.

Như vậy quá trình hút và đẩy chất lỏng diễn ra đồng thời và liên tục.

Qua nghiên lý làm việc ta thấy nguyên nhân giảm thể tích trong bơm đẩy là do răng của bánh răng này chèn vào rãnh bánh răng kia. Như vậy lượng chất lỏng chuyển vào ống đẩy khi hai bánh răng ăn khớp đúng bằng thể tích của răng. Thể tích  $a$  của răng có thể tính gần đúng theo công thức:

$$a \approx \frac{1}{2}hb$$

trong đó:

$t$  - bước răng ( $t = \frac{\pi D}{2}$ ;  $D$  là đường kính vòng lân);

$h$  - là chiều cao ăn khớp ( $h = 2m$ ;  $m$  là môđun của bánh răng);

$b$  - chiều dài răng (còn gọi là chiều rộng của bánh răng).

Do đó: 
$$a \approx \frac{\pi D}{2z} 2mb \quad (11.24)$$

Khi hai bánh răng quay một vòng, thể tích chất lỏng chuyển qua bơm sẽ là  $2za$ . Vậy nếu số vòng quay của bơm là  $n$ , thì lưu lượng lý thuyết của bơm là:

$$Q_1 = 2.Z.a.n = 2.\pi.\pi.D.m.n \quad (11.25)$$

Nếu số răng của bánh răng không bằng nhau thì  $Z$  lấy bằng số răng của bánh răng chủ động.

Đối với các bánh răng có số răng nhỏ ( $Z = 6 \div 12$ ) thì thể tích rãnh bánh răng lớn hơn đáng kể so với thể tích răng vì vậy người ta thường thay số  $\pi$  trong công thức (11-25) bằng 3,5 nên:

$$Q_1 = 7.D.m.b.n$$

Vì  $m = \frac{D}{2}$  nên có thể viết: 
$$Q_1 = 7 \frac{D^2}{2} bn \quad (11-26)$$

Lưu lượng thực tế  $Q$  của bơm thường nhỏ hơn lưu lượng lý thuyết  $Q_1$  vì có tổn thất lưu lượng do rò rỉ qua các khe hở giữa vỏ với mặt đầu răng và đỉnh răng.



Vì vậy lưu lượng thực tế của bơm là:

$$Q = \eta_Q \cdot Q_i = \eta_Q \cdot D \cdot m \cdot b \cdot n \quad (11.27)$$

Trong đó:  $\eta_Q$ : hiệu suất lưu lượng (thông thường  $\eta_Q = 0,8 - 0,9$ )

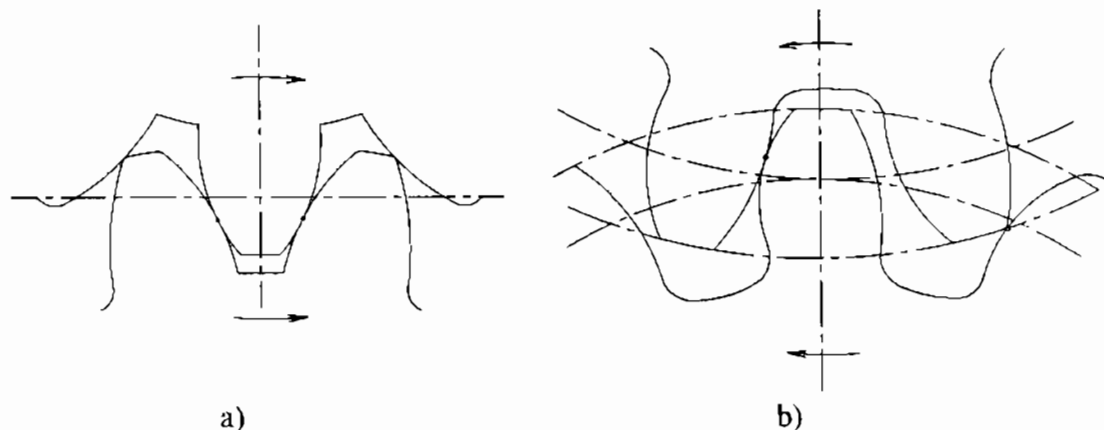
Thực nghiệm chứng tỏ, tổn thất lưu lượng qua khe hở giữa mặt đầu răng và vỏ chiếm khoảng 75 ÷ 80% tổng tổn thất lưu lượng. Khi tăng khe hở đó lên 0,1 mm thì hiệu suất lưu lượng giảm 20%. Nhưng nếu tăng khe hở đỉnh răng với vỏ bơm lên 0,1 mm thì hiệu suất lưu lượng chỉ giảm 0,25%.

Chất lỏng có độ nhớt càng cao càng giảm tổn thất rò rỉ. Tuy nhiên nếu độ nhớt lớn quá mức có thể xảy ra hiện tượng chất lỏng khó chảy vào đầy rãnh răng. Hiện tượng này không những làm giảm lưu lượng của bơm mà còn gây các tác dụng xấu khác. Khi rãnh không chứa đầy chất lỏng di chuyển đến gần bọng đẩy, chất lỏng có áp suất cao ở bọng đẩy sẽ chảy tràn vào rãnh đó gây nên tải trọng phụ tác dụng lên ổ trục. Mặt khác tình trạng khuyết chất lỏng trong các rãnh có thể gây nên hiện tượng xâm thực và làm cho dầu mất phẩm chất.

Qua công thức tính lưu lượng, có thể thấy để tăng lưu lượng có thể tăng số vòng quay n. Tuy nhiên chỉ nên hạn chế số vòng quay sao cho vận tốc vòng ở đỉnh răng không quá 6 ÷ 8 m/s. Khi vận tốc quá cao sẽ sinh ra lực li tâm đáng kể, làm áp suất chất lỏng ở bọng hút tại khu vực đỉnh răng giảm xuống, dễ gây hiện tượng xâm thực.

Thực nghiệm cho biết khi vận tốc ở đỉnh răng nhỏ hơn 8 m/s thì ảnh hưởng đến quá trình hút không đáng kể. Khi vận tốc tăng đến 20 m/s thì bơm không hút được nữa hoặc hút rất kém.

Cần chú ý tới hiện tượng chèn ép chất lỏng ở chân răng khi bơm làm việc. Ta biết khi bánh răng vào khớp, không phải toàn bộ chất lỏng trong rãnh được chuyển vào bọng đẩy, mà một phần được giữ lại ở chân răng (hình 11.17).



**Hình 11.17**

Nếu giữa các mặt răng khi vào khớp không có khe hở thì phần chất lỏng ở chân răng đó bị nén lại với áp suất rất cao vì thể tích chứa giảm dần. Nhưng khi cặp răng bắt đầu

quá trình ra khớp, thể tích chứa lại tăng dần, áp suất giảm đi. Kết quả là bánh răng bị tải trọng phụ đổi dấu, ảnh hưởng đến sức bền của bánh răng và ổ trục. Mặt khác hiện tượng này cũng có thể gây ra hiện tượng xâm thực và dầu bị biến chất.

Để tránh hiện tượng trên người ta thường làm các rãnh thoát trên thành vỏ bơm ngang vị trí ăn khớp. Các rãnh này có thể thông với bọng hút hoặc bọng đẩy. Cũng có thể khoan các lỗ thoát hướng kính ở chân răng, thông với rãnh thoát trên trục, dẫn chất lỏng về bọng hút hoặc đẩy. Còn một biện pháp rất tốt để khắc phục hiện tượng trên là dùng bánh răng nghiêng hoặc chữ V. Với các cặp bánh răng này quá trình vào và ra khớp diễn ra từ từ, chất lỏng không bị nhốt kín tại chân răng.

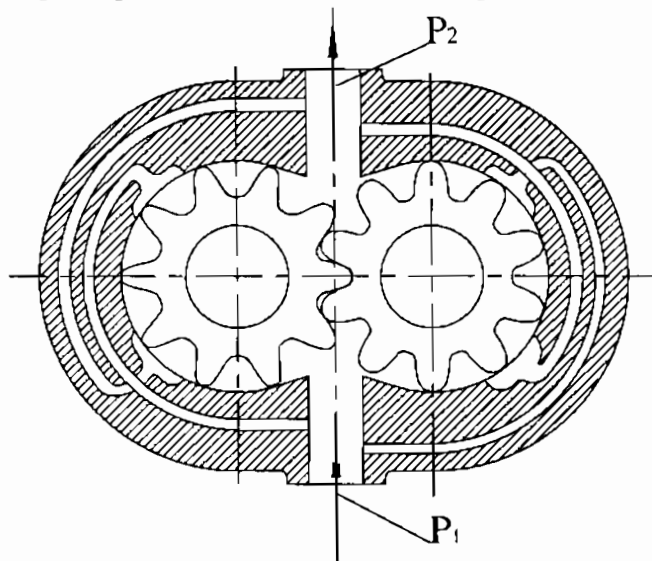
#### b. Động cơ bánh răng

Động cơ bánh răng có kết cấu tương tự như bơm bánh răng, nhưng đòi hỏi chế tạo chính xác hơn để tránh tổn thất áp suất nhiều.

Khi cung cấp nguồn chất lỏng có áp suất đủ lớn vào bọng A (hình 11.16), độ chênh áp lực lên các bề mặt răng sẽ tạo ra mômen quay làm chuyển động các bánh răng quanh trục của chúng.

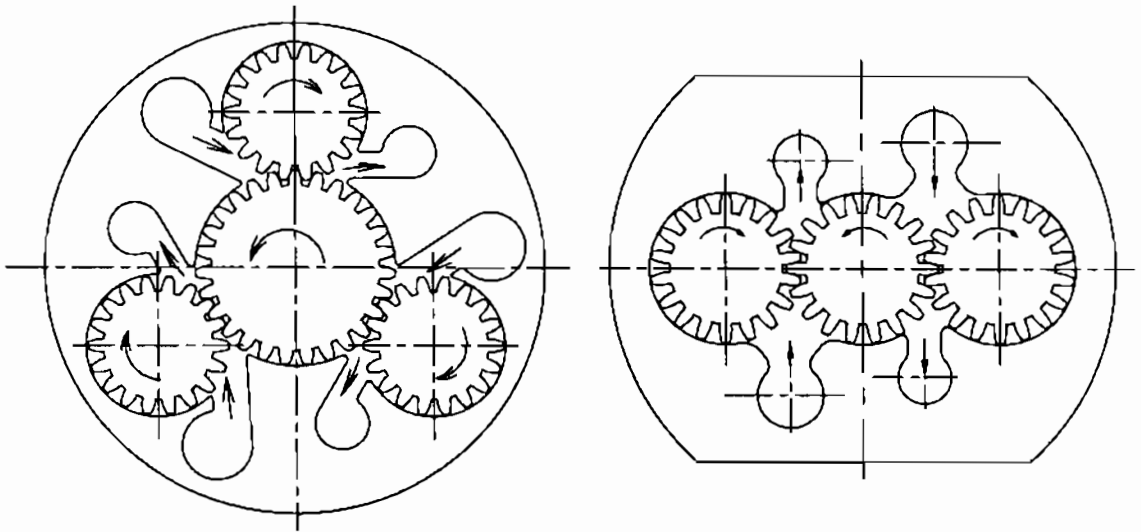
Tổn thất cơ khí trong động cơ bánh răng lớn hơn trong các động cơ pittông - rôto nhiều, nên áp suất dùng để khởi động động cơ bánh răng cũng đòi hỏi lớn hơn. Ví dụ để khởi động không tải một động cơ pittông - rôto chỉ cần áp suất ở lối vào khoảng  $0,5 \div 1,5$  at, trong khi đó đối với động cơ bánh răng tương đương cần đến áp suất  $10 \div 15$  at.

Vì vậy việc giảm ma sát trên các bề mặt làm việc của các chi tiết trong động cơ bánh răng cần được chú trọng đặc biệt. Mặt khác phải khắc phục phụ tải hướng tâm do chênh lệch áp lực chất lỏng lên bánh răng gây ra. Người ta thường bố trí các rãnh trong thành vỏ, nối các vùng có áp suất khác nhau để cân bằng áp lực trên trục (hình 11.18).



**Hình 11.18**

Người ta còn sử dụng động cơ nhiều bánh răng để có mômen quay lớn và kích thước nhỏ gọn hơn (hình 11.19)



**Hình 11.19**

Công suất của các loại này thường khá lớn, có thể đến 80 kW. Thậm chí với áp suất vài  $p = 100 \text{ at}$  và số vòng quay  $n \leq 100 \text{ vg/ph}$  và dùng 11 bánh răng, mômen quay có thể đạt tới  $20.000 \div 25.000 \text{ Nm}$ .

Đối với động cơ bánh răng thẳng có thể xác định mômen lý thuyết  $M_l$  và công suất lý thuyết  $N_l$  theo các công thức sau:

$$M_l = \frac{pb}{10} (Z+1) \quad \text{Ncm} \quad (11.28)$$

$$N_l = \frac{\pi R_o^3 bn}{306} (Z+1) \quad \text{kW} \quad (11.29)$$

Trong đó  $R_o(\text{cm})$  - bán kính vòng tròn cơ sở;

$b(\text{cm})$  - chiều rộng bánh răng;

$p(\text{N/cm}^2)$  - áp suất chất lỏng.

### c. Máy thủy lực bánh răng ăn khớp trong

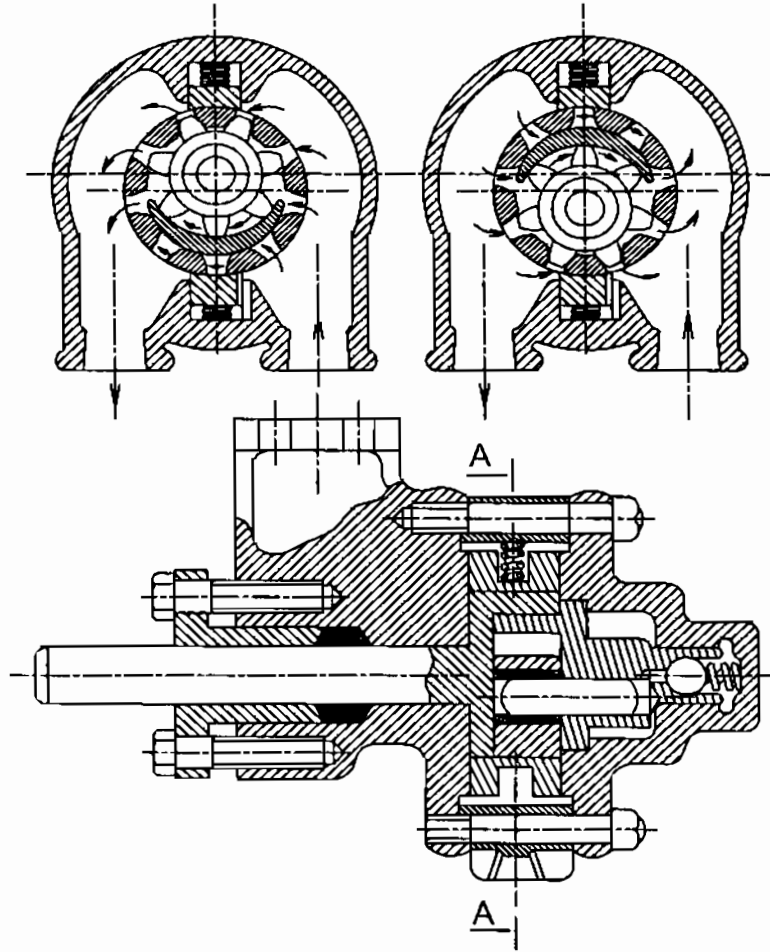
Để giảm kích thước, làm máy nhỏ gọn hơn, người ta chế tạo máy thủy lực bánh răng ăn khớp trong. Với loại máy này, bánh răng ngoài bao giờ cũng có số răng  $Z_n$  lớn hơn số răng  $Z_l$  của bánh răng trong. Căn cứ vào hiệu số  $Z_n - Z_l$ , người ta chia máy thành hai loại:

+ Loại có  $Z_n - Z_l > 1$

+ Loại có

$$Z_n - Z_1 = 1$$

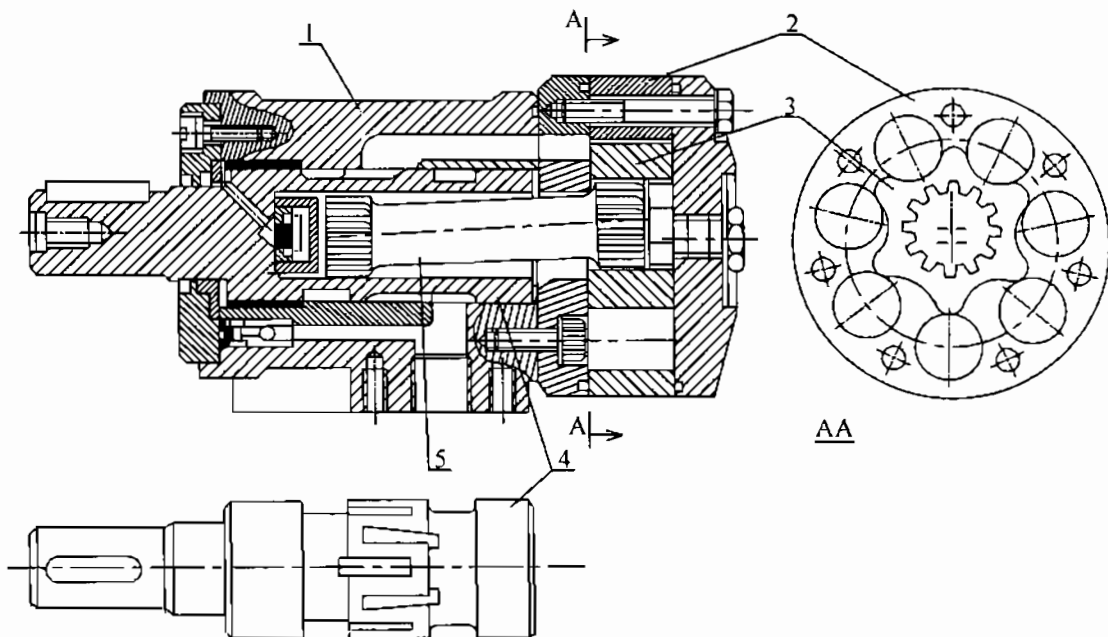
Cũng như đối với loại ăn khớp ngoài, loại máy ăn khớp trong có  $Z_n - Z_1 > 1$  luôn luôn chỉ có một cặp răng ăn khớp trong quá trình làm việc (hình 11.20) do đó chỉ có một khoảng trống giữa hai bánh răng.



**Hình 11.20**

Để tạo ra bong hút và đẩy riêng biệt, người ta phải bố trí tấm chắn hình lưới liềm. Kích thước loại này tuy có nhỏ gọn hơn loại ăn khớp ngoài, nhưng lưu lượng và mômen quay không biến đổi đáng kể và lưu lượng cũng chỉ phụ thuộc bậc nhất vào số răng  $Z$  của bánh răng chủ động.

Đối với loại máy có  $Z_n - Z_1 = 1$  thì khác hẳn. Trong cùng một thời điểm tất cả các cặp răng đều tiếp xúc với nhau. Vì vậy luôn luôn tồn tại số buồng làm việc kín bằng số răng của bánh răng trong  $Z_1$  (hình 11.21).



**Hình 11.21**

Loại máy này có các ưu điểm cơ bản sau:

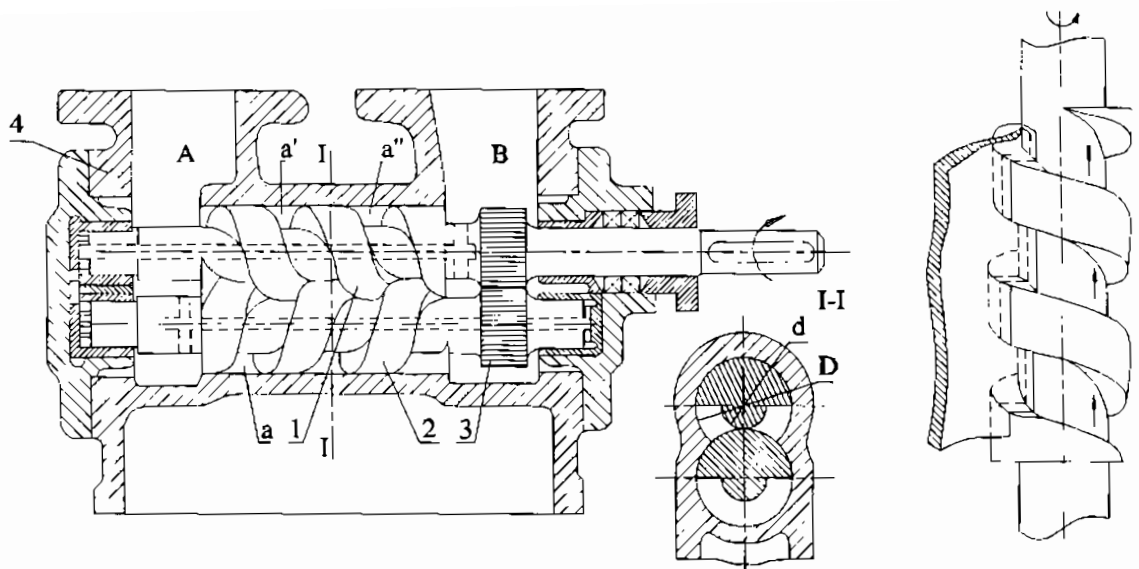
- Kết cấu đơn giản vì không cần dùng lưỡi liềm để tạo ra các buồng làm việc.
- Thể tích làm việc rất lớn. Tại mọi thời điểm đều có số buồng làm việc bằng số răng trong. Về mặt lý thuyết, thể tích chết có thể bằng không nên khi làm việc ở chế độ động cơ tỷ số nén rất cao. Khi làm việc ở chế độ bơm, lưu lượng chất lỏng tỉ lệ với tích số  $Z_n \cdot Z_1$  (trong khi đối với các loại ăn khớp ngoài chỉ tỉ lệ với số răng của bánh răng chủ động).
- Do sự tắng áp diễn ra từ nửa chu vi bánh răng nên máy làm việc êm. Tuổi thọ cao do đường ăn khớp khép kín, hệ số trùng khớp rất lớn (bằng số răng của vành răng ngoài).
- Hệ số dao động lưu lượng và mômen rất nhỏ do tổng thể tích các khoang làm việc tương đối bằng nhau tại mọi thời điểm. Với cùng số răng so với máy ăn khớp ngoài, hệ số dao động lưu lượng của máy ăn khớp trong có thể nhỏ hơn tới 10 lần.
- Khi cùng lưu lượng, máy ăn khớp trong có kích thước nhỏ hơn rất nhiều so với loại máy ăn khớp ngoài.

## 2. Máy thủy lực trực vít

Cũng giống như các máy thủy lực khác, máy thủy lực trực vít có thể thực hiện hai chức năng: bơm và động cơ.

### a. Bơm trực vít

Hình 11.22 giới thiệu kết cấu của một bơm hai trục vít có ren chữ nhật.



- |                                     |                       |
|-------------------------------------|-----------------------|
| a)                                  | b)                    |
| 1 - Trục vít chủ động.              | 2 - Trục vít bị động. |
| 3 - Cặp bánh răng ăn khớp với nhau. | 4 - Vỏ bơm.           |
| A - Bọng hút.                       | B - Bọng đẩy.         |

**Hình 11.22 - Kết cấu bơm hai trục vít.**

Để dễ hình dung nguyên lý hoạt động của loại bơm này, ta tưởng tượng có một đai ốc ăn khớp ren với trục vít. Nếu giữ cho đai ốc không quay, khi trục vít quay, đai ốc sẽ có chuyển động tịnh tiến theo phương trục của trục vít. Tương tự, nếu bao quanh trục vít là chất lỏng thì chất lỏng đó đóng vai trò như một đai ốc. Khi trục vít quay, chất lỏng cũng sẽ có chuyển động tịnh tiến theo phương trục của trục vít.

Nếu hai trục vít ăn khớp với nhau, ren của trục vít này chèn vào rãnh ren của trục vít kia. Ren này có tác dụng như một tấm chắn không cho chất lỏng trong rãnh ren quay theo trục mà chỉ có thể chuyển động tịnh tiến theo phương trục. Nếu trục vít chủ động 1 quay theo chiều mũi tên thì chất lỏng sẽ được chuyển từ bọng hút A đến bọng đẩy B.

Ngoài trục vít ren vuông, người ta còn dùng các loại ren khác như: ren hình thang hoặc cycloid.

Từ kết cấu và nguyên lý làm việc của bơm ta thấy rất khó đảm bảo sự kín khít của thể tích làm việc, nên tổn thất thủy lực, lưu lượng và cơ khí khá lớn. Do đó hiệu suất làm việc của bơm tương đối thấp.

Tổn thất lưu lượng là nguyên nhân đáng kể làm giảm hiệu suất của bơm. Trong quá trình hoạt động, chất lỏng có thể chảy ngược từ bọng đẩy về bọng hút qua các khe hở không thể tránh khỏi. Đó là:

- Khe hở giữa trục vít và vỏ bơm.

- Khe hở giữa các mặt ren.
- Khe hở giữa đỉnh ren và chân ren.

Để hạn chế các khe hở trên có thể dùng hai cách:

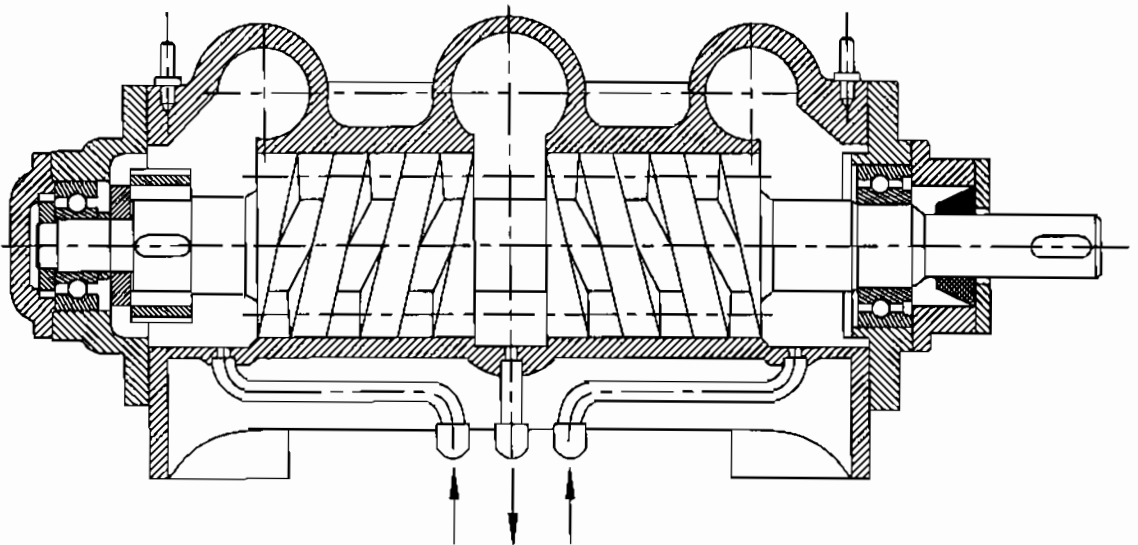
- Tăng số bước ren của mỗi ren trên trục vít, tức là tăng chiều dài làm việc của trục vít.
- Giảm chiều dài bước ren, tức là giảm góc nâng của mỗi ren.

Theo cách đầu thì kích thước của bơm tăng lên nhiều. Theo cách thứ hai thì tính tự hãm của truyền động trục vít tăng lên, do đó tổn thất cơ khí tăng làm hiệu suất cơ khí giảm đi. Vì vậy cần dung hòa hai biện pháp trên, nghĩa là tăng chiều dài của bước ren và giảm bước ren tới mức có thể.

Ta biết khi tăng số bước ren, góc nâng giảm đi, tính tự hãm tăng lên. Do đó người ta thường bố trí thêm bộ truyền bánh răng 3 (hình 11.23) để hỗ trợ truyền động của cặp trục vít.

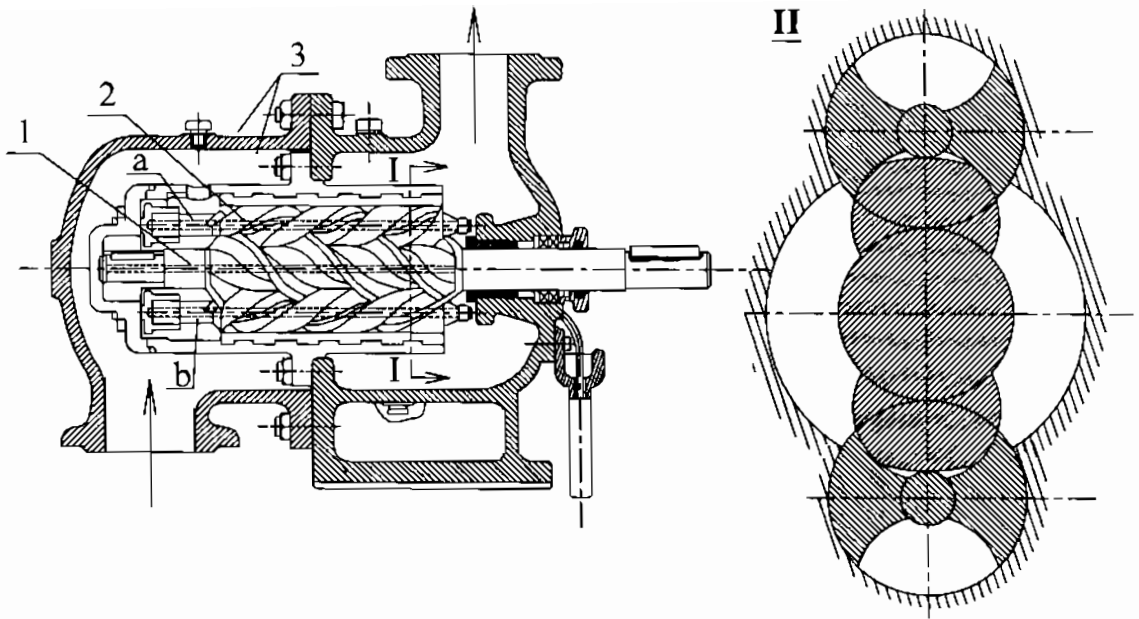
Do các nhược điểm nói trên, bơm hai trục vít đó có áp suất và lưu lượng hạn chế. Thường thì áp suất  $p = 100 \text{ at}$ , còn lưu lượng  $Q = 20 \div 40 \text{ l/ph}$ .

Cũng như đối với bơm bánh răng nghiêng, bơm trục vít, khi làm việc, phát sinh lực hướng trục, tác dụng lên ổ đỡ, làm giảm tuổi thọ của bơm. Để giảm lực hướng trục, người ta làm các rãnh a và b (hình 11.23) hoặc có thể dùng trục vít có hai phần ren ngược chiều nhau (hình 11.23)



**Hình 11.23**

Để tăng khả năng làm kín, người ta làm bơm ba trục vít (hình 11.24).



**Hình 11.24**

Khi ba trục vít ăn khớp nhau, diện tích làm kín giữa các mặt ren nhiều hơn thậm chí hầu như không có khe hở giữa các mặt ren. Vì vậy loại này có hiệu suất lưu lượng cao hơn loại hai trục vít.

Mặt khác, đối với loại ba trục vít, góc nâng mỗi ren có thể làm tăng lên nên hiệu suất cơ khí lớn hơn so với bơm hai trục vít. Vì vậy áp suất làm việc của loại này có thể tăng lên đến 200 at.

### 3. Máy thủy lực cánh gạt

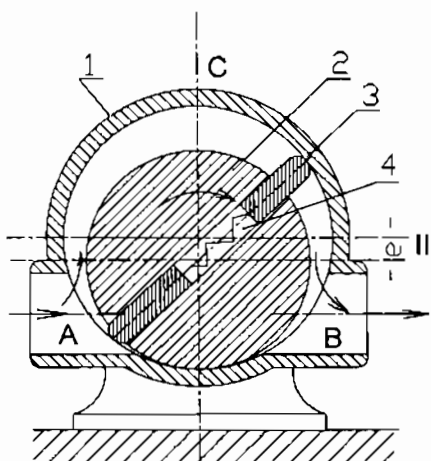
#### a. Bơm cánh gạt

Hình 11.25 là sơ đồ kết cấu của một bơm cánh gạt đơn giản nhất.

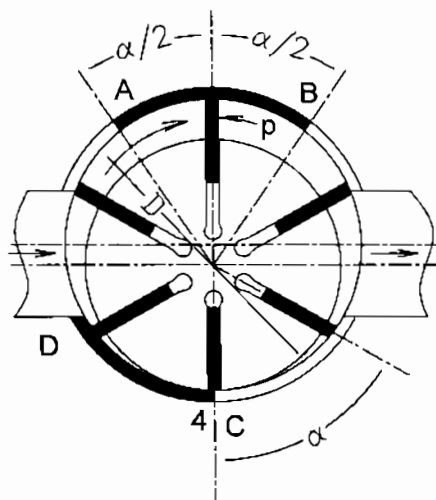
Vỏ bơm 1 hình trụ, có rôto 2 đặt lệch tâm với vỏ một khoảng  $e$ . Trên rôto có các rãnh chứa các cánh phẳng 3. Khi rôto quay, các bản phẳng này có chuyển động trượt trong các rãnh đó. Để cho cánh luôn luôn tì sát vào vỏ, người ta bố trí các lò xo 4 trong các rãnh. Như vậy các khoảng không gian giữa vỏ, rôto và cánh là các buồng làm việc của bơm. Các buồng này được thông ra ngoài bằng các cửa A và B.

Giả sử rôto quay theo chiều mũi tên, thể tích buồng bên trái tăng dần, làm áp suất trong đó giảm xuống. Do đó chất lỏng được hút qua cửa A vào buồng làm việc. Trong khi đó thể tích buồng bên phải giảm dần, áp suất trong đó tăng lên, ép chất lỏng qua cửa B vào ống đẩy.





Hình 11.25



Hình 11.26

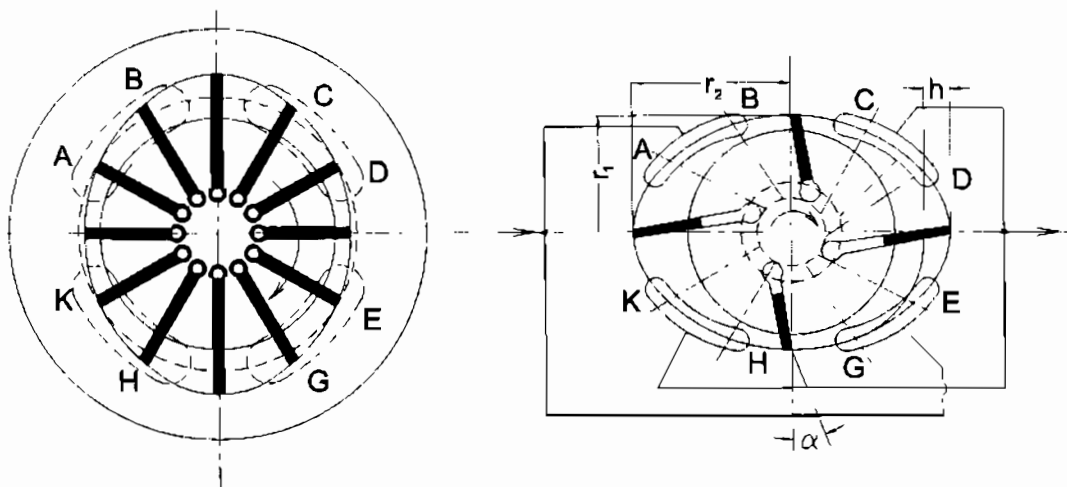
Để chất lỏng không chảy ngược từ bơm đẩy về bơm hút và không bị kẹt trong các buồng làm việc thì phải bố trí sao cho cánh gạt này bắt đầu bịt kín đường hút chất lỏng (tại vị trí I) thì cánh gạt kia bắt đầu mở cho chất lỏng thông với đường đẩy, để tránh hiện tượng chất lỏng bị “kẹt” trong buồng làm việc kín.

Để cho lưu lượng ít dao động, người ta tăng số cánh gạt. Thông thường số cánh gạt có khoảng từ 4 ÷ 12 (hình 11.26)

Nếu trong các rãnh của rôto không bố trí lò xo thì người ta phải thông các rãnh với bơm đẩy để gây áp lực ép các cánh gạt luôn luôn tì vào vỏ bơm.

Các loại bơm nêu trên là bơm tác dụng đơn vì trong một chu kỳ làm việc chỉ diễn ra một lần hút và một lần đẩy. Do đặc điểm này nên phát sinh lực tác dụng lên ổ trục. Áp suất làm việc càng cao, lực đó càng lớn, nên áp suất làm việc bị hạn chế.

Để giảm tải trọng trên trục, người ta chế tạo bơm tác dụng kép (hình 11.27).



Hình 11.27

Đặc điểm của bơm tác dụng kép là rôto đồng tâm với stato (vỏ). Kết cấu của rôto không thay đổi, nhưng thành stato không phải hình trụ tròn. Bơm có hai bọng hút AB, EG và hai bọng đẩy CD, HK. Các cung BC, DE, GH, KA nằm là các mặt trụ tròn đồng tâm với rôto.

Với cấu tạo này, trong một chu kỳ làm việc, bơm thực hiện hai quá trình hút và hai quá trình đẩy chất lỏng.

Bơm rôto cánh gạt tác dụng đơn có áp suất làm việc tương đối thấp và phạm vi sử dụng hẹp hơn bơm bánh răng. Thường áp suất làm việc không quá 20 at, lưu lượng từ 5 ÷ 150 l/s với số vòng quay  $n = 1000 \div 200$  vg/ph. Đối với bơm tác dụng kép, áp suất làm việc cao hơn nhưng không quá 70 at, lưu lượng từ 5 ÷ 200 l/s. Hiệu suất bơm cánh gạt khá thấp ( $\eta = 0,5 \div 0,8$ ). Tuy nhiên bơm có kết cấu nhỏ gọn và có thể điều chỉnh được lưu lượng (bằng cách thay đổi độ lệch tâm  $e$  giữa stato và rôto).

Lưu lượng trung bình lý thuyết của bơm cánh gạt tác dụng đơn có thể tính bằng công thức:

$$Q_l = \frac{nq}{60} \quad (11.30)$$

Trong đó  $n$  (vg/ph) - số vòng quay của bơm.

$q$  - lưu lượng trong một chu kỳ làm việc (một vòng quay).

$$q = 2 e b (2 \pi r - \delta z)$$

ở đây  $e$  - độ lệch tâm.

$b$  - chiều rộng cánh gạt ,

$\delta$  - chiều dày cánh gạt.

$z$  - số cánh gạt.

$r$  - bán kính trong của vỏ bơm (stato).

Vậy lưu lượng thực tế của bơm:

$$Q = \eta_Q \cdot Q_l$$

Trong đó  $\eta_Q$  - hiệu suất lưu lượng của bơm. Thường thì  $\eta_Q = 0,8 \div 0,9$ .

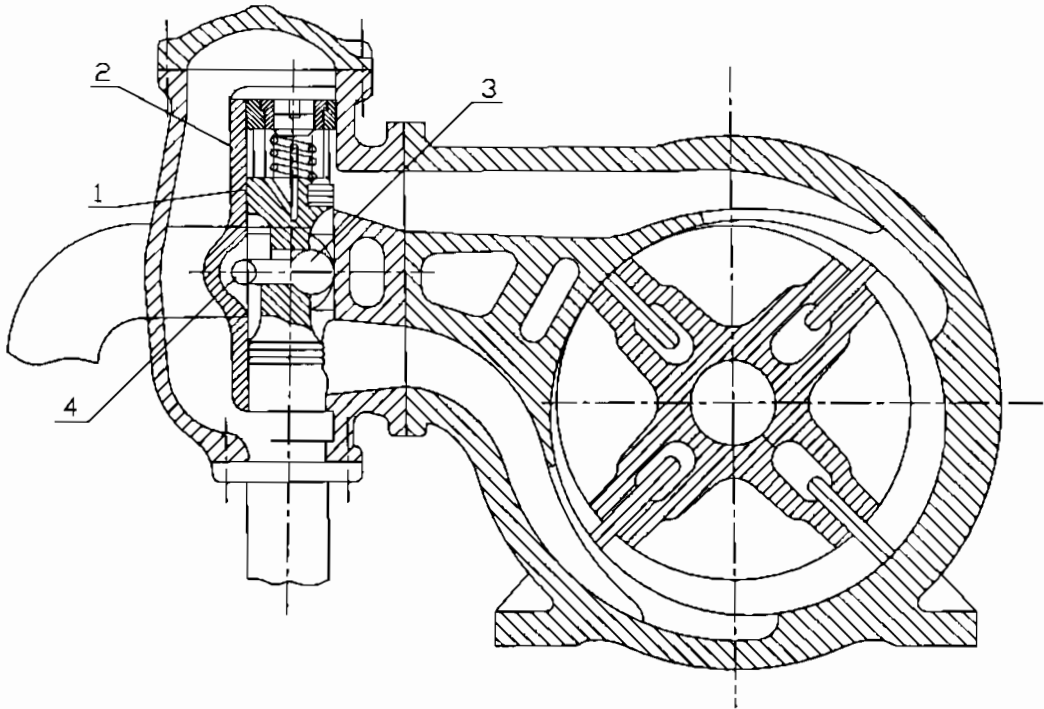
b. Động cơ cánh gạt

Động cơ cánh gạt có kết cấu như bơm cánh gạt. Trong nhiều trường hợp, máy có thể thực hiện hai chức năng.

Mômen quay, hoặc vận tốc quay của động cơ cánh gạt tác dụng đơn có thể được điều chỉnh vô cấp bằng cách điều chỉnh độ lệch tâm  $e$  giữa rôto và stato. Đối với loại động cơ cánh gạt tác dụng kép, không có độ lệch tâm, muốn điều chỉnh các thông số trên người ta có thể thực hiện bằng cách điều chỉnh lưu lượng vào động cơ.

Động cơ thủy lực cánh gạt dùng trong truyền động thủy lực thường có số vòng quay  $n = 100 \div 200$  vg/ph với mômen quay có thể đạt đến 15.000 Nm. Trong các trường hợp dùng trong tàu thủy, máy mò, băng tải... mômen làm việc có thể đến 50.000 Nm nhưng với số vòng quay nhỏ  $n = 50 \div 100$  vg/ph.

Hình 11.28 là một ví dụ về kết cấu của một động cơ cánh gạt có bộ phận điều chỉnh mômen và số vòng quay.



**Hình 11.28**

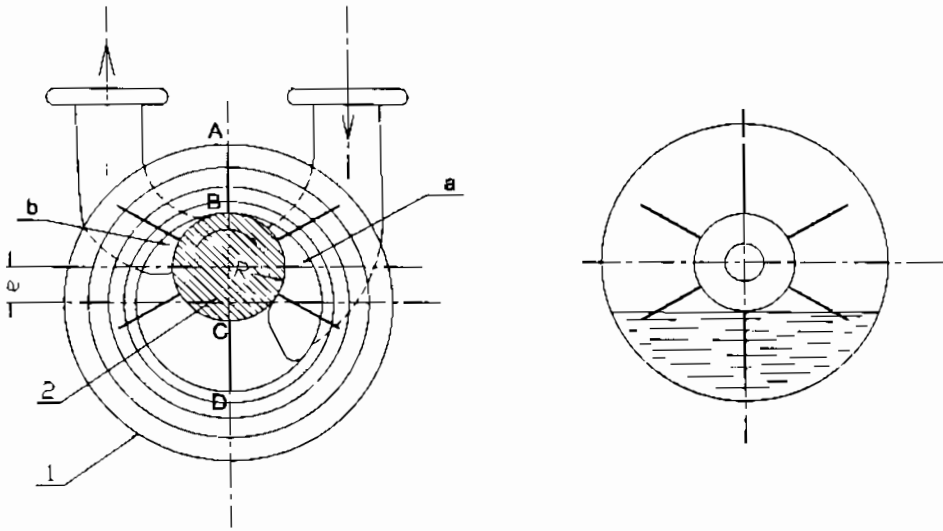
Bộ phận điều chỉnh bao gồm pittông 1 trong xilanh 2. Sự di chuyển của pittông được điều khiển bởi tay quay 3, quay xung quanh trục quay 4. Bằng cách xoay tay quay 3, pittông 1 sẽ có chuyển động tịnh tiến trong xilanh 2 để thu hẹp hoặc mở rộng cửa lưu thông nguồn chất lỏng vào động cơ.

**a. Bơm chân không vòng nước**

Để hút khí, tạo chân không phục vụ kỹ thuật sản xuất, người ta có thể dùng bơm chân không vòng nước.

Cấu tạo của loại bơm này rất đơn giản (hình 11.29).

Rôto 2 đặt lệch tâm trong vỏ hình trụ tròn 1. Trên rôto có gắn các cánh cố định. Trong vỏ có chứa nước. Khi rôto quay, các cánh gạt quay theo làm nước có chuyển động vòng tròn. Dưới tác dụng của lực li tâm, nước tạo thành một hình vành khăn sát vào vỏ, gây nên các buồng làm việc kín. Ở các mặt bên của vỏ bơm có miệng hút a thông với ống hút và miệng đẩy b thông với ống đẩy.



Hình 11.29

Nếu cánh gạt quay theo chiều mũi tên, buồng làm việc (chứa khí) bên phải có thể tích tăng dần, áp suất trong đó giảm đi, không khí sẽ bị hút vào bơm qua ống hút. Ngược lại các buồng chứa khí bên trái có thể tích giảm dần, áp suất tăng lên, khí sẽ bị đẩy ra ngoài qua ống đẩy.

Như vậy, ống hút của bơm nối với một buồng kín, do khí bị hút qua bơm trong quá trình bơm hoạt động, áp suất trong buồng ngày càng giảm tạo nên độ chân không ngày càng cao.

Bơm chân không được dùng nhiều trong kỹ thuật hút chân không, trong sấy lạnh các thực phẩm hoặc dùng để “môi” các bơm li tâm lớn.

Lưu lượng hút khí của bơm chân không vòng nước có thể suy từ công thức (11.30) của bơm cánh gạt, chỉ khác là thay trị số  $r$  (bán kính trong của vỏ), bằng bán kính trong của vòng nước ( $r_0 + e$ ).

$$Q = \eta_Q \frac{neb}{30} [2\pi(r_0 + e) - \delta z] \quad (11.31)$$

$\eta_Q$  - hiệu suất lưu lượng, thường  $\eta_Q = 0,7 \div 0,8$ .

Để cho bơm chân không vòng nước làm việc được, cần phải có một thể tích nước  $V$  đủ tạo nên các buồng kín. Nếu gọi  $\alpha$  là đường kính của vòng tròn bao ngoài đỉnh cánh của rôto và  $d_0$  là đường kính của rôto (hình 11.30), thì thể tích của nước tối thiểu cần có là:

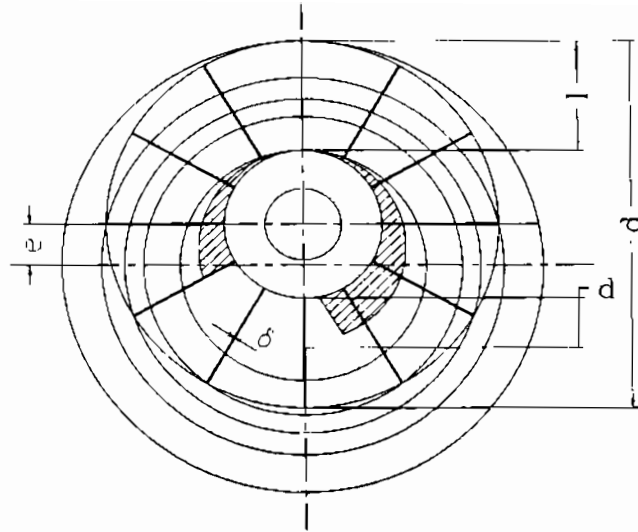
$$V = b \left[ \frac{\pi}{4} (d^2 - d_0^2) - z \delta l \right] \quad (11.32)$$

Trong đó

$z$  - số cánh gạt.

$\delta$  - chiều dày cánh gạt.

$l$  - chiều cao cánh gạt.



**Hình 11.30**

Thực tế, trong quá trình làm việc một phần nước bị cánh gạt gạt qua miệng đẩy của bơm. Vì vậy cần thường xuyên bổ sung nước cho bơm để làm kín.

## Chương 12

# TRUYỀN ĐỘNG THỦY LỰC

### §12.1. GIỚI THIỆU CHUNG

Trong kỹ thuật có ba loại truyền động chính: Truyền động cơ khí, truyền động điện và truyền động thủy lực. Nét cơ bản của các loại truyền động đó là quá trình biến đổi dòng năng lượng từ bộ nguồn qua các bộ phận biến đổi, điều khiển đến cơ cấu chấp hành. Trong truyền động thủy lực dòng năng lượng đó là dòng năng lượng của chất lỏng.

Tất nhiên, do nhu cầu thực tế ngày càng phong phú, trong một hệ thống truyền động không chỉ có một dạng năng lượng mà có nhiều dạng năng lượng khác nhau cùng tham gia thực hiện truyền động. Sự kết hợp một cách linh hoạt các loại truyền động đã phát huy được các ưu việt của mỗi loại để đạt được hiệu quả tối ưu về các chỉ tiêu kinh tế, kỹ thuật.

Có thể chia truyền động thủy lực thành hai loại: Truyền động thủy động và truyền động thủy lực thể tích. Trong truyền động thủy động, người ta sử dụng và biến đổi động năng của chất lỏng là chủ yếu. Vì vậy, trong hệ thống này thường dùng các máy cánh dẫn để làm bộ nguồn và cơ cấu chấp hành. Còn trong truyền động thể tích, người ta sử dụng và biến đổi áp năng là chính. Do đó, bộ nguồn và các cơ cấu chấp hành thường là các máy thể tích.

Ta đã biết, trong dòng năng lượng của chất lỏng, nếu thành phần động năng lớn, cơ năng chất lỏng bị tổn thất rất nhanh. Vì vậy, trong hệ thống truyền động thủy lực, bộ nguồn và cơ cấu chấp hành thường được ghép khá sát nhau. Bộ phận biến đổi và điều khiển cần phải được bố trí trong không gian hẹp, sao cho quãng đường chuyển động của chất lỏng là ngắn nhất.

Ngược lại, trong truyền động thủy lực thể tích, có thể bố trí bộ phận biến đổi và điều khiển trong phạm vi rộng, nghĩa là bộ nguồn có thể cách khá xa cơ cấu chấp hành. Để dẫn chất lỏng từ nguồn đến cơ cấu chấp hành có thể dùng các đường ống chịu áp lực mà không gây ra nhiều tổn thất cơ năng của chất lỏng. Nếu không gian bố trí truyền động thủy động là từng cụm thì hệ thống truyền động thủy lực thể tích có thể bố trí rải ra trên toàn bộ máy.

So với các hệ thống truyền động khác, truyền động thủy lực có các ưu và nhược điểm sau đây:

Ưu điểm:

- Truyền động các công suất lớn.
- Có thể thực hiện được điều chỉnh vô cấp một cách dễ dàng.
- Có thể điều chỉnh được vận tốc của cơ cấu chấp hành cũng như ổn định được vận tốc không phụ thuộc vào tải và ngay cả khi máy đang hoạt động.
- Kết cấu gọn, nhẹ. Tỉ số trọng lượng trên một đơn vị công suất rất nhỏ.
- Quán tính nhỏ vì vậy ổn định nhanh.

- Truyền chuyển động rất êm, hầu như không có tiếng ồn.
- Chịu được tác dụng va đập, làm việc an toàn.
- Có thể đề phòng được sự cố khi hệ thống quá tải.

Nhược điểm:

- Tốc độ truyền động bị hạn chế để đề phòng va đập thủy lực, tổn thất cơ năng và hiện tượng xâm thực trong quá trình hoạt động.

- Để giảm trọng lượng riêng, hệ thống cần phải làm việc với áp suất cao. Vì vậy việc làm kín các bộ phận làm việc, tránh lọt khí, tổn thất áp suất... rất khó khăn. Điều này dẫn đến yêu cầu rất cao về độ chính xác khi gia công các chi tiết, làm tăng giá thành sản phẩm.

- Yêu cầu đối với chất lỏng làm việc khá khắt khe: độ nhớt thích hợp (để giảm rò rỉ và tổn thất cơ năng), ít thay đổi khi nhiệt độ và áp suất làm việc thay đổi, khó bị ôxy hóa, khó cháy, không ăn mòn kim loại, không độc...

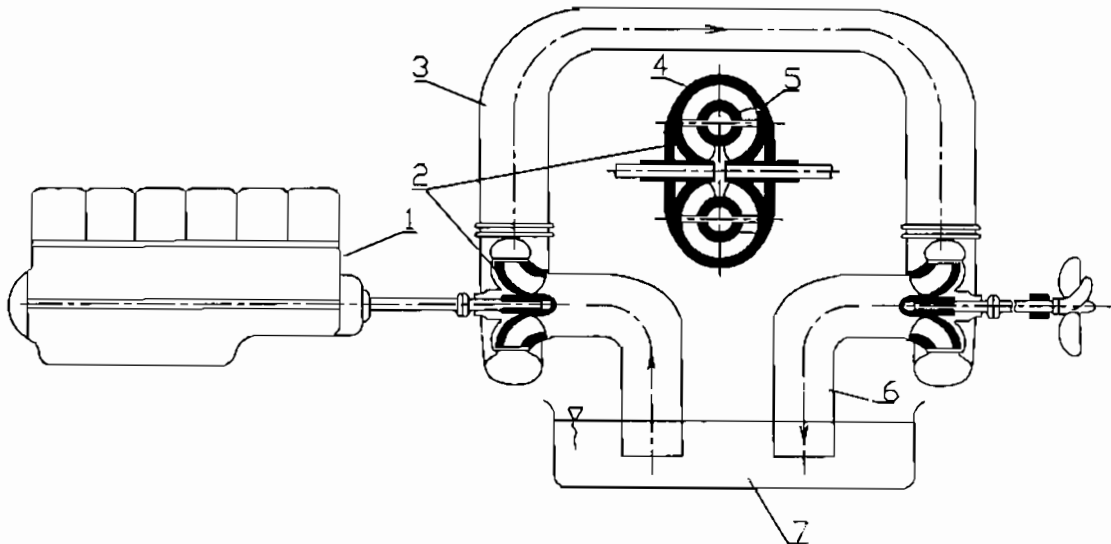
Biết được các ưu nhược điểm trên, ta có thể sử dụng truyền động thủy lực kết hợp với truyền động điện, cơ khí... để tạo nên giải pháp tối ưu trong truyền động.

## §12.2. TRUYỀN ĐỘNG THỦY ĐỘNG

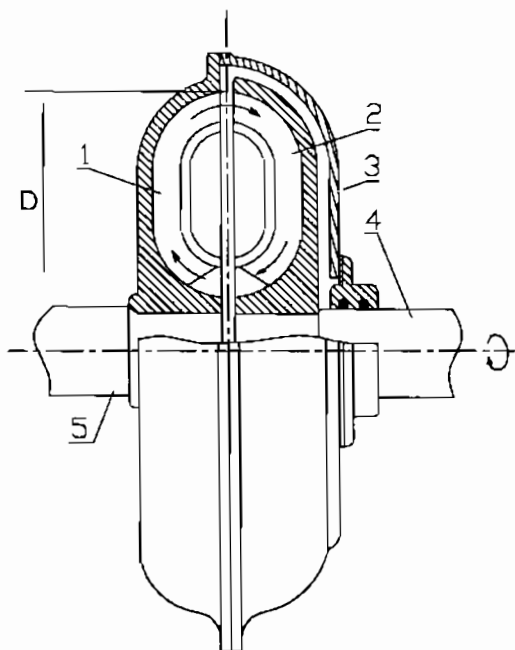
Truyền động thủy động ra đời từ đầu thế kỷ 20. Xuất phát từ nhu cầu phải truyền chuyển động có vận tốc cao và công suất lớn như từ động cơ đến chân vịt tàu thủy. Truyền chuyển động bằng ma sát (li hợp ma sát) không thể đảm bảo, thường bị trượt trong trường hợp vận tốc cao, công suất lớn. Phương pháp truyền động này ngày càng được dùng rộng rãi trong các máy giao thông như ô tô, máy kéo, xe tăng, tàu thủy, tàu hỏa....

### 12.2.1. Nguyên lý làm việc của truyền động thủy động

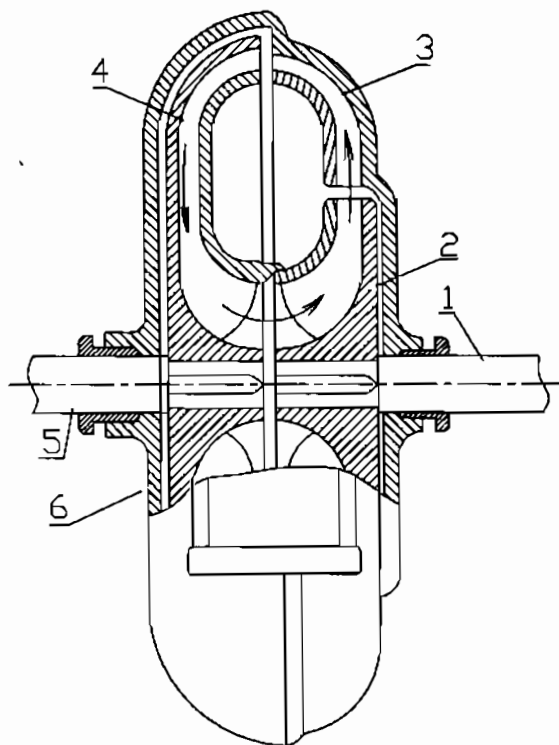
Hình 12.1 biểu diễn sơ đồ nguyên lý của truyền động thủy động từ một chuyển động quay này sang chuyển động quay khác, ví dụ từ động cơ tàu thủy đến chân vịt.



Hình 12.1. Sơ đồ nguyên lý truyền động thủy động.



Hình 12.2



Hình 12.3

Động cơ 1 kéo bơm 2 hoạt động làm cho chất lỏng được hút từ thùng chứa 7 qua ống hút 8 vào ống nối 3 sang tuabin 4 làm quay chân vịt 5. Chất lỏng từ tuabin được xả về thùng chứa 7 qua ống xả 6.

Với sơ đồ như trên ta thấy chuyển động quay của động cơ đốt trong đã được truyền cho chân vịt bằng một khớp nối là tổ hợp Bơm - Tuabin. Vì vậy sơ đồ này thực chất là sơ đồ của một khớp nối thủy lực. Kết cấu này có nhược điểm là công suất thấp, không vượt quá 70%.

Để kết cấu gọn, nhẹ, hiệu suất cao hơn, người ta ghép bánh công tác bơm và tuabin sát nhau trong một vỏ chung (hình 12.2).

Bánh công tác bơm 1 được lắp cố định trên trục dẫn 5 nối liền với động cơ cần dẫn động. Bánh công tác của tuabin 2 được lắp trên trục bị dẫn 4. Vỏ 3 của khớp nối lắp với bánh công tác bơm tạo thành buồng làm việc chứa chất lỏng. Hai trục dẫn và bị dẫn tách rời nhau.

Khi trục dẫn 5 quay, bánh công tác 1 của bơm quay theo. Hoạt động của bơm tạo nên dòng chất lỏng có năng lượng cao. Dòng chất lỏng này được dẫn vào bánh công tác 2 của tuabin làm tuabin quay theo chiều quay của bơm. Như vậy mômen quay được truyền từ trục dẫn 5 tới trục bị dẫn 4. Chất lỏng sau khi ra khỏi tuabin lại được dẫn trở lại bánh công tác bơm và lặp lại quá trình dẫn động như trên.

Để có thể biến đổi mômen quay giữa trục dẫn và bị dẫn, người ta dùng biến tốc thủy lực.

Hình 12.3 trình bày sơ đồ của một biến tốc thủy lực đơn giản. Khác với khớp nối thủy lực, trong cấu tạo của biến tốc người ta còn lắp thêm bộ phận dẫn hướng 3 (còn gọi là bánh phản ứng) cố định với vỏ 6.

Trong bộ phận dẫn hướng cũng có các cánh dẫn. Ở biến tốc, chất lỏng sau khi ra khỏi



bánh công tác 2 của bơm sẽ đi vào bánh phản ứng 3. Nhờ có kết cấu cánh dẫn hợp lý trong bánh phản ứng, hướng dòng chảy được thay đổi cho phù hợp với lối vào của bánh công tác tuabin để tránh va đập. Mặt khác, qua bánh phản ứng vận tốc dòng chảy sẽ được thay đổi phù hợp với yêu cầu ở lối vào bánh công tác tuabin bằng cách thay đổi diện tích mặt cắt của các máng dẫn giữa các cánh trong bánh phản ứng.

Chất lỏng khí qua bánh phản ứng sẽ tác dụng vào bánh này một mômen quay. Nhưng do bánh phản ứng được cố định vào vỏ nên nó có tác dụng như một điểm tựa truyền lại cho chất lỏng một mômen động lượng (còn gọi là mômen phản ứng).

Nếu bánh phản ứng quay tự do (không gắn với vỏ) thì mômen quay của trục dẫn sẽ được truyền nguyên vẹn cho trục bị dẫn. Khi đó biến tốc làm việc như một khớp nối.

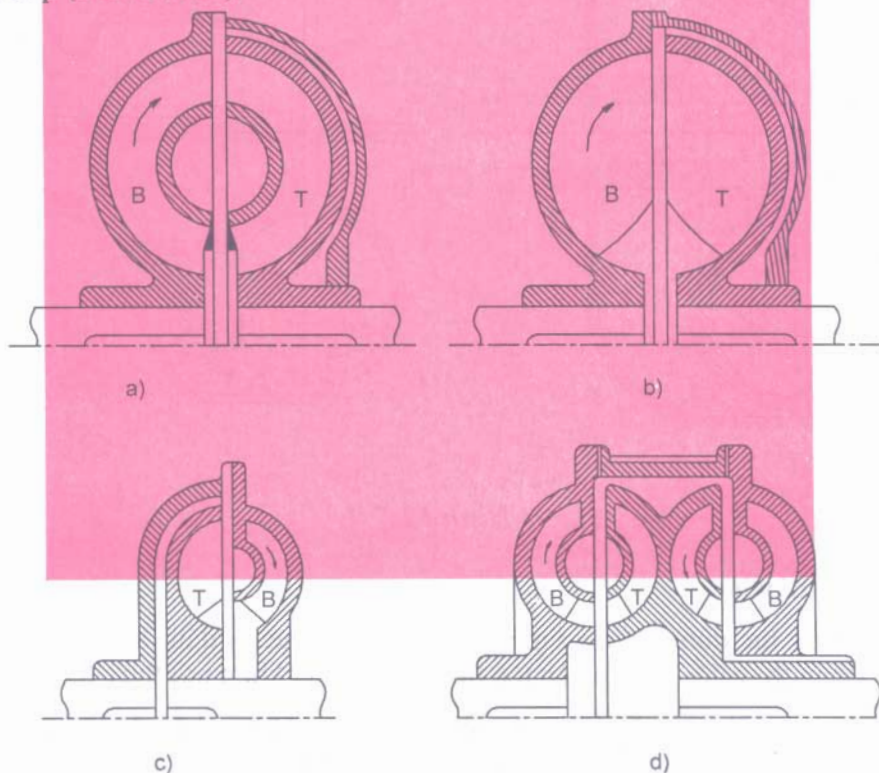
### 12.2.2. Các loại truyền động thủy động

#### 1. Khớp nối thủy lực

Trong thực tế có nhiều khớp nối thủy lực khác nhau và có thể được phân loại theo hai cách: theo kết cấu và theo phương pháp điều chỉnh.

a. Theo kết cấu, khớp nối thủy lực có thể được chia thành các loại sau:

- Loại có vành trong (hình 12.4.a).
- Loại không có 2 vành trong (hình 12.4.b).
- Loại chỉ có 1 vành trong (hình 12.4.c).
- Loại kép (hình 12.4.d).



Hình 12.4

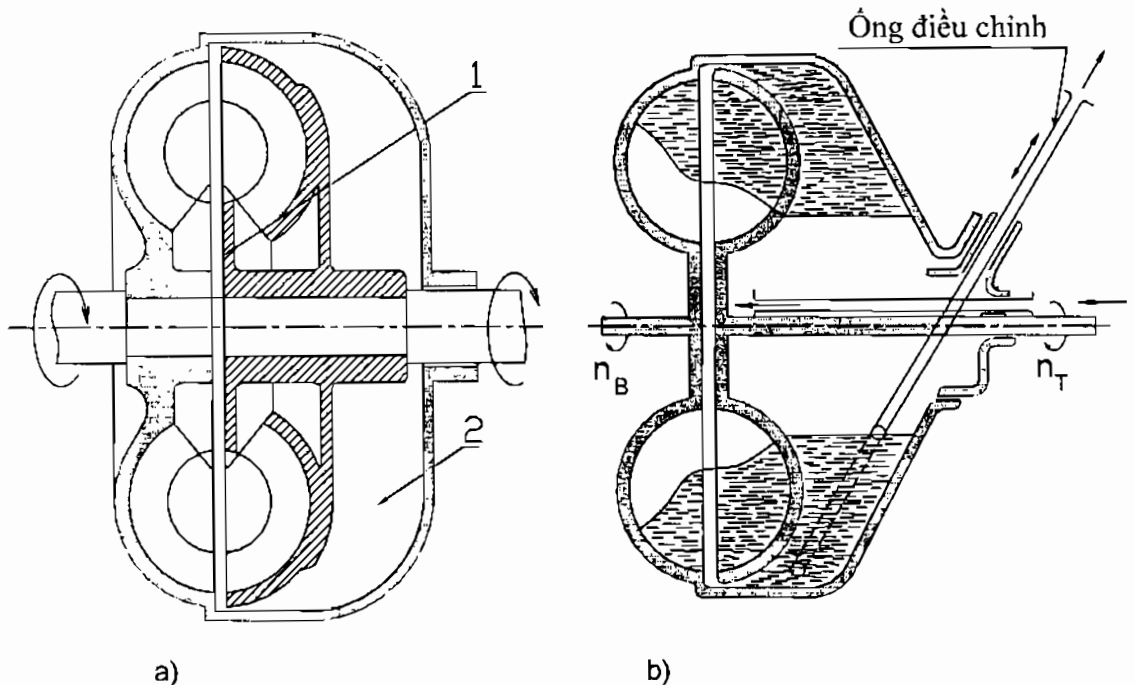
Khớp nối có vành trong có tác dụng dẫn dòng. Tuy nhiên, qua thực tế sử dụng, dòng chảy trong đó bị tổn thất cơ năng lớn. Với loại không có vành trong, dòng chảy ít bị tổn thất hơn. Vì vậy để giảm tổn thất và hướng dòng tốt hơn, người ta dùng loại khớp nối có một vành trong.

Khớp nối kép bao gồm hai khớp nối ghép song song, do đó kích thước đường kính gọn hơn. Mặt khác, do tính chất đối xứng của kết cấu nên khắc phục được lực hướng trục. Tuy nhiên, nó có kết cấu phức tạp và trọng lượng lớn hơn loại khớp nối đơn.

b. Theo phương pháp điều chỉnh, khớp nối được chia ra hai loại không điều chỉnh (hình 12.5a) và có điều chỉnh (hình 12.5b).

Ở khớp nối không điều chỉnh, khi vận tốc quay của trục dẫn không đổi thì vận tốc quay của trục bị dẫn chỉ phụ thuộc vào mômen tải đặt trên trục bị dẫn.

Trong khớp nối điều chỉnh, số vòng quay của trục bị dẫn không những phụ thuộc vào mômen tải mà còn phụ thuộc vào vị trí cơ cấu điều chỉnh. Cơ cấu này dùng để thay đổi lượng chất lỏng làm việc trong khớp nối và được điều khiển bằng tay hoặc tự động



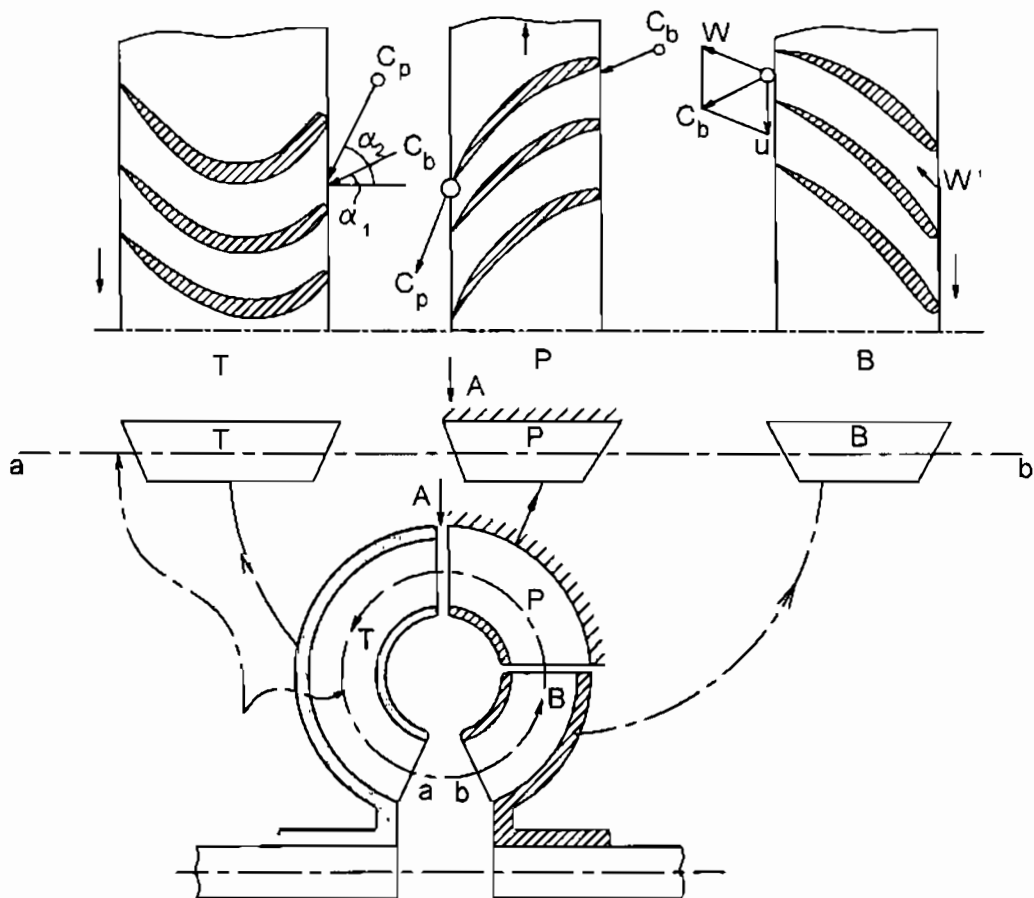
Hình 12.5

## 2. Biến tốc thủy lực

Biến tốc thủy lực dùng để tăng mômen quay trên trục bị dẫn. Mặt khác nó cũng có tính chất tự động thay đổi vô cấp vận tốc trục bị dẫn như khớp nối thủy lực.

Ta biết, khác với khớp nối, biến tốc còn có thêm một bộ phận đó là bánh phản ứng. Bánh phản ứng có thể đặt sau bánh công tác của bơm và trước bánh công tác của tuabin hoặc ngược lại.

- Trường hợp bánh phản ứng đặt sau bánh công tác của bơm và trước bánh công tác của tuabin (hình 12.6).



Hình 12.6

Hình dưới cùng của hình 12.6 biểu diễn vòng chuyển động tuần hoàn của chất lỏng (đường nét đứt). Hình giữa là khai triển mặt cắt ngang của buồng tuabin (T), bánh phản ứng (P) và bánh công tác bơm (B). Hình trên cùng là sơ đồ bố trí các cánh dẫn của tuabin (T) bánh phản ứng (P) và bơm (B).

Chất lỏng đi vào bánh công tác bơm với vận tốc  $W'$ . Khi bánh công tác bơm quay, dưới tác dụng của lực li tâm chuyển động với vận tốc tăng dần. Tại vành ra bánh công tác chất lỏng với vận tốc tuyệt đối  $C_b$  sẽ đi vào bánh phản ứng. Do bánh phản ứng cố định nên cơ năng dòng chất lỏng không bị trao đổi với nó.

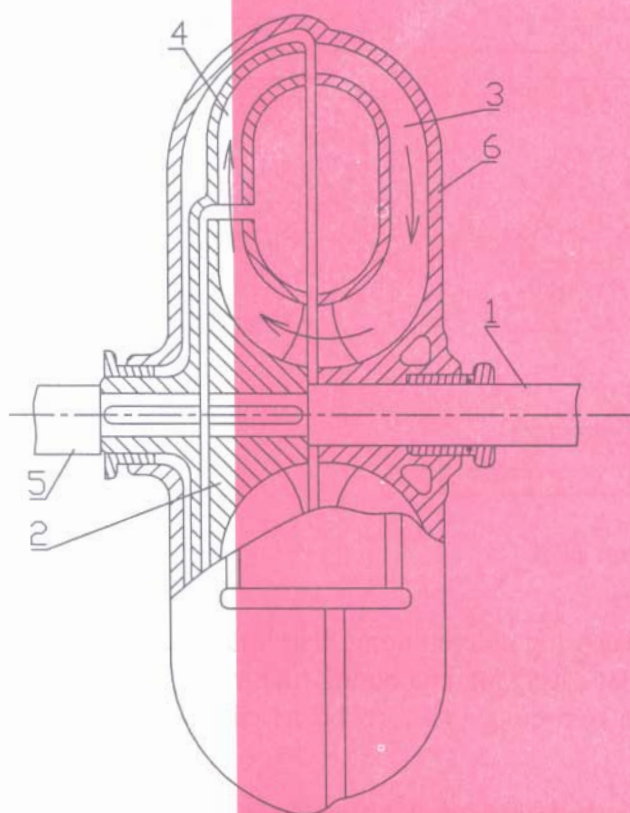
Do máng dẫn của bánh phản ứng thu hẹp dần nên một phần áp năng của chất lỏng biến thành động năng, nghĩa là vận tốc dòng chất lỏng tăng lên. Mặt khác, nhờ có biên dạng cánh thích hợp nên hướng dòng chảy thay đổi phù hợp với lối vào của bánh công tác tuabin.

Dòng chất lỏng sau khi ra khỏi bánh phản ứng với vận tốc  $C_p$  sẽ vào bánh công tác tuabin với góc  $\alpha_2$ . Do  $C_p > C_b$  và  $\alpha_2 > \alpha_1$  nên mômen quay của trục bánh công tác tuabin lớn hơn so với trục bánh công tác bơm.

Nếu không có bánh phản ứng thì dòng chất lỏng đi vào tuabin với góc  $\alpha_1 < \alpha_2$  và với vận tốc  $C_b$ . Khi đó mômen quay trên bánh công tác tuabin sẽ bằng mômen quay trên trục bơm và đó là trường hợp làm việc của khớp nối thủy lực.

- Trường hợp bánh phản ứng đặt sau bánh công tác tuabin và trước bánh công tác bơm (hình 12.7).

Vì không có bánh phản ứng giữa bánh công tác bơm 2 và tuabin 4 nên động năng dòng chảy từ bơm vào tuabin không đổi.



**Hình 12.7**

công tác tuabin quay chậm lại. Khi đó mômen quay của bánh công tác tuabin sẽ tự động tăng cho đến khi cân bằng với mômen cản như trong khớp nối thủy lực.

Nếu tải trọng lên trục bị dẫn giảm thì số vòng quay của bánh công tác tuabin tăng lên và do đó mômen quay của bánh đó giảm tới trạng thái cân bằng với mômen cản.

Với cách bố trí bánh công tác tuabin như hình vẽ, dòng chất lỏng khi qua bánh công tác tuabin sẽ đổi chiều và ngược với chiều quay của bơm. Vì vậy nếu không có bánh phản ứng 3 thì dòng chất lỏng khi ra khỏi tuabin sẽ gây thêm phụ tải cho động cơ.

Nếu đặt sau bánh công tác tuabin một bánh phản ứng 3 có cánh dẫn cong ngược với chiều cong của cánh dẫn tuabin thì dòng chất lỏng khi ra khỏi bánh phản ứng sẽ hướng thuận theo chiều quay của bơm với vận tốc tăng hơn làm giảm phụ tải cho động cơ.

Biến tốc thủy lực có tính chất tự động điều chỉnh mômen và số vòng quay của trục tuabin theo sự biến đổi của mômen cản trên trục bị dẫn. Khi biến tốc làm việc ổn định, mômen tác động lên bánh công tác tuabin luôn luôn bằng mômen cản lên trục đó. Nếu mômen cản tăng, lớn hơn mômen tác dụng lên bánh công tác tuabin thì bánh

Cần chú ý rằng dù mômen quay của bánh công tác tuabin thay đổi thế nào do mômen cản thay đổi thì mômen quay của bánh công tác bơm vẫn hầu như không đổi. Có thể thực hiện được điều đó bằng cách thiết kế biên dạng cánh dẫn của các bánh công tác sao cho phù hợp.

### §12.3. TRUYỀN ĐỘNG THỦY LỰC THỂ TÍCH

Một hệ thống truyền động thủy lực có ba phần chủ yếu: nguồn, bộ phận biến đổi, cơ cấu chấp hành. Ở bộ phận nguồn người ta thường dùng các máy thủy lực thể tích như bơm pittông, bơm pittông - rôto hoặc bơm rôto... Để làm cơ cấu chấp hành người ta dùng các động cơ thủy lực thể tích. Bộ phận biến đổi có nhiệm vụ điều chỉnh, biến đổi hướng và cơ năng của dòng chảy phù hợp với cơ cấu chấp hành. Phụ thuộc vào dạng chuyển động của động cơ thủy lực, người ta chia truyền động thủy lực thể tích thành các loại có chuyển động tịnh tiến, chuyển động quay và chuyển động tùy động (chuyển động theo dõi).

#### 12.3.1. Các phần tử thủy lực trong truyền động thủy lực thể tích.

Hầu hết các phần tử thủy lực hoạt động dựa trên các nguyên lý thủy khí khá đơn giản mà ta đã làm quen ở các chương trên về thủy khí kỹ thuật. Các nguyên lý cơ bản thường gặp được trình bày dưới đây có thể giải thích phần lớn hoạt động của các phần tử.

- Nguyên lý về chuyển hóa cơ năng.

Trong các phần tử thủy lực luôn luôn diễn ra quá trình chuyển hóa giữa cơ năng chất lỏng và cơ năng của cơ cấu cơ khí. Giả thiết rằng quá trình chuyển hóa đó không có tổn thất, ta có thể viết:

$$p \cdot Q = F \cdot v, \quad \text{nếu cơ cấu có chuyển động tịnh tiến.}$$

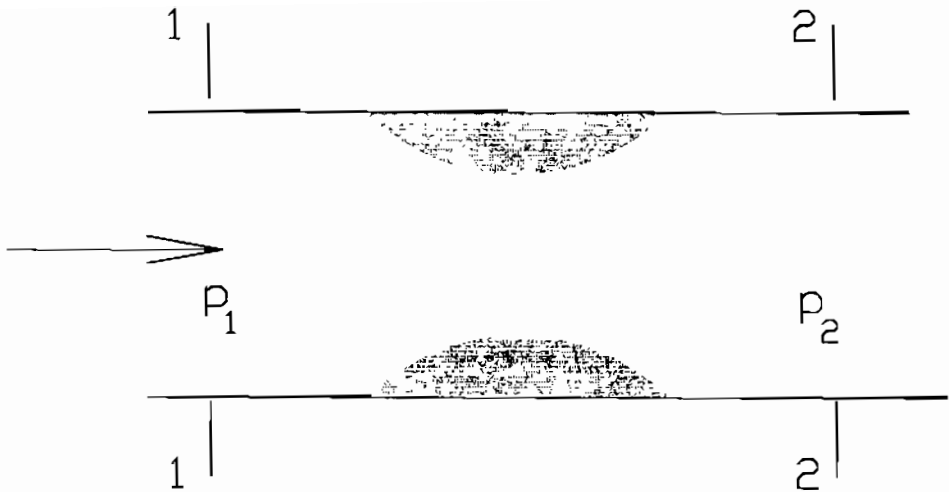
$$p \cdot Q = M \cdot \omega, \quad \text{nếu cơ cấu có chuyển động quay.}$$

trong đó  $p$  - áp suất chất lỏng;  
 $Q$  - lưu lượng chất lỏng;  
 $v$  - vận tốc của cơ cấu;  
 $F$  - lực tác dụng lên cơ cấu;  
 $\omega$  - vận tốc quay của cơ cấu;  
 $M$  - mômen quay tác dụng lên cơ cấu.

Từ các quan hệ trên ta thấy bằng cách thay đổi áp suất hoặc lưu lượng ta có thể thay đổi được lực, mômen tác động lên cơ cấu, đặc biệt là có thể thay đổi được vận tốc chuyển động của cơ cấu.

- Nguyên lý tiết lưu.

Đây là một nguyên lý rất phổ biến vì nó thể hiện ở trong hoạt động của rất nhiều phần tử thủy lực. Xét một dòng chảy qua chỗ co hẹp (hình 12.8).



**Hình 12.8**

Sau khi viết phương trình Bécnu-li cho hai mặt cắt (1-1) và (2-2) trước và sau chỗ co hẹp, ta có:

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \varphi \cdot Q^2 \quad (12.1)$$

hay  $Q = \varepsilon \sqrt{\Delta p} \quad (12.2)$

trong đó:  $p_1, p_2$  - áp suất chất lỏng trước và sau co hẹp.

$Q$  - lưu lượng của dòng chảy.

$\varepsilon, \varphi$  - các hệ số phụ thuộc vào độ nhớt của chất lỏng và diện tích co hẹp của dòng chảy.

Từ (12.1) và (12.2) có thể thấy độ nhớt của chất lỏng có ảnh hưởng đến chế độ làm việc của các phần tử. Vì vậy để các cơ cấu hoạt động ổn định phải chú ý đặc biệt về tính nhớt của chất lỏng.

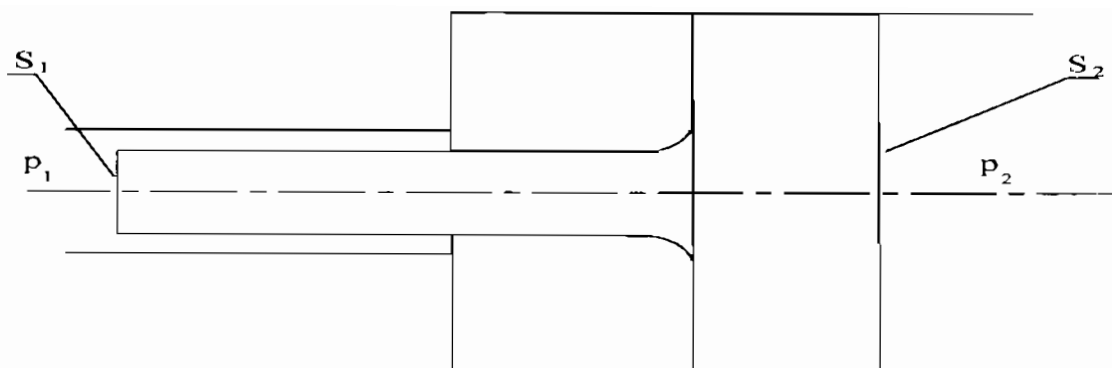
Mặt khác, có thể điều chỉnh được các thông số dòng chảy bằng cách thay đổi diện tích lưu thông tại chỗ co hẹp.

- Nguyên lý cân bằng áp lực.

Gọi  $S_1, S_2$  là các diện tích đối diện nhau trên một cơ cấu tương ứng với áp suất trên đó là  $p_1$  và  $p_2$  (hình 12.9). Khi bỏ qua tác động của cột áp vận tốc trên cơ cấu thì:

$$p_1 \cdot S_1 = p_2 \cdot S_2$$

hay  $p_1 = p_2 \frac{S_2}{S_1} \quad (12.3)$



**Hình 12.9**

Như vậy bằng cách thay đổi tỷ số giữa  $S_1$  và  $S_2$  có thể thay đổi được tương quan áp suất  $p_1$  và  $p_2$ . Nguyên lý này được áp dụng trong các cơ cấu tăng (giảm) áp trong hệ thống truyền động thủy lực.

Dưới đây chúng ta khảo sát các phần tử chủ yếu trong hệ thống truyền động thủy lực thể tích.

### 1. Phần tử nguồn

Các phần tử nguồn là các loại bơm thể tích đã giới thiệu trong chương trước. Các phần tử nguồn có nhiệm vụ cung cấp dòng chất lỏng có cơ năng cao phù hợp với yêu cầu của hệ thống. Mặt khác nó có thể tham gia vào việc điều chỉnh áp suất, lưu lượng chất lỏng làm việc trong hệ thống.

### 2. Cơ cấu phân phối

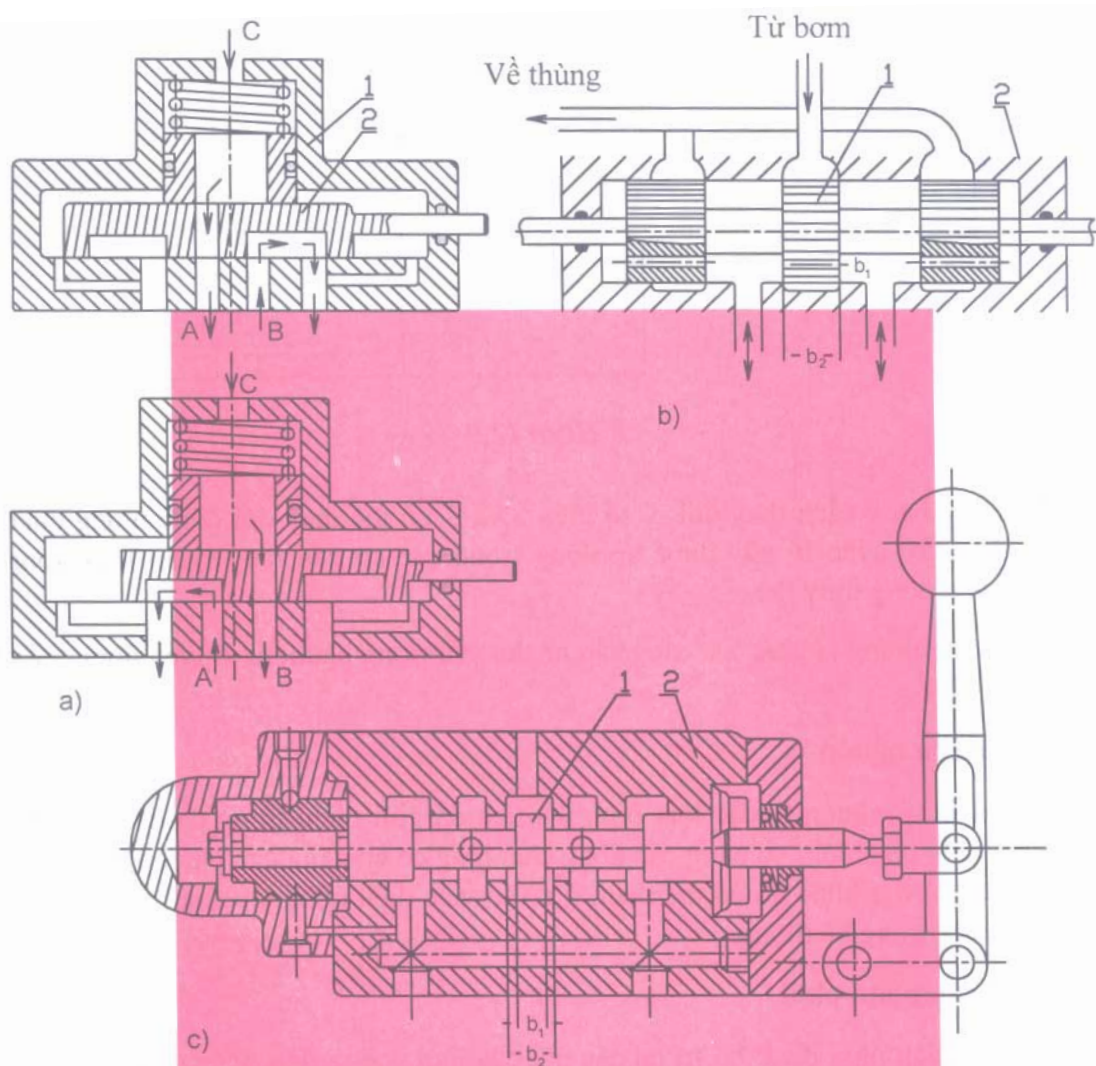
Cơ cấu phân phối được bố trí tại các nút của lưới đường ống. Nó có nhiệm vụ phân phối chất lỏng từ bơm vào các nhánh đường ống theo yêu cầu hoạt động của hệ thống như: đảo chiều chuyển động của cơ cấu chấp hành hoặc điều khiển nó chuyển động theo một qui luật nhất định.

Nói chung cơ cấu phân phối có hai bộ phận chính: vỏ và bộ phận đổi nhánh. Trong vỏ thường bố trí các cửa lưu thông nối với lưới đường ống. Bộ phận đổi nhánh có thể di chuyển tương đối so với vỏ để phân phối chất lỏng vào các cửa lưu thông. Bộ phận đổi nhánh có thể là ngăn kéo, pittông hoặc núm xoay.

#### a. Con trượt phân phối

Con trượt phân phối được dùng rất phổ biến trong truyền động thể tích. Con trượt có thể là pittông hoặc ngăn kéo, trong đó hay được dùng nhất là pittông bậc (ngăn).

Hình 12.10.a là sơ đồ con trượt phân phối dạng ngăn kéo.



**Hình 12.10**

Các bộ phận chính của nó gồm: vỏ 1, trong đó có các cửa lưu thông A và B được nối với động cơ thủy lực, con trượt 2 có cần được điều khiển bằng tay hoặc trục cam... Nếu đẩy ngăn kéo 2 sang phải hoặc sang trái, chất lỏng từ bơm qua cửa C sẽ được dẫn đến động cơ thủy lực theo cửa A hoặc B.

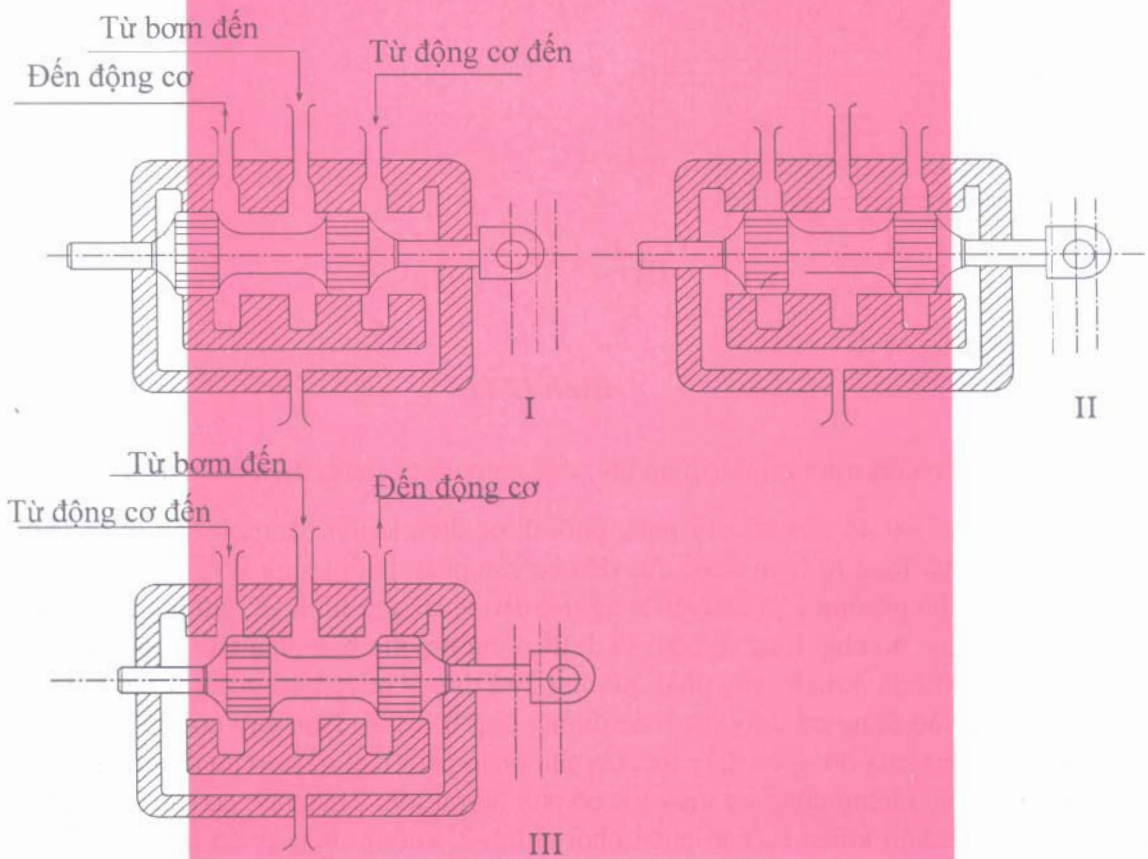
Trong con trượt phân phối pittông (hình 12.10.b) có pittông bậc 1 và xilanh (vỏ) 2. Trong xy lanh có bố trí các rãnh thông với hệ thống lưới đường ống. Ở vị trí như hình vẽ, con trượt ngăn không cho chất lỏng vào hệ thống. Khi con trượt di chuyển sang trái hoặc phải, chất lỏng từ bơm sẽ được dẫn vào hệ thống qua cửa bên phải hoặc trái và chất lỏng từ hệ thống sẽ được chuyển về thùng chứa qua cửa bên trái hoặc bên phải.



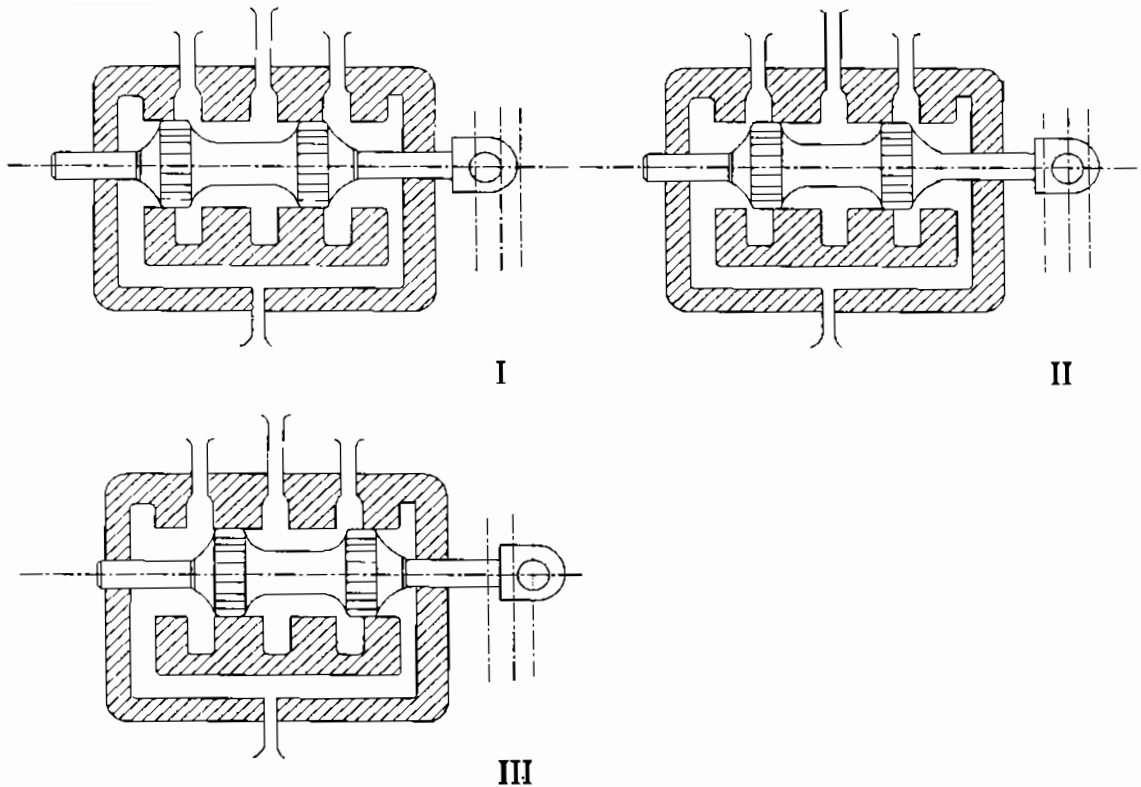
Gọi chiều rộng của bậc pittông là  $b_1$  và của rãnh lưu thông là  $b_2$  (hình 12.10.b,c).

Khi  $b_1 > b_2$  ta gọi con trượt phân phối có độ đóng dương, khi  $b_1 < b_2$  ta gọi con trượt phân phối có độ đóng âm. Trường hợp thứ nhất hạn chế được sự rò rỉ chất lỏng giữa các rãnh lưu thông nên hệ thống làm việc dễ ổn định nhưng kém nhạy trong điều khiển. Trường hợp thứ hai rò rỉ nhiều, hệ thống làm việc khó ổn định nhưng có độ nhạy cao trong điều khiển.

Tùy theo vị trí làm việc của con trượt pittông, người ta chia cơ cấu phân phối ra các loại hai, ba hay nhiều vị trí. Ngoài ra, tùy theo số khe lưu thông (giữa mép bậc pittông và vỏ), người ta còn chia chúng ra các loại có một, hai hay nhiều khe lưu thông. Hình 12.11 là sơ đồ của cơ cấu con trượt có ba vị trí và bốn khe lưu thông.



a)

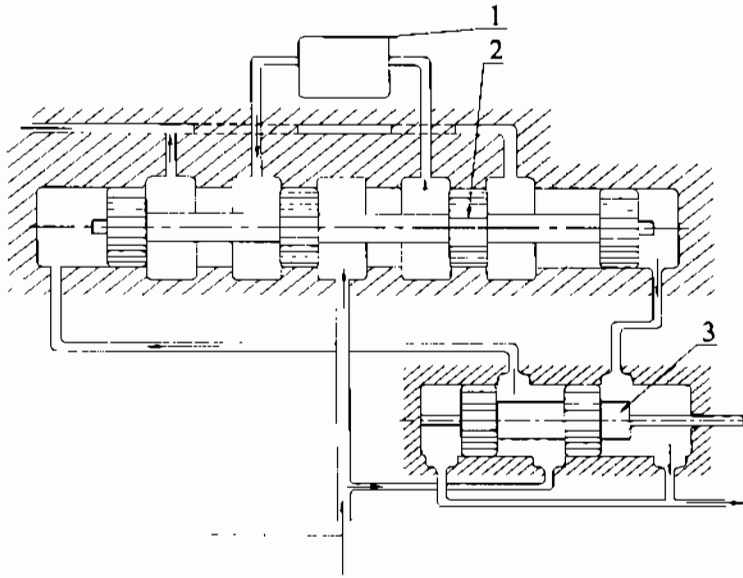


b)

**Hình 12.11**

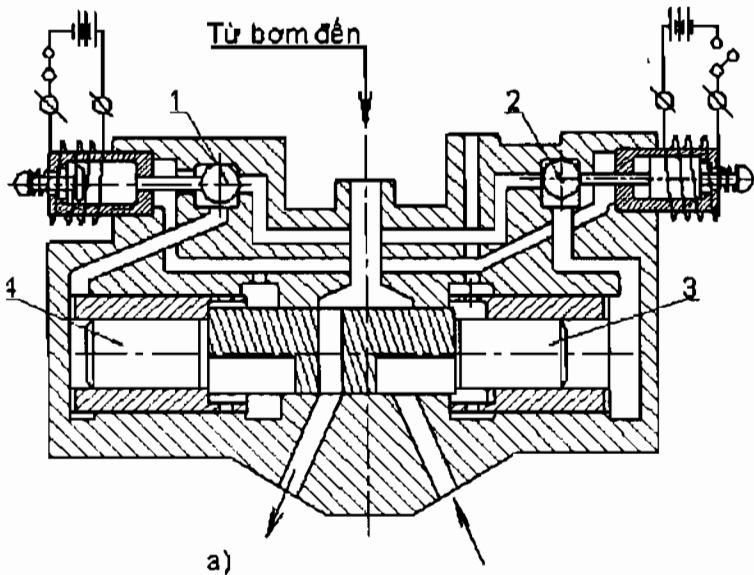
Để điều khiển con trượt có thể dùng tay, trục cam, nam châm điện hoặc thủy lực...

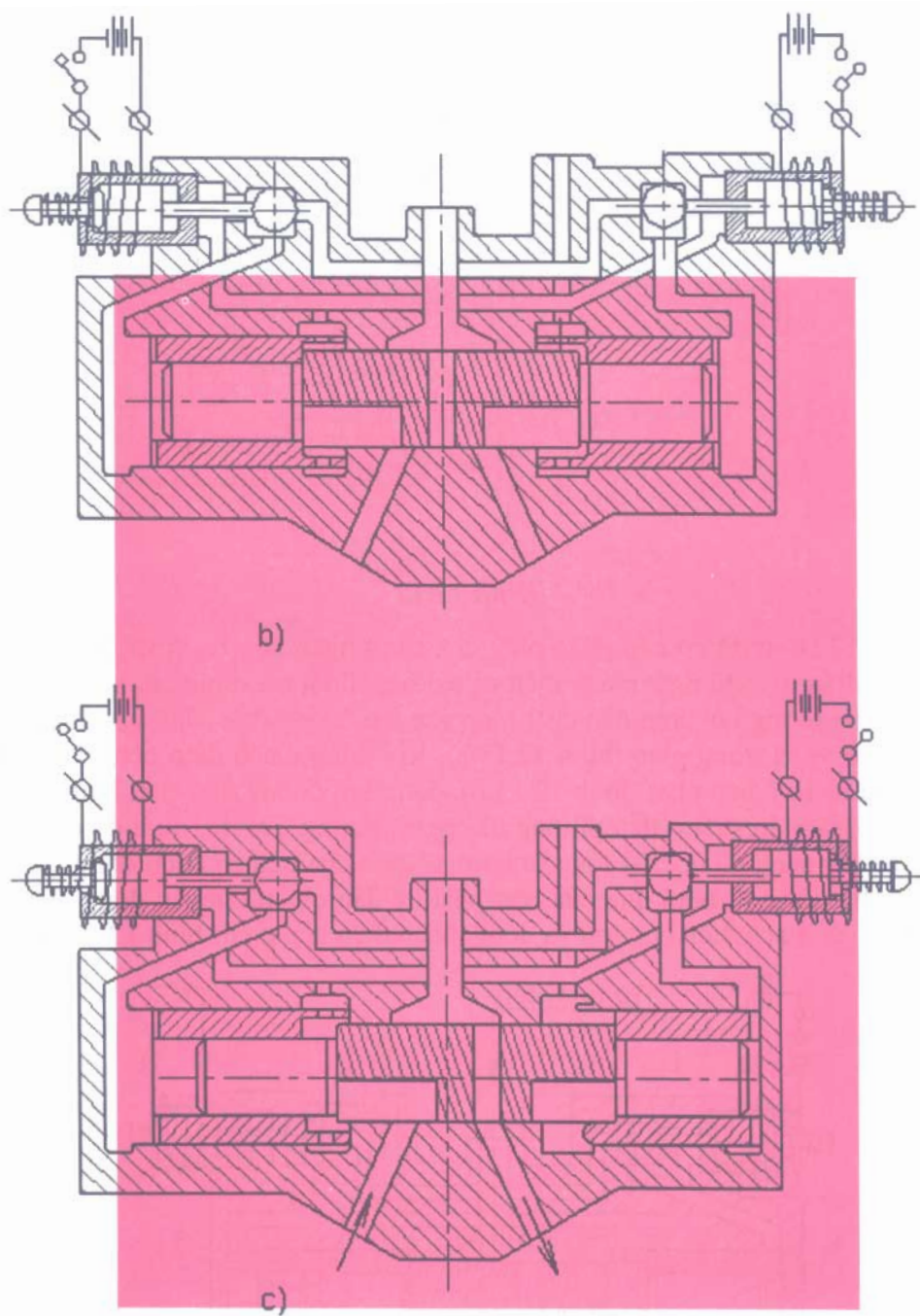
Hình 12.12 là sơ đồ của cơ cấu phân phối được điều khiển bằng cơ cấu phân phối phụ. Phần lớn chất lỏng từ bơm được đưa đến cơ cấu phân phối chính 2 và một ít qua cơ cấu phụ 3. Khi cho pít tông 3 di chuyển sang trái đến vị trí như hình vẽ, pít tông 2 sẽ được đẩy sang phải. Lúc đó chất lỏng từ bơm sẽ đi theo đường ống bên phải vào động cơ thủy lực 1. Khi cho pít tông 3 dịch sang phải, pít tông 2 sẽ được chuyển sang trái. Chất lỏng từ bơm sẽ chuyển vào động cơ thủy lực theo đường ống bên trái. Như vậy có thể đảo được chiều chuyển động của động cơ thủy lực. Cơ cấu phân phối loại này có ưu điểm lớn là có thể điều khiển nhẹ nhàng động cơ thủy lực có phụ tải rất lớn. Thật vậy, cơ cấu phân phối phụ chỉ dùng để điều khiển cơ cấu phân phối chính 2, không điều khiển trực tiếp động cơ thủy lực.



**Hình 12.12**

Hình 12.13 là sơ đồ cơ cấu phân phối con trượt ngăn kéo ba vị trí được điều khiển bởi công tắc điện từ. Khi ngắt mạch điện cả hai bên, dưới tác dụng của lò xo các viên bi 1,2 đều mở cửa thông với bơm dẫn chất lỏng vào hai buồng đầu của các pittông 3,4. Khi đó ngăn kéo ở vị trí trung gian (hình 12.13.a). Khi đóng mạch điện bên trái, nam châm điện hút viên bi 1 về bên phải (hình 12.13.b), đóng kín đường dẫn chất lỏng từ bơm đến đầu pittông 4, làm áp suất ở đầu pittông này giảm xuống. Do đó, dưới độ chênh áp lực, ngăn kéo bị đẩy sang phải, chất lỏng từ bơm sẽ theo cửa bên trái đến động cơ thủy lực. Muốn dẫn chất lỏng từ bơm qua cửa bên phải để đảo chiều chuyển động của động cơ thủy lực thì ngắt mạch điện bên trái và đóng mạch điện bên phải (hình 12.13.c).

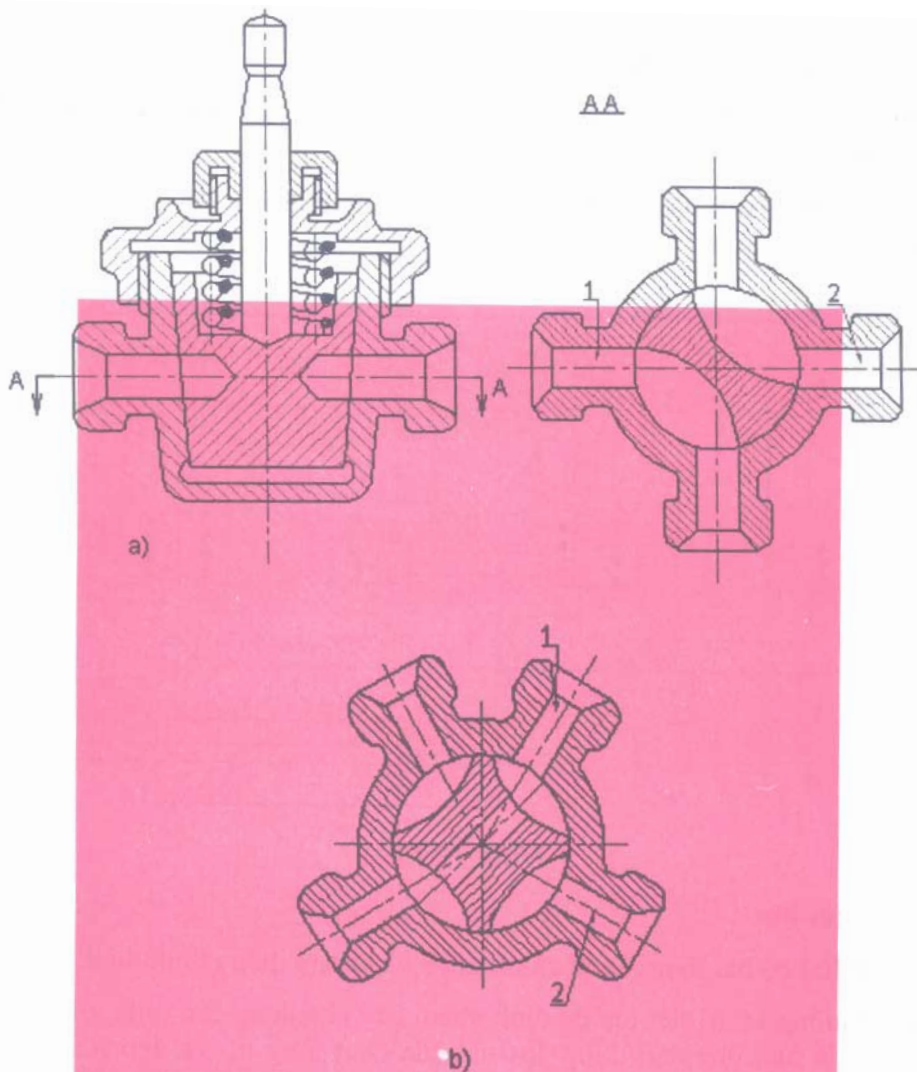




**Hình 12.13**

b. Khóa phân phối

Cấu tạo của khóa phân phối rất đơn giản (hình 12.14).



Hình 12.14

Nó gồm có vỏ, trong đó có các lỗ thông với lưới đường ống; nút xoay, trên đó có lắp bộ phận điều khiển. Khi xoay nút, có thể thay đổi được hướng của dòng chảy.

Nút xoay có hình trụ hoặc hình nón. Nút hình trụ khó đảm bảo đóng khít. Dưới tác dụng của chênh lệch áp lực, nút sẽ bị đẩy về một phía làm khe hở giữa vỏ và nút tăng lên, chất lỏng dễ rò rỉ. Với nút hình nón có thể bố trí lò xo để nút luôn ép khít với vỏ. Áp lực chất lỏng càng lớn, lò xo càng phải cứng do đó lực điều khiển nút càng phải lớn.

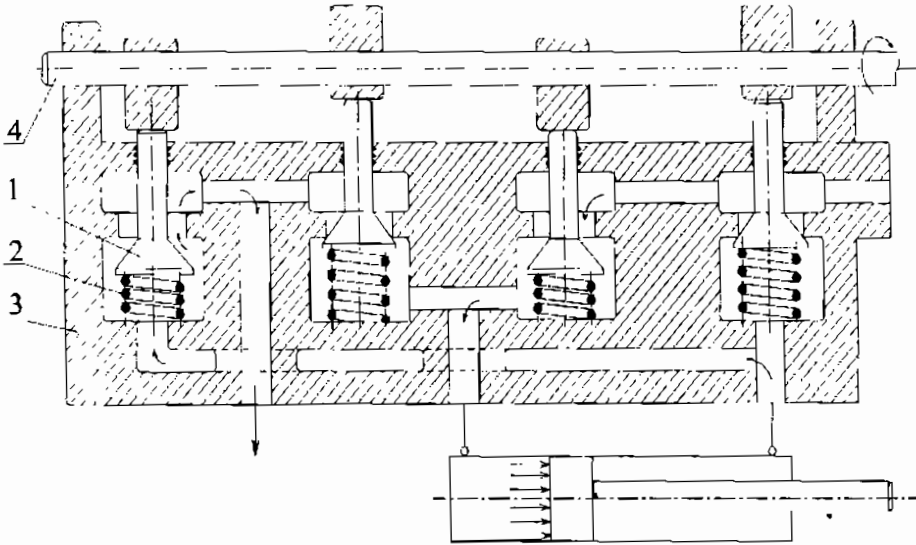
### c. Van phân phối

Khi cần phân phối chất lỏng một cách gián đoạn theo một quy luật nhất định, người ta dùng van phân phối.

Van phân phối (hình 12.15) gồm vỏ van 3 có các cửa lưu thông chất lỏng, nắp van 1, lò xo 2. Lò xo 2 luôn có xu hướng ép nắp van vào đế van.

Để đóng mở van có thể dùng tay, truyền động cơ khí hoặc điện... Trên hình H.12.15, nắp van được điều khiển bằng trục cam 4.

Ưu điểm của loại van này là kết cấu đơn giản, dễ chế tạo, độ kín cao và làm việc chắc chắn.

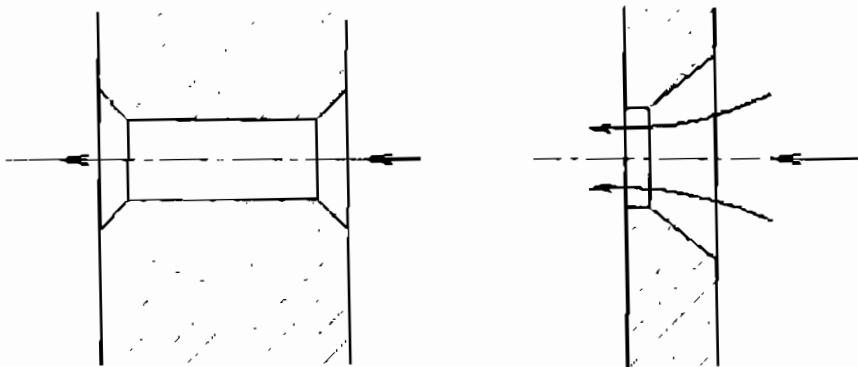


**Hình 12.15**

### 3. Cơ cấu tiết lưu

Cơ cấu tiết lưu có hai loại: Điều chỉnh được và không điều chỉnh được (cố định).

Người ta thường bố trí tiết lưu cố định nhằm gây chênh áp cần thiết giữa hai khoang làm việc hoặc để hạn chế dao động áp suất của chất lỏng do va đập thủy lực gây ra. Thông thường loại tiết lưu này có dạng lỗ (hình 12.16) nên còn gọi là lỗ tiết lưu. Trong trường hợp lỗ tiết lưu làm nhiệm vụ giảm chấn, nó còn được gọi là lỗ giảm chấn.

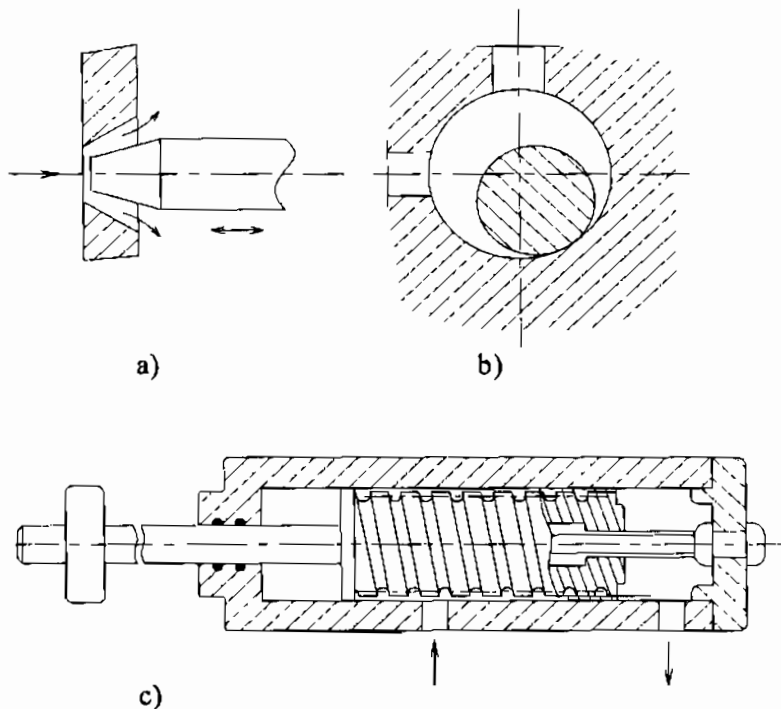


**Hình 12.16**

Nếu đặt tiết lưu điều chỉnh được trên lưới ống của hệ thống thủy lực thì khi điều chỉnh sức cản của nó, lưu lượng hệ thống sẽ thay đổi. Có thể điều chỉnh sức cản tiết lưu bằng cách thay đổi diện tích lưu thông chất lỏng hay tăng giảm chiều dài lưu thông chất lỏng của nó.

Hình 12.17 là sơ đồ một số kiểu tiết lưu điều chỉnh được:

- Kiểu nón (hình 12.17.a)
- Kiểu khe (hình 12.17.b)
- Kiểu vít (hình 12.17.c).



**Hình 12.17**

Nhìn vào công thức (12.1) và (12.2) ta thấy khi thay đổi sức cản trên tiết lưu ta thấy:

Nếu giữ nguyên lưu lượng qua tiết lưu thì có thể thay đổi được độ chênh áp suất trước và sau tiết lưu.

Nếu giữ nguyên độ chênh áp thì có thể thay đổi được lưu lượng.

Người ta có thể dùng cơ cấu phân phối con trượt làm thêm nhiệm vụ tiết lưu vì có khả năng điều chỉnh được diện tích các cửa lưu thông của nó.

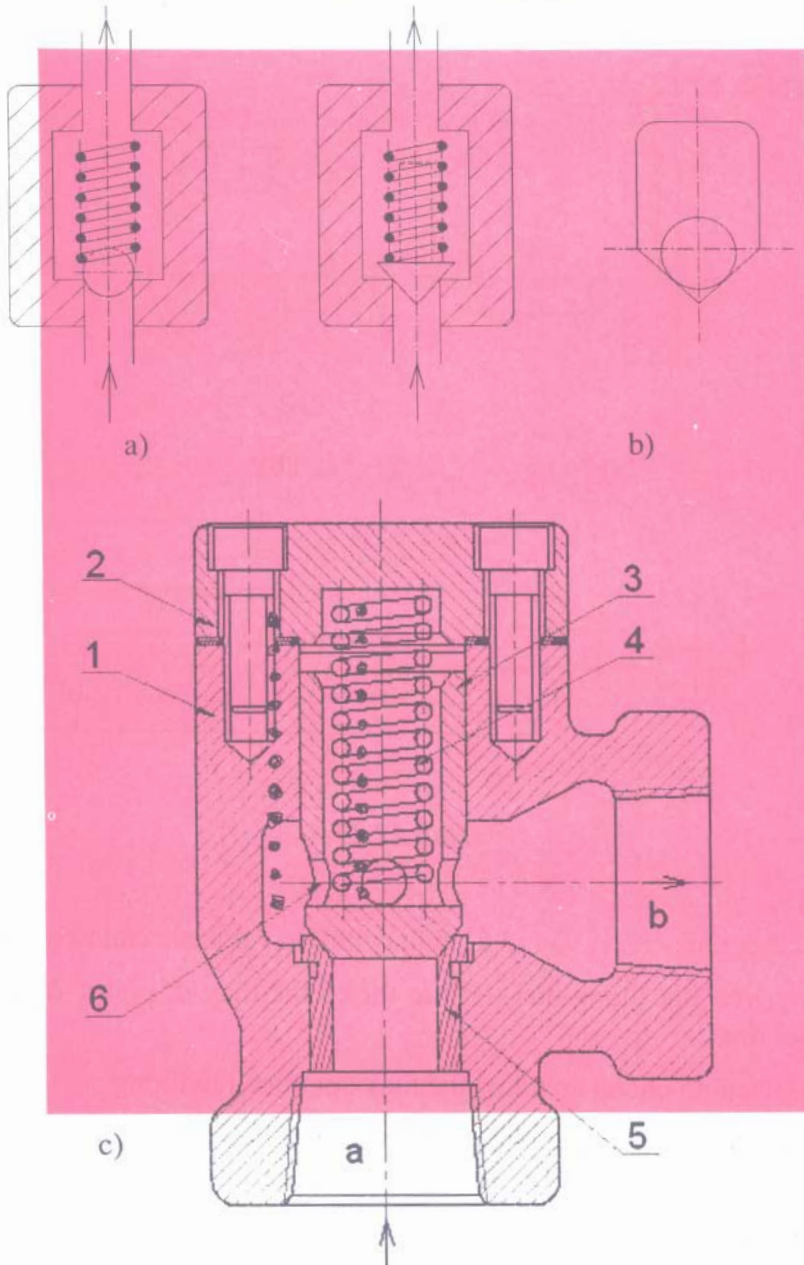
#### **4. Các loại van**

Van là phần tử rất phổ biến trong truyền động thủy lực. Nhờ bố trí hợp lý các loại van có thể tạo nên chế độ làm việc ổn định của hệ thống.

Căn cứ vào chức năng, có thể chia các loại van thành ba nhóm: một chiều, an toàn và giảm áp.

a. Van một chiều

Van một chiều dùng để giữ cho chất lỏng chỉ chảy theo một chiều. Ngoài vỏ van (hình 12.18) van một chiều có hai bộ phận chính là nắp van và lò xo giữ nắp van. Nắp van có thể có dạng cầu (hình 12.18.a) hoặc nón (hình 12.18.b) hoặc pittông (hình 12.18.c).



Hình 12.18



Dưới tác dụng của lò xo nắp van có xu hướng tì sát vào đế van. Vì vậy để giảm sức cản trên dòng chảy, lực lò xo phải càng nhỏ càng tốt sao cho ép được nắp van sát vào đế van khi không có dòng chảy. Nếu chất lỏng có xu hướng chảy ngược lại, độ chênh áp lực trên nắp van, cộng với lực lò xo sẽ làm nắp van ép chặt vào đế, ngăn không cho chất lỏng chảy ngược lại.

Các van một chiều loại bi và nón có kết cấu đơn giản, ít sức cản nhưng khó đóng khít. Do không có dẫn hướng nên khi đóng dễ bị lệch tâm, gây nên rò rỉ chất lỏng qua van. Van một chiều pittông có thành dẫn hướng nên dễ đóng khít hơn. Tuy nhiên do phải thắng lực ma sát khi đóng van, lò xo phải cứng hơn lò xo của các loại van khác, do đó sức cản dòng chảy bị tăng lên. Vì vậy chỉ nên dùng loại van một chiều pittông khi cần thoát một lưu lượng lớn và áp suất làm việc cao.

#### b. Van an toàn.

Thông thường hệ thống truyền động thủy lực làm việc với áp suất khá cao. Để giữ an toàn cho hệ thống, người ta phải bố trí van an toàn. Van an toàn được đặt trên đường ống chính có áp suất cao và thường ở vị trí đường ra của bơm nguồn.

Nguyên lý làm việc của van này dựa vào sự cân bằng giữa áp lực chất lỏng trong hệ thống và ứng lực lò xo tác dụng lên nắp van. Nếu áp lực chất lỏng nhỏ hơn ứng lực lò xo thì van đóng lại, còn khi lớn hơn (khi quá tải) van sẽ mở ra, chất lỏng được tháo bớt về thùng, giảm áp cho hệ thống.

Khác với van một chiều, van an toàn có lò xo cứng hơn nhiều. Ứng lực lò xo được điều chỉnh phù hợp với áp suất làm việc cho phép trong hệ thống.

Có hai loại van an toàn:

- Van chống đỡ là loại van chỉ hoạt động khi có quá tải.
- Van tràn là loại van làm việc liên tục (luôn luôn có chất lỏng chảy qua van).

Tuy nhiên, cùng một loại van nhưng tùy theo sự phối hợp của nó trong hệ thống mà nó có thể lúc thì làm việc như một van chống đỡ, lúc thì làm việc như một van tràn.

Căn cứ vào nguyên lý hoạt động có thể chia nhóm van an toàn ra hai loại:

- Van tác dụng trực tiếp, trong đó kích thước hình học và số cửa lưu thông được thay đổi chỉ do tác dụng của chất lỏng làm việc.
- Van tác dụng gián tiếp, trong đó kích thước và số cửa lưu thông được thay đổi không chỉ do tác dụng của dòng chất lỏng mà còn do tác dụng của cơ cấu phụ. Người ta còn gọi van này là van an toàn có tác dụng tùy động.

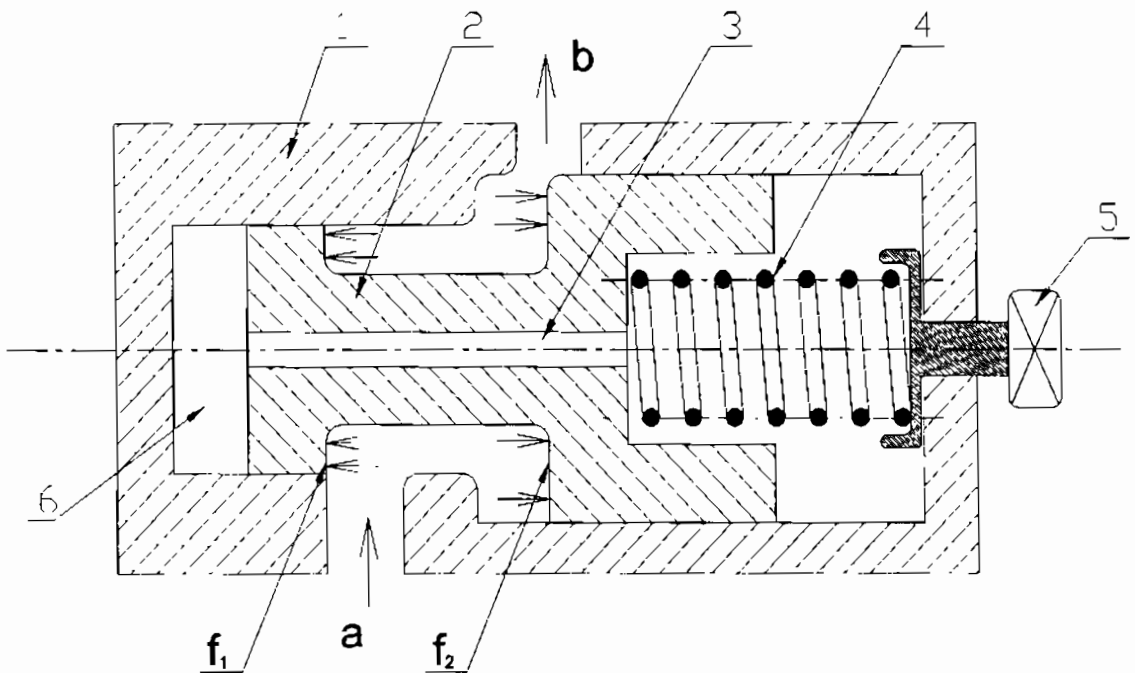
Van an toàn trực tiếp có thể là van bi, nón hay pittông. Đơn giản nhất là loại van bi và nón, nhưng phạm vi sử dụng của nó bị hạn chế. Nhược điểm của loại này là khó đóng kín. Mặt khác khi đóng, nắp van bị va đập tuần hoàn vào đế van gây ra mạch động lưu lượng và áp suất trong hệ thống. Người ta chỉ dùng loại này trong các hệ thống có áp suất thấp, lưu lượng nhỏ và ít bị quá tải.

Trong hệ thống làm việc với lưu lượng lớn, cần phải dùng loại van an toàn pittông. Tuy nhiên trong trường hợp áp suất cho phép trong hệ thống cao, các loại van trên cần có lò xo cứng và kích thước lớn. Để giảm độ cứng và kích thước lò xo, người ta dùng van pittông có tác dụng vi sai kết hợp với giảm chấn.

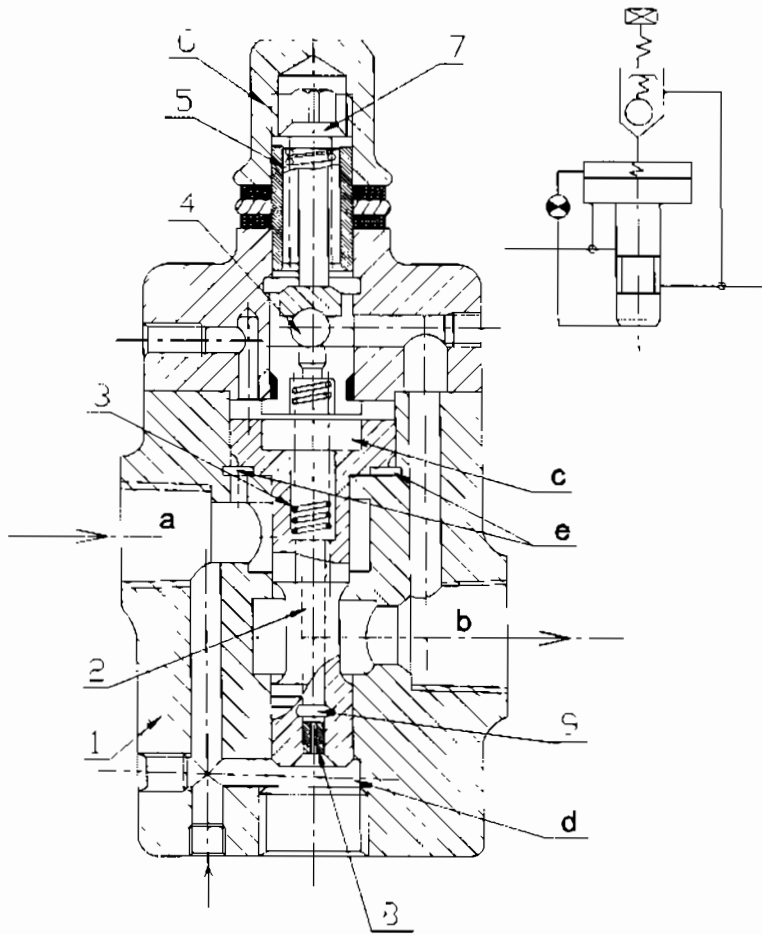
Hình 12.19 là sơ đồ một kiểu van vi sai có đệm giảm chấn. Van này gồm vỏ 1, pittông 2 có lỗ giảm chấn 3, lò xo 4, vít điều chỉnh ứng lực lò xo 5. Khi quá tải, chất lỏng thoát từ cửa a sang cửa b. Do pittông có hai cấp mặt bậc khác nhau nên áp lực chất lỏng lên pittông sẽ giảm đi, có nghĩa giảm tải cho lò xo. Vì vậy ứng lực lò xo không cần lớn. Khi áp suất trong hệ thống giảm đi, pittông di chuyển sang trái đóng cửa van lại. Trong quá trình đó, chất lỏng từ buồng 6 chảy qua lỗ 3 sang buồng có lò xo. Vì có lỗ giảm chấn 3, áp suất trong buồng 6 sẽ cao hơn nhiều so với buồng có lò xo và gây ra lực cản, tránh cho pittông va đập vào vỏ khi van đóng lại.

Các loại van an toàn trực tiếp chỉ khống chế được giới hạn trên của áp suất, không giữ được giá trị ổn định của áp suất làm việc trong hệ thống. Để có một áp suất ổn định, phải dùng đến van an toàn tác dụng tự động.

Hãy khảo sát nguyên lý hoạt động của một van an toàn tự động (hình 12.20).



**Hình 12.19**



**Hình 12.20**

Cấu tạo của van gồm: vỏ 1, pittông 2, lò xo yếu 3, van bi tùy động 4, lò xo của van bi 5 và nắp 6.

Chất lỏng làm việc từ bơm được dẫn vào cửa a, còn cửa b được thông với hệ thống.

Dưới tác dụng của lò xo yếu 3, pittông 2 bị ép xuống dưới, đường thông từ cửa a sang b bị đóng lại. Trong lỗ thông 9 ở giữa pittông có lỗ giảm chấn 8 (có đường kính nhỏ). Nhờ đó, buồng a luôn luôn thông với buồng c. Mặt khác buồng a cũng thông với buồng e. Lò xo 5 có tác dụng ép viên bi 4 vào đế van, ứng lực của nó được điều chỉnh nhờ vít 7.

Khi van bi 4 chưa mở ra (van an toàn chưa làm việc), tức là khi áp lực lên viên bi 4 chưa vượt quá ứng lực lò xo 5 buồng a thông với buồng c, d, e nhưng không thông với buồng b. Chất lỏng trong các buồng trên ở trạng thái tĩnh, vì vậy áp suất trong các buồng a, c, d, e coi như bằng nhau. Khi đó pittông 2 ở vị trí thấp nhất.

Khi hệ thống bị quá tải, áp suất ở cửa a tăng lên đột ngột. Theo định luật Pascal áp suất các buồng c, d, e cũng tăng theo. Mặt khác, khi đó áp lực chất lỏng tác dụng lên

viên bi 4 vượt qua ứng lực lò xo 5 và làm viên bi 4 bị đẩy lên và cửa lưu thông bị mở ra. Một ít chất lỏng được đẩy qua cửa đó, về thùng chứa. Điều đó làm cho chất lỏng từ cửa a chảy qua buồng d lên buồng c. Nhưng khi chảy qua lỗ giảm chấn 8, áp suất chất lỏng bị tổn thất làm cho áp suất buồng c nhỏ hơn áp suất ở buồng d và e. Như vậy trạng thái cân bằng lực trên pittông mất đi và pittông 2 bị đẩy lên trên cho đến khi lập lại sự cân bằng giữa áp lực chất lỏng và ứng lực lò xo 3 thì dừng lại. Kết quả là cửa a thông với cửa b. Do đó chất lỏng từ hệ thống sẽ được thoát bớt về thùng chứa, giảm tải cho hệ thống.

Nếu áp suất trong hệ thống tăng nữa thì dòng chảy từ buồng d, e lên c qua van bi càng mạnh, tổn thất áp suất tại lỗ 8 càng lớn, độ chênh áp trên pittông 2 càng tăng. Kết quả là pittông 2 tiếp tục được nâng lên nữa, cửa lưu thông từ a sang b càng rộng, chất lỏng càng được thoát nhiều về thùng.

Thực tế người ta thường điều chỉnh ứng lực lò xo 5 sao cho luôn có dòng chảy qua van bi. Điều đó nghĩa là van làm việc như một van tràn. Nhờ đó áp suất trong hệ thống luôn được giữ không đổi.

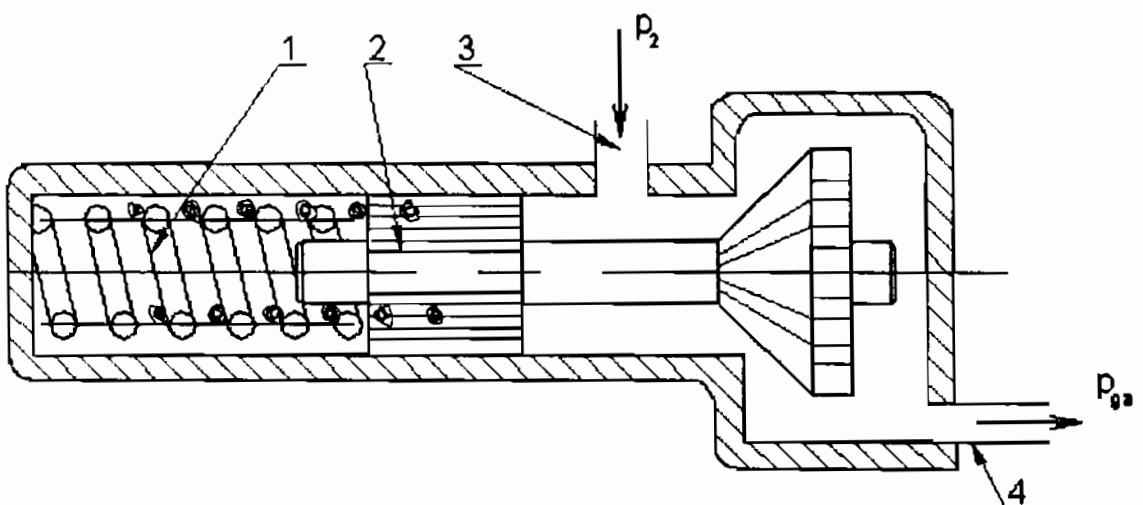
Qua đó ta thấy:

- Van an toàn tùy động không những bảo vệ cho hệ thống khỏi bị quá tải mà còn ổn định được áp suất làm việc trong hệ thống và không gây hiện tượng va đập trong van.
- Áp suất ở cửa vào của van có tác dụng điều khiển hoạt động của van.
- Rõ ràng đây là loại van tràn gián tiếp và van bi 4 đóng vai trò cơ cấu phụ gây tác động lên pittông.

#### a. Van giảm áp

Trong trường hợp một bơm nguồn phải cung cấp chất lỏng cho nhiều nơi với yêu cầu áp suất khác nhau, người ta phải dùng van giảm áp. Van giảm áp dùng để hạ áp suất từ nguồn xuống cho phù hợp với nơi tiêu thụ, đồng thời giữ cho áp suất nơi đó luôn không đổi.

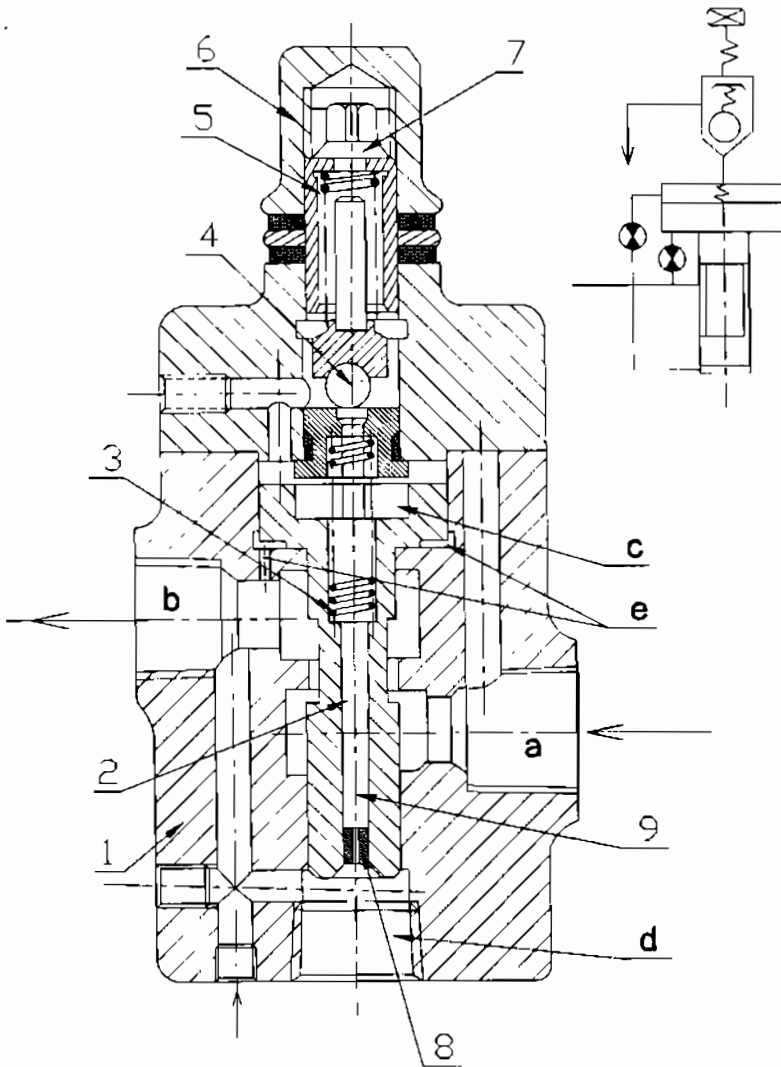
Dạng đơn giản nhất của van này được trình bày trên hình 12.21.



Hình 12.21

Van này gồm pittông 2 có một đầu hình nón, một đầu hình trụ tì lên lò xo 1. Chất lỏng ở đường 3 có thể chảy sang đường 4 qua khe giữa mặt nón của pittông và đế van. Nếu áp suất ở đường 4 vì lí do nào đó tăng lên, pittông sẽ bị mất cân bằng và bị đẩy sang trái, đóng bớt cửa lưu thông lại. Kết quả là hạn chế được chất lỏng từ đường 3 qua đường 4 để giữ nguyên áp suất  $p_{ga}$  ban đầu. Ngược lại nếu  $p_{ga}$  bị giảm xuống, pittông 2 do mất cân bằng lực sẽ bị dịch chuyển sang phải, mở rộng cửa lưu thông. Khi đó chất lỏng từ cửa 3 sẽ chảy bổ sung qua cửa lưu thông vào đường 4 làm cho  $p_{ga}$  tăng trở lại giá trị cũ. Như vậy với loại van này không những áp suất dòng chất lỏng được giảm từ  $p_2$  xuống  $p_{ga}$  mà còn giữ cho  $p_{ga}$  luôn luôn không đổi.

Trong trường hợp cần lưu thông lưu lượng lớn, người ta dùng van giảm áp tùy động (hình 12.22).



**Hình 12.22**

Nó gồm vỏ 1, pittông 2, lò xo 3 và 5, van bi tùy động 4 và nắp 6. Chất lỏng làm việc được đẩy từ buồng a sang buồng b qua cửa lưu thông giữa mép pittông 2 và vỏ 1. Pittông 2 bị lò xo yếu 3 luôn luôn ép xuống dưới.

Buồng b thông với buồng e qua lỗ giảm chấn 10. Mặt khác buồng b được thông với buồng d và c qua lỗ giảm chấn 8 và lỗ thông 9 ở giữa thân pittông.

Lò xo 5 luôn có xu hướng đẩy viên bi 4 về đế van. Ứng lực của nó được điều chỉnh bằng vít 7.

Khi áp lực chất lỏng tác dụng lên viên bi 4 chưa vượt quá ứng lực lò xo 5 thì cửa lưu thông của van bi đóng lại. Khi đó pittông 2 ở vị trí thấp nhất. Lúc này diện tích cửa lưu thông giữa buồng a và b lớn nhất.

Khi áp suất ở cửa ra b tăng lên, nghĩa là áp lực tác dụng lên viên bi 4 tăng vượt quá ứng lực lò xo 5 làm van bi mở ra. Khi đó chất lỏng từ buồng b chảy qua buồng d lên c qua van bi thoát về thùng chứa. Mặt khác khi qua lỗ giảm chấn 8, dòng chảy bị tổn thất áp suất nên áp suất chất lỏng ở buồng c nhỏ hơn áp lực trong buồng e và d. Do vậy, pittông 2 được nâng lên, diện tích cửa lưu thông giữa buồng a và b hẹp lại, hạn chế chất lỏng từ bơm qua buồng a và b nên áp suất tại b giảm trở lại.

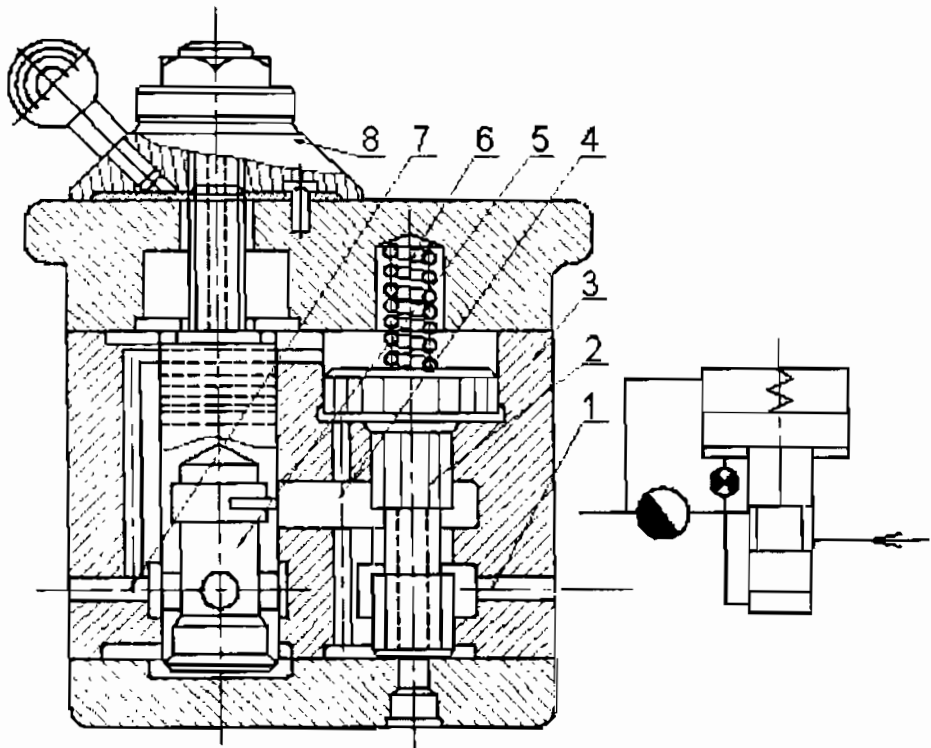
Nếu vì lí do nào đó, áp suất buồng b giảm xuống làm áp suất tại buồng d và e giảm theo và nhỏ hơn áp suất buồng c. Kết quả là dưới tác dụng của lò xo 3 và độ chênh áp, pittông 2 bị đẩy xuống dưới, mở rộng cửa lưu thông giữa buồng a và b làm cho áp suất buồng b được tăng trở lại giá trị cũ.

Nếu trong thời gian làm việc, ta luôn luôn để một ít chất lỏng tháo qua van bi tùy động thì nhờ hoạt động của van giảm áp tùy động, áp suất sau van luôn luôn không đổi và nhỏ hơn áp suất do bơm tạo ra. Có thể tạo được áp suất  $p_g$  theo ý muốn bằng cách điều chỉnh ứng lực lò xo 5 bằng vít 7.

#### d. Bộ điều tốc

Ta biết, lưu lượng chất lỏng qua tiết lưu phụ thuộc độ chênh áp trước và sau tiết lưu. Khi phụ tải thay đổi, độ chênh áp đó sẽ thay đổi. Vì vậy cơ cấu tiết lưu không có khả năng giữ cho lưu lượng qua nó không đổi, nghĩa là không thể ổn định được vận tốc của dòng cơ thủy lực. Nếu phối hợp hoạt động giữa tiết lưu và van điều áp thì sẽ ổn định được lưu lượng (vận tốc) của dòng cơ thủy lực không phụ thuộc sự thay đổi của phụ tải. Cơ cấu phối hợp như vậy gọi là bộ điều tốc.

Hình 12.23 là sơ đồ của một bộ điều tốc.



**Hình 12.23**

Chất lỏng được dẫn vào lỗ 1 qua khe giữa vỏ 3 và pittông 2 của van điều áp và tiếp tục vào buồng 4. Chất lỏng từ buồng 4 được dẫn qua khe tiết lưu vào buồng 5 tới lỗ 7. Lò xo 6 có xu hướng ép pittông 2 xuống vị trí thấp nhất.

Khi áp suất sau tiết lưu (ở lỗ 7) giảm xuống, làm áp suất trong buồng lò xo của van điều áp giảm theo. Khi đó trạng thái cân bằng lực trên pittông 2 bị phá vỡ. Điều đó làm pittông 2 bị đẩy lên trên, làm khe hở giữa pittông 2 và vỏ 3 hẹp lại. Do đó sức cản đối với dòng chảy từ lỗ 1 vào buồng 4 (trước tiết lưu). Kết quả là áp suất trước tiết lưu bị giảm xuống, bảo đảm độ chênh áp trước và sau tiết lưu như cũ.

## 5. Các bộ phận phụ

### a. Ống dẫn

Ống dẫn dùng để nối các phần tử trong hệ thống với nhau. Tùy theo điều kiện làm việc, người ta dùng loại ống dẫn mềm hoặc cứng. Vì hầu hết các ống dẫn chịu áp suất cao nên cần chú ý tới sức bền và độ kín khít ở các mối nối ống. Mặt khác khi lắp ráp các ống cần tránh lắp quá găng, gây ứng suất trước trong thành ống để tránh nứt, vỡ ống.

### b. Thùng chứa chất lỏng

Yêu cầu thùng chứa là đảm bảo đủ lượng dầu làm việc trong hệ thống, đảm bảo lọc sạch và làm nguội dầu tốt. Thường thể tích của thùng được tính theo thể tích dầu chứa trong hệ thống (trong bơm động cơ thủy lực, trong lưới ống, trong các thiết bị gắn trong

hệ thống) và phải kể đến lượng dầu rò rỉ và bôi trơn... trong quá trình làm việc. Nhiều khi để giảm tiếng ồn và nâng cao hiệu suất của bơm, người ta để bơm ngập vào chất lỏng trong thùng chứa. Điều đó làm tăng thể tích của thùng. Ngoài ra thể tích phần không khí trên mặt thoáng của dầu trong thùng nên để khoảng  $10 \div 15\%$  thể tích thùng.

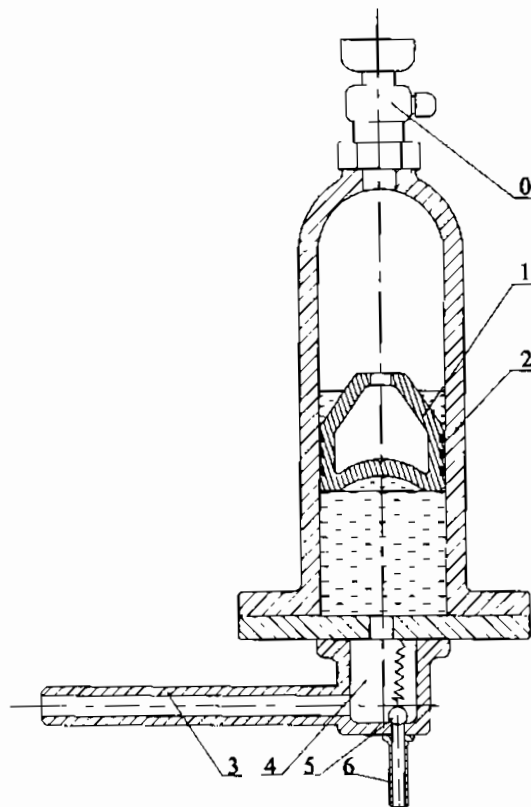
c. Bộ lọc dầu

Phải bố trí bộ lọc dầu trong tất cả các hệ thống. Tùy điều kiện thực tế, có thể dùng các loại lọc như: lọc tấm, lọc lưới, lọc hóa học hay lọc lí tâm...

d. Bình tích năng

Trong hệ thống truyền động thủy lực, lưu lượng yêu cầu của động cơ thủy lực thường thay đổi trong khi đó lưu lượng của bơm lại không đổi. Vì vậy phải dùng bơm có lưu lượng lớn hơn lưu lượng cao nhất mà động cơ yêu cầu. Để đảm bảo cho hệ thống làm việc bình thường và nâng cao hiệu suất của nó, người ta dùng bình tích năng. Bình tích năng có nhiệm vụ tích trữ năng lượng thừa khi hệ thống không dùng hết và cung cấp thêm năng lượng khi yêu cầu của hệ thống vượt quá khả năng của bơm. Vì vậy nếu có bình tích năng, ta không cần phải dùng bơm lớn, tránh lãng phí.

Hình 12.24 giới thiệu một kiểu bình tích năng.



**Hình 12.24**

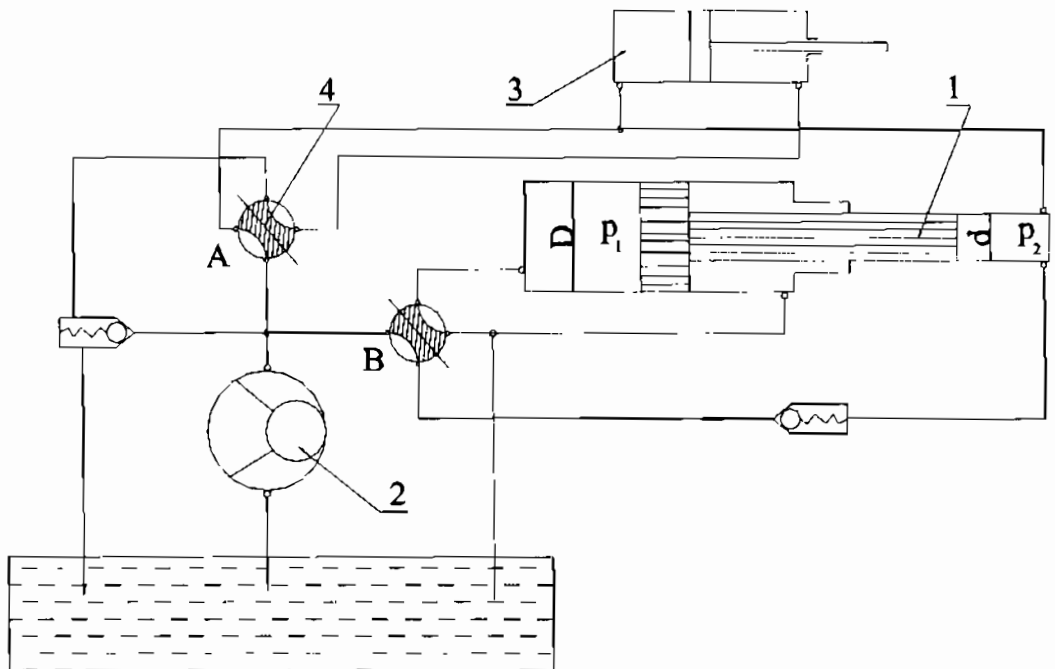


Chất lỏng chảy theo đường ống 6 qua van 5 vào khoang 4 thông với bình tích năng rồi sang đường ống 3. Pittông 1 ngăn cách phần khí ở trên và chất lỏng ở dưới. Để tránh rò rỉ của khí, người ta lắp thêm vòng đệm cao su 2 trên thân pittông. Khóa 0 lắp ở trên cùng bình tích năng để dẫn khí vào hoặc ra khỏi bình. Khi động cơ thủy lực không dùng hết năng lượng (áp năng), chất lỏng dưới áp suất cao được dẫn vào bình đẩy pittông lên, nén khí lại. Như vậy chất lỏng đã tích cho pittông một thế năng và cho khí một áp năng. Khi động cơ thủy lực đòi hỏi năng lượng lớn, chất lỏng cần phải dẫn vào động cơ nhiều, vượt quá khả năng cung cấp của bơm làm áp suất trong hệ thống (đường ống 3,6) giảm xuống. Lúc đó khí ở trên giãn ra, pittông hạ xuống, đẩy chất lỏng ra khỏi bình. Kết quả là hệ thống được bù năng lượng.

Trong thực tế có nhiều kiểu bình tích năng ví dụ có thể thay pittông bằng màng cao su hoặc thay phần khí bằng lò xo hay tụ treo...

### c. Máy tăng áp

Khi cần tăng áp suất ở nơi nào đó, người ta dùng máy tăng áp. Sơ đồ nguyên lý của máy tăng áp rất đơn giản (H.12.25). Nó gồm pittông hai bậc I di chuyển trong xi lanh.



**Hình 12.25**

Gọi  $p_1$  - áp suất trong khoang có đường kính lớn D.

$p_2$  - áp suất trong khoang có đường kính nhỏ d.

Ta có: 
$$p_2 = p_1 \frac{D^2}{d^2}$$


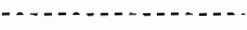
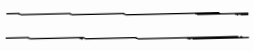

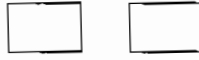
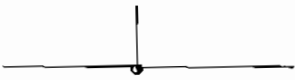

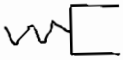
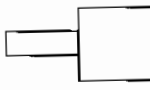
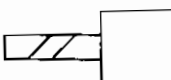
Như vậy chỉ cần đưa áp suất nhỏ  $p_1$  vào khoang lớn sẽ tạo ra được áp suất trong khoang nhỏ lớn gấp  $\left(\frac{D^2}{d^2}\right)$  áp suất  $p_1$ .

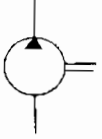
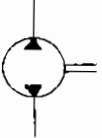
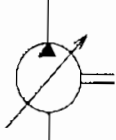
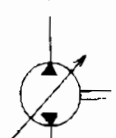
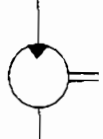
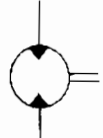
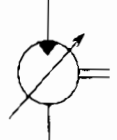
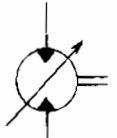
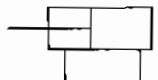
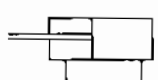
Trong sơ đồ này, chất lỏng được bơm 2 đẩy qua van một chiều, cơ cấu phân phối A đến khoang làm việc của xy lanh lực 3 làm pittông di chuyển. Nếu vị trí của cơ cấu phân phối B như hình vẽ thì khoang nhỏ của xy lanh máy tăng áp được nối với ống đẩy của bơm và khoang trái của xy lanh lực. Khoang lớn của máy tăng áp được nối với đường thải. Khi đó pittông 1 bị đẩy sang vị trí tốt cùng bên trái. Nếu xoay vị trí cơ cấu phân phối B một góc  $90^\circ$  thì khoang trái của xy lanh lớn của máy tăng áp được nối với bơm, còn khoang xy lanh nhỏ được nối với khoang làm việc của xy lanh lực. Lúc đó máy tăng áp có tác dụng làm tăng áp suất khoang làm việc của xy lanh lực.

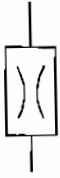


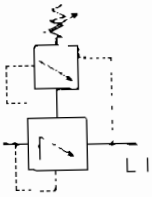
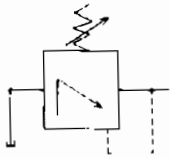
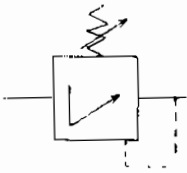
### 12.3.2. Ký hiệu các phần tử thủy lực

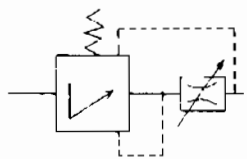
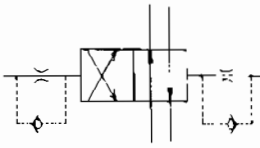
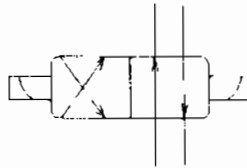
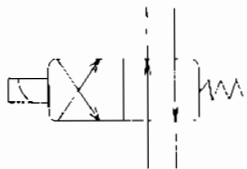
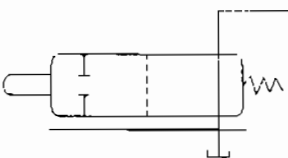
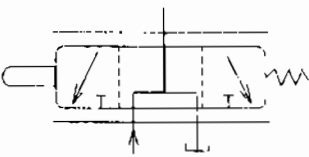
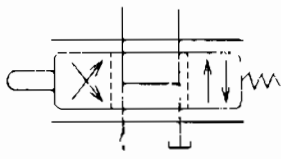
Để biểu diễn sơ đồ truyền động thủy lực được đơn giản, rõ ràng có thể sử dụng các ký hiệu liệt kê trong bảng dưới đây:

**Bảng ký hiệu**

TT	Tên	Ký hiệu
1	Đường vận chuyển của dòng	Lực:  Điều khiển: 
2	Khâu cơ khí	
3	Bơm động cơ	
4	Cơ cấu con trượt, van	
5	Chỗ nối	
6	Giảm chấn tiết lưu	
7	Cơ cấu điều khiển	Bằng loxo:  Bằng pittông:  Bằng nam châm điện có hai cuộn dây: 

8	Bơm không điều chỉnh được	<p>Không đảo chiều: </p> <p>Đảo chiều: </p>
9	Bơm điều chỉnh được	<p>Không đảo chiều: </p> <p>Đảo chiều: </p>
10	Động cơ thủy lực không điều chỉnh được	<p>Không đảo chiều: </p> <p>Đảo chiều: </p>
11	Động cơ thủy lực điều chỉnh được	<p>Không đảo chiều: </p> <p>Đảo chiều: </p>
12	Xy lanh thủy lực	<p>Thông thường: </p> <p>Vi sai: </p>

13	Tiết lưu không điều chỉnh được	
14	Tiết lưu điều chỉnh được	
15	Van một chiều	
16	Van an toàn tự động	
17	Van điều áp	
18	Van giảm áp tự động	

19	Điều tốc	
20	Cơ cấu con trượt phân phối pittông điều khiển thủy lực	
21	Cơ cấu con trượt phân phối pittông điều khiển bằng điện	
22	Cơ cấu con trượt pittông phân phối bốn cửa lưu thông	
23	Cơ cấu con trượt tùy động một khe lưu thông	
24	Cơ cấu con trượt tùy động hai khe lưu thông	
25	Cơ cấu con trượt tùy động bốn khe lưu thông	

### 12.3.3. Các sơ đồ nguyên lý truyền động thủy lực thể tích

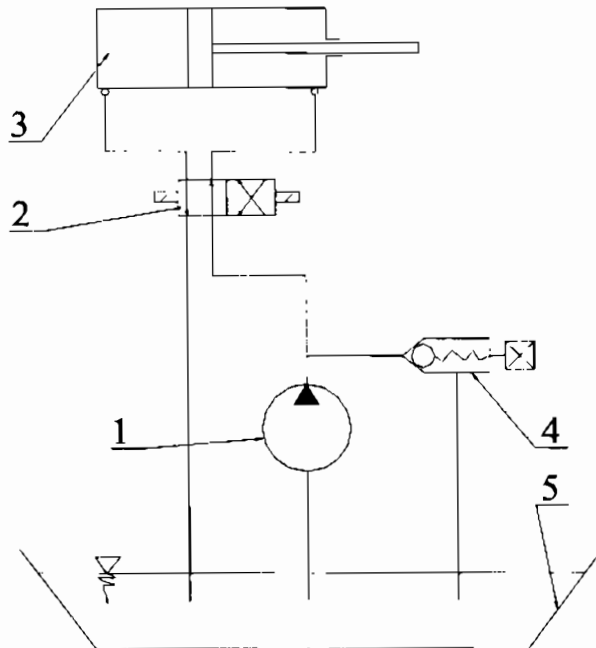
Tùy theo dạng chuyển động của cơ cấu chấp hành, ta có thể chia truyền động thủy lực thể tích thành ba dạng chính:

- Truyền động thủy lực thể tích có chuyển động tịnh tiến.
- Truyền động thủy lực thể tích có chuyển động quay.
- Truyền động thủy lực tủy động.

#### I. Truyền động thủy lực thể tích có chuyển động tịnh tiến và quay

##### a. Truyền động thủy lực thể tích có chuyển động tịnh tiến

Ở loại này, bộ phận chấp hành có chuyển động tịnh tiến (hình 12.26).



Hình 12.26

Tại vị trí của cơ cấu phân phối 2, bơm 1 cung cấp chất lỏng có áp suất cao vào khoang phải của xylanh lực 3, đẩy pítông chuyển động sang trái. Dầu từ khoang trái của xylanh sẽ hồi về thùng chứa 5 qua cơ cấu phân phối. Nếu thay đổi vị trí của cơ cấu phân phối, dầu từ bơm sẽ cung cấp chất lỏng đến khoang trái của xylanh lực. Pítông sẽ được đảo chiều chuyển động sang phải. Áp suất của hệ thống được khống chế bởi van an toàn 4

Nếu không có rò rỉ thì lưu lượng bơm  $Q_b$  bằng lưu lượng động cơ  $Q_d$ .

$$Q_b = Q_d = v_p \cdot F_p \quad (12.4)$$

Trong đó:  $v_p$  - vận tốc pítông.

$F_p$  - tiết diện của pítông.

Từ (12.4) ta có:

$$v_p = \frac{Q_b}{F_p} \quad (12.5)$$

Vì vậy bằng cách thay đổi lưu lượng của bơm ta có thể thay đổi vận tốc của pittông.

b. Truyền động thủy lực thể tích có chuyển động quay

Trường hợp này, bộ phận chấp hành có chuyển động quay. Để làm bộ phận chấp hành, có thể dùng các động cơ thủy lực rôto hoặc pittông rôto (xem chương Bơm pittông và Máy thủy lực thể tích).

Nếu hệ thống không có rò rỉ thì:

$$Q_b = Q_d = q_d \cdot n_d \quad (12.6)$$

Trong đó:  $q_d$  - lưu lượng riêng của động cơ thủy lực.

$n_d$  - số vòng quay (vận tốc) của động cơ thủy lực.

Từ (12.6) ta có:

$$n_d = \frac{Q_b}{q_d} \quad (12.7)$$

c. Điều chỉnh vận tốc của bộ phận chấp hành

Theo các công thức (12.5) và (12.7) ta thấy có thể điều chỉnh được vận tốc của cơ cấu chấp hành bằng hai phương pháp: Phương pháp thể tích và phương pháp tiết lưu.

- Phương pháp thể tích:

Có thể thực hiện phương pháp này bằng cách điều chỉnh lưu lượng của bơm khi thay đổi lưu lượng riêng của bơm hoặc lưu lượng riêng của động cơ thủy lực. Người ta thường dùng các máy thủy lực thể tích có thể điều chỉnh được lưu lượng để làm bơm và động cơ thủy lực.

Thực tế không tránh khỏi rò rỉ chất lỏng khi hệ thống hoạt động. Vì vậy chỉ có thể điều chỉnh vận tốc của động cơ thủy lực khi lưu lượng bơm lớn hơn lưu lượng rò rỉ. Lưu lượng rò rỉ phụ thuộc phụ tải. Khi phụ tải tăng lên lưu lượng rò rỉ tăng lên. Vì vậy khi phụ tải thay đổi, việc điều chỉnh vận tốc sẽ bị khó khăn, không nhạy và khó chính xác, nhất là đối với hệ thống có lưu lượng nhỏ.

Tuy nhiên ưu điểm cơ bản của phương pháp này là rất kinh tế vì lưu lượng (công suất) của bơm luôn luôn biến đổi phù hợp với lưu lượng mà động cơ thủy lực yêu cầu.

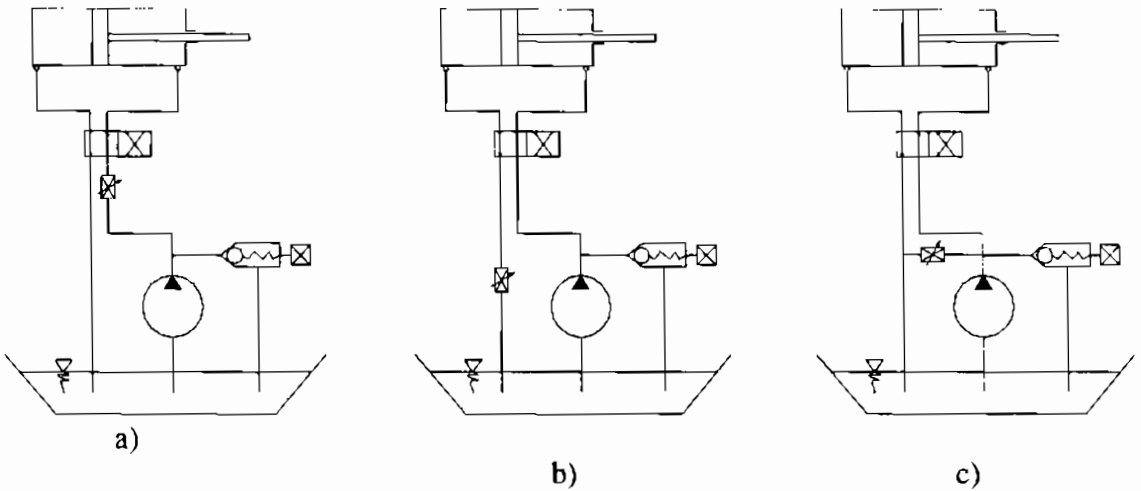
- Phương pháp tiết lưu:

Nếu dùng bơm không điều chỉnh được lưu lượng, để thay đổi vận tốc pittông ta có thể dùng tiết lưu.

Có ba cách bố trí tiết lưu trong hệ thống:

- Đặt ở lối vào động cơ thủy lực (hình 12.27.a).

- Đặt ở lối ra động cơ thủy lực (hình 12.27.b).
- Đặt song song với động cơ thủy lực (hình 12.27.c).



**Hình 12.27**

- Trường hợp đặt tiết lưu ở lối vào động cơ thủy lực.

Ta biết lưu lượng qua tiết lưu phụ thuộc vào diện tích lưu thông trong tiết lưu và hiệu áp suất trước và sau tiết lưu. Nhờ có van tràn (van an toàn) nên áp suất trước tiết lưu luôn luôn không đổi, còn áp suất sau tiết lưu phụ thuộc phụ tải đặt lên động cơ thủy lực. Khi phụ tải tăng, áp suất sau tiết lưu cũng tăng lên, do đó hiệu áp suất ở tiết lưu giảm xuống. Kết quả là lưu lượng qua tiết lưu giảm xuống, làm vận tốc động cơ thủy lực bị giảm đi. Ngược lại khi giảm phụ tải, vận tốc động cơ thủy lực sẽ tăng lên.

Tóm lại việc điều chỉnh bằng tiết lưu đặt ở lối vào không đảm bảo cho động cơ thủy lực có vận tốc ổn định khi tải trọng thay đổi. Mặt khác, khi qua tiết lưu, chất lỏng bị nóng lên (do tổn thất lớn) nên nhiệt độ làm việc của chất lỏng cao. Do đó lưu lượng rò rỉ tăng lên, làm giảm hiệu suất làm việc của hệ thống.

- Trường hợp đặt tiết lưu ở lối ra động cơ thủy lực.

Theo sơ đồ hình 12.27.b, ta thấy khi tăng phụ tải lên pittông, áp suất trong khoang phải của xy lanh sẽ giảm xuống do đó hiệu áp suất trước và sau tiết lưu cũng giảm theo. Kết quả là lưu lượng qua tiết lưu giảm, do đó vận tốc di chuyển của pittông giảm đi.

Như vậy khi phụ tải thay đổi, vận tốc động cơ thủy lực cũng thay đổi. Tuy nhiên khác với sơ đồ trên, khi đặt tiết lưu ở lối ra, nhiệt độ chất lỏng tăng lên khi qua tiết lưu không ảnh hưởng gì đến chế độ làm việc của hệ thống, bởi vì nó được kịp thời làm nguội ở thùng chứa trước khi tiếp tục làm việc. Mặt khác việc đặt tiết lưu ở lối ra sẽ tạo nên đối áp lớn trong khoang không làm việc của xy lanh, tạo nên đệm giảm chấn được và đập thủy lực trong động cơ.

- Trường hợp đặt tiết lưu song song với động cơ thủy lực.



Trong trường hợp này vận tốc di chuyển của pittông phụ thuộc vào sự phối hợp của tiết lưu. Khi tiết lưu đóng hoàn toàn, toàn bộ chất lỏng từ bơm được đẩy vào xilanh lực. Khi đó vận tốc pittông là lớn nhất. Khi tiết lưu mở, một phần chất lỏng sẽ thoát qua tiết lưu về thùng chứa. Vì vậy, điều chỉnh cửa lưu thông của tiết lưu, ta sẽ điều chỉnh được vận tốc của cơ cấu chấp hành.

Để điều chỉnh có hiệu quả vận tốc chuyển động của cơ cấu chấp hành thì van an toàn trong hệ thống phải đóng vai trò của van chống đỡ (nghĩa là nó chỉ mở ra khi hệ thống có quá tải). Hiệu áp suất hai đầu tiết lưu phụ thuộc hiệu áp suất hai khoang xilanh lực. Vì vậy vận tốc pittông cũng thay đổi theo sự thay đổi phụ tải. Vậy sơ đồ này cũng không đảm bảo cho vận tốc cơ cấu chấp hành không đổi khi phụ tải thay đổi. Hơn nữa trong trường hợp này, việc điều chỉnh vận tốc khó chính xác hơn hai trường hợp trên vì sự rò rỉ chất lỏng trong hệ thống phụ thuộc vào sự thay đổi phụ tải.

Tuy nhiên việc điều chỉnh trong hệ thống này kinh tế hơn so với hai hệ thống trên vì trong trường hợp này, lưu lượng bơm phụ thuộc vào phụ tải trên động cơ thủy lực.

Tóm lại phương pháp dùng tiết lưu như các trường hợp trên không thể ổn định được vận tốc của bộ phận chấp hành khi phụ tải thay đổi.

Trong thực tế nhiều khi rất cần ổn định được vận tốc của cơ cấu chấp hành kể cả khi phụ tải thay đổi.

#### d. Ổn định vận tốc chuyển động của cơ cấu chấp hành

Việc giữ cho vận tốc chuyển động của cơ cấu chấp hành ổn định không phụ thuộc phụ tải có ý nghĩa rất lớn trong thực tế. Ví dụ, nếu dùng động cơ pittông để đẩy dao cắt (trong máy cắt gọt kim loại) thì việc ổn định tốc độ dao cắt có ảnh hưởng rất lớn đến độ bóng bề mặt và độ chính xác của chi tiết cần gia công.

Phương pháp thủy lực để ổn định tốc độ đạt tới độ ổn định cao hơn so với phương pháp cơ khí.

Để thực hiện ổn định vận tốc, thay vì dùng tiết lưu như các trường hợp trên, người ta dùng bộ điều tốc (xem mục 12.3.1 về bộ điều tốc).

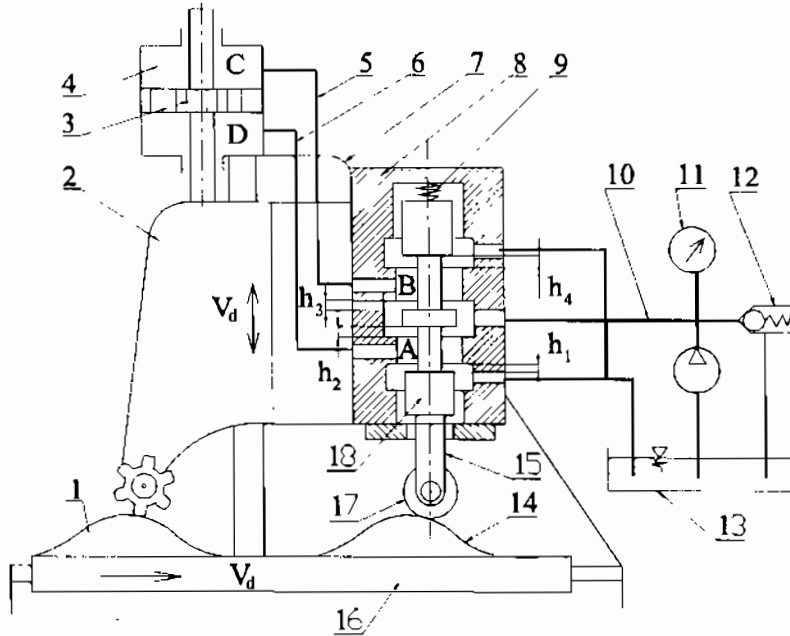
Cũng giống như các trường hợp trên, bộ điều tốc có thể đặt ở lối vào, lối ra và song song với động cơ thủy lực. Cần chú ý rằng ba phương án mắc bộ điều tốc đều có tác dụng ổn định được vận tốc của cơ cấu chấp hành. Tuy nhiên mỗi phương án đều có ưu, nhược điểm giống như ba phương án mắc tiết lưu đã trình bày ở trên.

## 2. Truyền động thủy lực tùy động.

Hệ thống truyền động thủy lực tùy động còn gọi là hệ thống truyền động theo dõi. Đó là hệ thống, trong đó hoạt động của bộ phận chấp hành được điều khiển theo chương trình tùy ý một cách tự động. Trong quá trình làm việc của hệ thống, hoạt động của bộ phận chấp hành luôn được theo dõi kiểm tra và được báo về bộ phận so sánh phát hiện sai lệch và hiệu chỉnh.

Hệ thống này được dùng rất rộng rãi trong ngành chế tạo máy như trong hệ thống chép hình của máy cắt gọt, trong bộ phận điều khiển của các máy làm rừng, máy kéo xích, máy bay...

Hình 12.28 là sơ đồ một hệ thống truyền động thủy lực tùy động đơn giản. Hệ thống này được dùng trong máy phay chép hình. Nhiệm vụ của hệ thống này là làm cho dao cắt có thể gia công trên phôi 1 dạng của mẫu hình 14 một cách tự động. Phôi 1 và mẫu hình 14 được gắn trên cùng một bàn trượt dọc 16. Như vậy, nhờ dẫn động cơ khí, bàn trượt 16 có chuyển động dọc mang theo phôi 1 và mẫu hình 14. Dao cắt tì vào phôi 1, mũi dò 17 tì vào mẫu hình 14.



**Hình 12.28**

Nguyên lý hoạt động của hệ thống này như sau:

Bơm dầu theo đường ống 10 vào cửa giữa trong vỏ 8 của cơ cấu phân phối con trượt điều khiển 18. Vị trí của con trượt pittông 18 phụ thuộc vào tình hình lưu thông của dầu qua các khe hở  $h_1, h_2, h_3, h_4$  giữa mép con trượt và các mép rãnh trong vỏ 8. Xilanh lực 4 gắn chặt với bàn bất động 7 của máy. Cản pittông 3 gắn cứng với bàn trượt thẳng đứng 2, vỏ di động 8 và dụng cụ cắt. Áp suất vào của hệ thống được giữ không đổi nhờ van tràn 12 và được kiểm tra bằng áp kế 11. Một đầu con trượt pittông được gắn với tay đòn 15 và mũi dò 17, một đầu khác tì vào lò xo 9. Dưới tác dụng của lò xo 9, con trượt pittông 18 bị đẩy xuống vị trí thấp nhất. Khi đó khe lưu thông  $h_3 \geq h_2$  và  $h_1 \geq h_4$ . Kết quả là áp suất trong buồng B cao hơn buồng A bởi vì dòng chảy từ cửa giữa của vỏ 8 qua khe  $h_3$  sụt áp ít hơn qua khe  $h_2$  hơn nữa chất lỏng khí về thùng chứa qua khe  $h_4$  bị sụt áp nhiều hơn khi qua khe  $h_1$ . Do buồng C thông với buồng B và buồng D thông với buồng A nên áp suất trong xylanh lực tác động lên pittông về phía buồng C lớn hơn về phía buồng D. Vì xylanh 4 gắn với bàn bất động 7, nên dưới độ chênh áp, pittông bị đẩy xuống kéo theo cả bàn trượt đứng có gắn dụng cụ cắt tì vào phôi 1 và van trượt có gắn mũi dò 17 xuống tì vào mẫu hình 14. Trong lúc con trượt 18 (có gắn mũi dò) bị dừng lại, vỏ van 8 do gắn cứng với pittông 3 và bàn trượt đứng 2, dưới tác dụng của độ chênh áp trong

xylanh lực 4, vẫn hạ xuống dưới. Kết quả là diện tích lưu thông của khe  $h_1$  và  $h_3$  hẹp dần lại, còn khe  $h_2$  và  $h_4$  tăng lên, làm độ chênh áp trong các buồng của xylanh lực giảm xuống. Cho đến khi các diện tích lưu thông qua các khe cân bằng và độ chênh áp trong xylanh lực không đủ thắng lực ăn dao (cát vật liệu) thì quá trình ăn dao thẳng đứng bị ngừng lại.

Nếu bàn 16 có vận tốc di chuyển dọc  $v_d$  không đổi, thì khi mũi dò gặp chỗ biên nhô cao của mẫu 14, con trượt pittông sẽ bị di chuyển lên trên qua vị trí cân bằng. Khi đó diện tích lưu thông qua khe  $h_2$  và  $h_4$  tăng lên còn khe  $h_1$  và  $h_3$  hẹp dần. Dần dần áp suất trong buồng D lớn hơn buồng C. Độ chênh áp tiếp tục tăng cho tới khi thắng được lực cản chuyển động của pittông xylanh lực. Lúc đó, bàn trượt đứng kèm theo dao cắt được nâng lên. Rõ ràng di chuyển ấy do van trượt pittông điều khiển theo tín hiệu của mẫu hình 14 đưa vào. Di chuyển đó lại được báo về van trượt điều khiển nhờ liên hệ ngược (do gắn cứng pittông 3, bàn trượt 2 với vỏ van trượt 8). Tác dụng của liên hệ ngược có xu hướng làm yếu tín hiệu điều khiển của van trượt. Do liên hệ ngược, tín hiệu đó sẽ tắt dần và triệt tiêu khi con trượt pittông trở về vị trí trung gian.

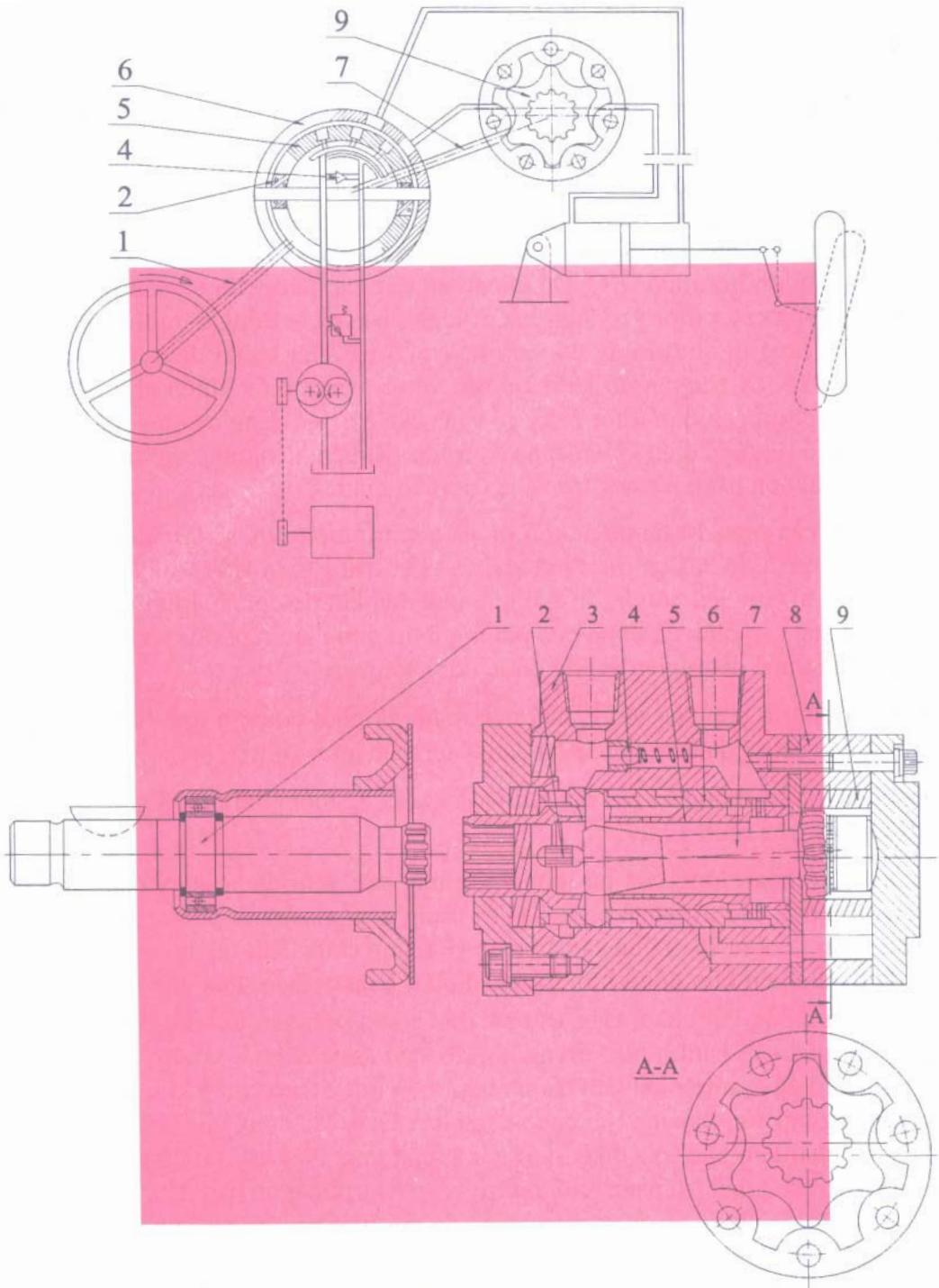
Khi biên của mẫu 14 hạ thấp, mũi dò và con trượt pittông sẽ di chuyển xuống dưới do tác dụng của lò xo 9. Con trượt pittông rời vị trí trung gian và hạ xuống. Diện tích lưu thông khe  $h_1$ ,  $h_3$  tăng lên còn  $h_2$ ,  $h_4$  giảm đi cho đến khi độ chênh áp giữa buồng C và D đủ để thắng sức cản chuyển động của pittông 3 thì dừng lại. Khi đó pittông 3 cùng dụng cụ cắt bắt đầu được di chuyển xuống dưới, đổi hướng cắt.

Như vậy, tổng hợp vận tốc  $v_d$  của mẫu hình và phối với vận tốc thẳng đứng  $v_d$  của mũi dò và dao cắt sẽ đảm bảo chép lại dạng của mẫu hình 14 trên phối.

Dưới đây là hệ thống truyền động tuý động của hệ thống lái ô tô. Sơ đồ hệ thống này được trình bày trên hình 12.29.

Nguyên lý hoạt động của hệ thống này như sau. Khi chưa quay cần lái, dưới tác dụng của lò xo 2, các trụ phân phối ở vị trí trung gian, các rãnh phân phối không thông với nhau. Dầu từ bơm sẽ đi qua van an toàn về thùng chứa. Khi tay lái quay một góc nào đó (ví dụ theo chiều kim đồng hồ), trụ phân phối 5 quay theo, làm cho các rãnh của hai trụ phân phối thông với nhau. Ở vị trí này, dầu có áp suất cao từ bơm được đẩy vào các khoang trái giữa cặp bánh răng. Trong khi đó, các khoang phải có áp suất thấp. Chênh lệch áp suất đó gây ra mômen làm bánh răng trong quay theo chiều kim đồng hồ, ép dầu từ các khoang trái vào khoang trái của xylanh lực. Dưới tác dụng của áp suất cao, pittông bị đẩy sang phải làm bánh xe quay một góc tương ứng. Nếu tay lái dừng quay, dưới tác dụng của lò xo lá 2, hai trụ phân phối lại trở về vị trí trung gian ban đầu. Như vậy, tay lái quay chiều nào, bánh xe sẽ quay theo chiều đó với một góc tương ứng. Trong quá trình hoạt động, lò xo lá 2 đóng vai trò là liên hệ ngược. Hệ thống này còn có thể làm việc được ngay cả khi bơm không làm việc. Khi đó, cặp bánh răng sẽ làm việc như một bơm dưới tác dụng điều khiển của tay lái.

Hệ thống này được dùng rất nhiều trong các hệ thống lái tàu thủy, các máy giao thông khác, tạo nên những tính năng vượt trội so với hệ thống lái truyền thống.



**Hình 12.29**

1- Cần tay lái; 2. Lò so lá; 3. Vỏ; 4. Van một chiều; 5. Ống trụ phân phối trong;  
6. Ống trụ phân phối ngoài; 7. Trục các đăng; 8. Vành răng ngoài; 9. Bánh răng trong

PHỤ LỤC

Bảng 1. Bảng khí quyển tiêu chuẩn

Chiều cao H, (m)	Áp suất không khí $p_H$ (mmHg)	Nhiệt độ $T_H^0$ (°K)	Khối lượng riêng tương đối của không khí	Hệ số nhớt động của không khí $\nu_H \cdot 10^{-4}$ (m <sup>2</sup> /s)	Vận tốc âm trong không khí $a_H$ (m/s)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
0	750,0	283,0	1,000	0,114	340,2
500	715,0	284,75	0,953	0,150	338,3
1000	674,1	281,5	0,907	0,155	336,4
1500	634,2	273,25	0,864	0,161	334,4
2000	596,2	275,0	0,822	0,168	332,5
2500	560,1	271,75	0,781	0,175	330,5
3000	525,8	268,5	0,742	0,182	328,5
3500	493,2	265,25	0,705	0,189	326,5
4000	462,2	262,0	0,669	0,197	324,5
4500	432,9	258,75	0,634	0,208	322,5
5000	405,1	255,5	0,601	0,214	320,5
5500	378,7	252,25	0,569	0,224	318,4
6000	353,8	249,0	0,538	0,234	316,3
6500	330,2	245,75	0,509	0,244	314,3
7000	307,8	242,5	0,481	0,255	312,2
7500	286,8	239,25	0,454	0,267	310,1
8000	266,9	236,0	0,429	0,280	308,0
8500	248,1	232,75	0,404	0,293	305,9
9000	230,5	229,5	0,381	0,307	303,7
9500	213,8	226,25	0,358	0,323	301,6
10000	198,2	223,0	0,337	0,339	299,4
10500	183,4	219,75	0,316	0,355	297,2
11000	169,2	216,5	0,297	0,375	295,0
12000	144,07	216,5	0,2536	0,439	295,0
13000	123,72	216,5	0,2166	0,514	295,0
14000	105,67	216,5	0,1849	0,601	295,0
15000	90,24	216,5	0,1579	0,704	295,0
16000	77,07	216,5	0,1349	0,824	295,0
17000	65,8	216,5	0,1152	0,965	295,0
18000	56,21	216,5	0,0938	1,13	295,0

(Tiếp bảng 1)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
19000	48,01	216,5	0,0840	1,32	295,0
20000	41,00	216,5	0,0718	1,55	295,0
21000	35,02	216,5	0,0613	1,81	295,0
22000	29,90	216,5	0,0523	2,12	295,0
23000	25,54	216,5	0,0447	2,49	295,0
24000	21,81	216,5	0,0382	2,91	295,0
25000	18,63	216,5	0,0326	3,41	295,0
26000	15,91	216,5	0,0278	3,99	295,0
27000	13,59	216,5	0,0238	4,68	295,0
28000	11,60	216,5	0,0203	5,48	295,0
29000	9,910	216,5	0,0173	6,41	295,0
30000	8,460	216,5	0,0148	7,51	295,0

**Bảng 2. Bảng các thông số vật lí của khí quyển**

Chiều cao H, (km)	Nhiệt độ $T_H^0$ , (°K)	Áp suất $p_H$ , (mmHg)	Khối lượng riêng $\rho_H$ (kg/m <sup>3</sup> )
0	288,0	760	1,1
10	230,8	210	$4,2 \cdot 10^{-1}$
20	212,8	42	$9,3 \cdot 10^{-2}$
30	231,7	9,6	$1,9 \cdot 10^{-2}$
40	262,5	2,4	$4,2 \cdot 10^{-3}$
50	270,8	$7,6 \cdot 10^{-1}$	$1,2 \cdot 10^{-3}$
60	252,8	$2,2 \cdot 10^{-2}$	$3,5 \cdot 10^{-4}$
70	218,0	$5,5 \cdot 10^{-2}$	$9,7 \cdot 10^{-5}$
80	205,0	$1,1 \cdot 10^{-2}$	$2,1 \cdot 10^{-5}$
90	217,0	$2,0 \cdot 10^{-3}$	$1,1 \cdot 10^{-6}$
100	240,0	$6,0 \cdot 10^{-4}$	$8,6 \cdot 10^{-7}$
110	270,0	$2,0 \cdot 10^{-4}$	$2,0 \cdot 10^{-7}$
120	330,0	$6,0 \cdot 10^{-5}$	$5,6 \cdot 10^{-8}$
130	390,0	$2,0 \cdot 10^{-5}$	$1,9 \cdot 10^{-8}$
140	447,0	$7,0 \cdot 10^{-6}$	$7,6 \cdot 10^{-9}$
150	503,0	$3,7 \cdot 10^{-6}$	$3,4 \cdot 10^{-9}$
160	560,0	$2,0 \cdot 10^{-6}$	$1,6 \cdot 10^{-9}$
180	676,9	$7,0 \cdot 10^{-7}$	$4,8 \cdot 10^{-10}$
200	792,5	$3,0 \cdot 10^{-7}$	$1,7 \cdot 10^{-10}$
220	906,6	$1,4 \cdot 10^{-7}$	$7,0 \cdot 10^{-11}$

**Bảng 3. Bảng các hàm khí động**

$$\frac{T}{T_0} = \tau = 1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2 \qquad f = \frac{1}{c} q(\lambda(\lambda) + \frac{1}{\lambda})$$

$$\frac{p}{p_0} = \pi = (1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2)^{\frac{k}{k+1}} \qquad q = c \lambda \lambda \varepsilon(\lambda) \qquad r = \frac{c}{y(\lambda(\lambda) + \frac{1}{\lambda})} \qquad c = \frac{1}{\varepsilon(1)}$$

$$\frac{p}{p_0} = \varepsilon = (1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2)^{\frac{1}{k+1}} \qquad y = \frac{q(\lambda)}{\pi(\lambda)}$$

k = 1,4

$\lambda$	$\tau$	$\pi$	$\varepsilon$	q	y	f	r	M
0,00	1,0000	1,0000	1,0000	0,0000	0,0000	1,0000	1,0000	0,0000
0,01	1,0000	0,9999	0,9991	0,0158	0,0158	1,0000	0,9999	0,0091
0,02	0,9999	0,9998	0,9998	0,0315	0,0315	1,0002	0,9996	0,0183
0,03	0,9999	0,9995	0,9997	0,0473	0,0473	1,0006	0,9999	0,0274
0,04	0,9997	0,9990	0,9993	0,0631	0,0631	1,0009	0,9981	0,0365
0,05	0,9996	0,9986	0,9990	0,0788	0,0788	1,0019	0,9971	0,0457
0,06	0,9994	0,9979	0,9985	0,0945	0,0945	1,0021	0,9958	0,0548
0,07	0,9992	0,9971	0,9979	0,1102	0,1102	1,0028	0,9943	0,0639
0,08	0,9989	0,9963	0,9974	0,1259	0,1259	1,0038	0,9925	0,0731
0,09	0,9987	0,9953	0,9967	0,1415	0,1415	1,0047	0,9906	0,0822
0,10	0,9983	0,9942	0,9959	0,1571	0,1571	1,0058	0,9868	0,0914
0,11	0,9980	0,9929	0,9949	0,1726	0,1726	1,0070	0,9860	0,1005
0,12	0,9976	0,9916	0,9940	0,1882	0,1882	1,0083	0,9834	0,1097
0,13	0,9972	0,9901	0,9929	0,2036	0,2036	1,0100	0,9806	0,1190
0,14	0,9967	0,9966	0,9918	0,2190	0,2190	1,0113	0,9776	0,1200
0,15	0,9963	0,9870	0,9907	0,2344	0,2344	1,0129	0,9744	0,1372
0,16	0,9957	0,9851	0,9893	0,2497	0,2497	1,0147	0,9709	0,1460
0,17	0,9952	0,9832	0,9880	0,2649	0,2649	1,0165	0,9673	0,1560
0,18	0,9946	0,9812	0,9866	0,2801	0,2801	1,0185	0,9634	0,1650
0,19	0,9940	0,9791	0,9850	0,2952	0,2952	1,0206	0,9594	0,1740
0,20	0,9933	0,9768	0,9834	0,3102	0,3102	1,0227	0,9551	0,1830
0,21	0,9927	0,9745	0,9815	0,5252	0,5252	1,0250	0,9507	0,1920
0,22	0,9919	0,9720	0,9799	0,3401	0,3401	1,0274	0,9461	0,2020
0,23	0,9912	0,9695	0,9781	0,3549	0,3549	1,0298	0,9414	0,2109
0,24	0,9904	0,9668	0,9762	0,3696	0,3696	1,0315	0,9373	0,2202

k = 1,4

$\lambda$	$\tau$	$\pi$	$\varepsilon$	q	y	f	r	M
0,25	0,9896	0,9640	0,9742	0,3842	0,3842	1,0350	0,9314	0,2290
0,26	0,9887	0,9611	0,9721	0,3987	0,3987	1,0378	0,9264	0,2387
0,27	0,9879	0,9581	0,9699	0,4131	0,4134	1,0406	0,9207	0,2480
0,28	0,9869	0,9550	0,9677	0,4274	0,4274	1,0435	0,9152	0,2573
0,29	0,9860	0,9518	0,9653	0,4416	0,4416	1,0405	0,9095	0,2670
0,30	0,9950	0,9485	0,9630	0,4557	0,4804	1,0496	0,9037	0,2760
0,31	0,9840	0,9451	0,9605	0,4691	0,4790	1,0528	0,8977	0,2850
0,32	0,9829	0,9415	0,9519	0,4835	0,5135	1,0559	0,8917	0,2947
0,33	0,9819	0,9379	0,9952	0,4972	0,5382	1,0593	0,8854	0,3040
0,34	0,9807	0,9342	0,9525	0,5109	0,5469	1,0626	0,8791	0,3134
0,35	0,9796	0,9303	0,9497	0,5243	0,5636	1,0661	0,8727	0,3228
0,36	0,9784	0,9265	0,9469	0,5377	0,5804	1,0696	0,8662	0,3322
0,37	0,9772	0,9224	0,9439	0,5509	0,5973	1,0732	0,8595	0,3417
0,38	0,9759	0,9183	0,9409	0,5640	0,6142	1,0768	0,8528	0,3511
0,39	0,9747	0,9141	0,9378	0,5769	0,6312	1,0805	0,8460	0,3606
0,40	0,9733	0,9097	0,9346	0,5897	0,6482	1,0842	0,8391	0,3701
0,41	0,9720	0,9053	0,9314	0,6024	0,6654	1,0880	0,8321	0,3796
0,42	0,9706	0,9008	0,9281	0,6149	0,6826	1,0918	0,8251	0,3892
0,43	0,9692	0,8962	0,9247	0,6272	0,6998	1,0957	0,8197	0,3987
0,44	0,9677	0,8915	0,9212	0,6394	0,7172	1,0996	0,8108	0,3083
0,45	0,9663	0,8868	0,9178	0,6515	0,7346	1,1036	0,8035	0,4197
0,46	0,9647	0,8819	0,9142	0,6633	0,7521	1,1076	0,7963	0,4275
0,47	0,9632	0,8770	0,9105	0,6750	0,7697	1,1116	0,7889	0,4372
0,48	0,9616	0,8719	0,9067	0,6865	0,7874	1,1156	0,7816	0,4468
0,49	0,9600	0,8668	0,9029	0,6979	0,8052	1,1197	0,7741	0,4565
0,50	0,9583	0,8616	0,8991	0,7091	0,8230	1,1239	0,7666	0,4663
0,51	0,9567	0,8563	0,8991	0,7201	0,8409	1,1297	0,7592	0,4760
0,52	0,99549	0,8509	0,8991	0,7309	0,8590	1,1320	0,7517	0,4858
0,53	0,9532	0,8455	0,8871	0,7416	0,8771	1,1362	0,7442	0,4956
0,54	0,9514	0,8400	0,8829	0,7620	0,8953	1,1403	0,7366	0,5054
0,55	0,9496	0,8344	0,8787	0,7623	0,9136	1,1445	0,7290	0,5152
0,56	0,9477	0,8287	0,8744	0,7724	0,9321	1,1486	0,7215	0,5251
0,57	0,9459	0,8230	0,7823	0,7823	0,9506	1,1528	0,7139	0,5350
0,58	0,9439	0,8172	0,7920	0,7920	0,9692	1,1569	0,7064	0,5450
0,59	0,9420	0,8112	0,8015	0,8015	0,9880	1,1610	0,6987	0,5549



k = 1,4

$\lambda$	$\tau$	$\pi$	$\varepsilon$	$q$	$y$	$f$	$r$	$M$
0,60	0,9400	0,8053	0,8567	0,8109	1,0069	1,1651	0,6912	0,5649
0,61	0,9380	0,7992	0,8561	0,8198	1,0258	1,1691	0,6836	0,5750
0,62	0,9359	0,7932	0,8475	0,8288	1,0449	1,1733	0,7660	0,5850
0,63	0,9339	0,7870	0,8428	0,8375	1,0641	1,1772	0,6685	0,5951
0,64	0,9317	0,7808	0,8380	0,8359	1,0842	1,1812	0,6610	0,6053
0,65	0,9296	0,7745	0,8332	0,8543	1,1030	1,1852	0,6535	0,6154
0,66	0,9274	0,7681	0,8283	0,8623	1,1226	1,1891	0,6460	0,6256
0,67	0,9252	0,7617	0,8233	0,8701	1,1423	1,1929	0,6380	0,6359
0,68	0,9229	0,7553	0,8183	0,8778	1,1622	1,1967	0,6311	0,6461
0,69	0,9207	0,7488	0,8133	0,8852	1,1822	1,2005	0,3237	0,6565
0,70	0,9183	0,7422	0,8002	0,8624	1,2024	1,2042	0,6163	0,6660
0,71	0,9160	0,7356	0,8030	0,8993	1,2227	1,2078	0,6090	0,6772
0,72	0,9136	0,7289	0,7978	0,9061	1,2431	1,2114	0,6017	0,6876
0,73	0,9112	0,7221	0,7925	0,9126	1,2637	1,2148	0,5944	0,6981
0,74	0,9087	0,7154	0,7872	0,9189	1,2845	1,2183	0,5872	0,7086
0,75	0,9063	0,7086	0,7819	0,9250	1,3054	1,2216	0,5800	0,7192
0,76	0,9037	0,7017	0,7164	0,9308	1,3265	1,2249	0,5729	0,7298
0,77	0,9012	0,6948	0,7710	0,9364	1,3478	1,2280	0,5658	0,7404
0,78	0,8986	0,6878	0,7655	0,9418	1,3692	1,2311	0,5587	0,7511
0,79	0,8960	0,6809	0,7599	0,9469	1,3908	1,2341	0,5517	0,7616
0,80	0,8233	0,6738	0,7543	0,9518	1,4126	1,2370	0,5447	0,7727
0,81	0,8907	0,6668	0,7486	0,9565	1,4346	1,2398	0,5378	0,7835
0,82	0,8879	0,6597	0,7429	0,9610	1,4567	1,2425	0,5309	0,7944
0,83	0,8652	0,6526	0,7372	0,9652	1,4790	1,2451	0,5241	0,8053
0,84	0,8824	0,6454	0,7314	0,9691	1,5016	1,2475	0,5174	0,8163
0,85	0,8796	0,6382	0,7256	0,9729	1,5243	1,2498	0,5107	0,8274
0,86	0,8767	0,6310	0,7191	0,9764	1,5473	1,2520	0,5040	0,8381
0,87	0,8739	0,6238	0,7138	0,9796	1,5704	1,2541	0,4974	0,8496
0,88	0,8709	0,6165	0,7079	0,9826	1,5938	1,2560	0,4908	0,8608
0,89	0,8680	0,6092	0,7019	0,9854	1,6174	1,2579	0,4843	0,8721
0,90	0,8650	0,6019	0,6959	0,9579	1,6412	1,2595	0,4779	0,8833
0,91	0,8620	0,5946	0,6898	0,9902	1,6652	1,2611	0,4715	0,8947
0,92	0,8589	0,5873	0,6838	0,9923	1,6895	1,2625	0,4652	0,9062
0,93	0,8559	0,5800	0,6776	0,9941	1,7140	1,2637	0,4589	0,9117
0,94	0,8527	0,5726	0,6715	0,9957	1,7388	1,2648	0,4527	0,9292

k = 1,4

$\lambda$	$\tau$	$\pi$	$\varepsilon$	$q$	$y$	$f$	$r$	$M$
0,95	0,8496	0,5653	0,6653	0,9970	1,7638	1,2648	0,4466	0,9409
0,96	0,8464	0,5579	0,6591	0,9981	1,7890	1,2666	0,4405	0,9526
0,97	0,8432	0,5505	0,6528	0,9989	1,8146	1,2671	0,4344	0,9644
0,98	0,8399	0,5431	0,6466	0,9953	1,8404	1,2676	0,4285	0,9761
0,99	0,8367	0,5575	0,6403	0,9999	1,8665	1,2678	0,4225	0,9880
1,00	0,8333	0,5283	0,6340	1,0000	1,8229	1,2679	0,4167	1,0000
1,01	0,8300	0,5209	0,6276	0,9999	1,9195	1,2678	0,4109	1,0120
1,02	0,8266	0,5135	0,6212	0,9995	1,9464	1,2675	0,4051	1,0241
1,03	0,8232	0,5061	0,6148	0,9989	1,9737	1,2671	0,3994	1,0363
1,04	0,8197	0,4987	0,6068	0,9880	2,0013	1,2664	0,3938	1,0486
1,05	0,8163	0,4913	0,6019	0,9969	2,0291	1,2655	0,3882	1,0609
1,06	0,8127	0,4840	0,5955	0,9957	2,0573	1,2646	0,3827	1,0733
1,07	0,8092	0,4766	0,5890	0,9941	2,0585	1,2633	0,3773	1,0858
1,08	0,8056	0,4693	0,5826	0,9924	2,1147	1,2620	0,3719	1,0985
1,09	0,8020	0,4619	0,5760	0,9903	2,1439	1,2602	0,3665	1,1111
1,10	0,9783	0,4547	0,5694	0,9880	2,1734	1,2574	0,3613	1,1239
1,11	0,7947	0,4483	0,5629	0,9856	2,2034	1,2563	0,3560	1,1367
1,12	0,7909	0,4400	0,5564	0,9829	2,2337	1,2543	0,3508	1,1446
1,13	0,7872	0,4328	0,5498	0,9880	2,2643	1,2549	0,3457	1,1627
1,14	0,7834	0,4255	0,5432	0,9768	2,2954	1,2491	0,3407	1,1758
1,15	0,7796	0,4184	0,5366	0,9735	2,3269	1,2463	0,3357	1,1690
1,16	0,7757	0,4111	0,5300	0,9698	2,3588	1,2432	0,3307	1,2023
1,17	0,7719	0,4040	0,5234	0,9659	2,3911	1,2398	0,3258	1,2157
1,18	0,7679	0,3969	0,5168	0,9620	2,4238	1,2364	0,3210	1,2292
1,19	0,7640	0,3898	0,5102	0,9577	2,4570	1,2326	0,3162	1,2428
1,20	0,7600	0,3827	0,5035	0,9531	2,4906	1,2296	0,3115	1,2566
1,21	0,7560	0,3757	0,4969	0,9484	2,5247	1,2244	0,3068	1,2708
1,22	0,7519	0,3687	0,4903	0,9435	2,5593	1,2200	0,3022	1,2843
1,23	0,7478	0,3617	0,4837	0,9384	2,5944	1,2154	0,2976	1,2974
1,24	0,7437	0,3548	0,4770	0,9311	2,6300	1,2105	0,2931	1,3126
1,25	0,7396	0,3479	0,4704	0,9275	2,6660	1,2054	0,2886	1,3298
1,26	0,7354	0,3411	0,4638	0,9217	2,7026	1,2000	0,2842	1,3413
1,27	0,7312	0,3343	0,4572	0,9159	2,7398	1,1946	0,2798	1,3558
1,28	0,7269	0,3275	0,4505	0,9096	2,7775	1,1887	0,2755	1,3705
1,29	0,7227	0,3208	0,4439	0,9033	2,8158	1,1826	0,2713	1,3853
1,30	0,7183	0,3142	0,4374	0,8969	2,8547	1,1765	0,1670	1,4002
1,31	0,7180	0,3075	0,4307	0,8101	2,9841	1,1629	0,2629	1,4153
1,32	0,7096	0,3910	0,4244	0,8831	2,9343	1,1632	0,2547	1,4458

k = 1,4

$\lambda$	$\tau$	$\pi$	$\varepsilon$	$q$	$y$	$f$	$r$	$M$
1,33	0,7052	0,2945	0,4176	0,8761	2,9750	1,1562	0,2547	1,4458
1,34	0,7007	0,2880	0,4110	0,8688	3,0164	1,1490	0,2507	1,4613
1,35	0,6962	0,2816	0,4045	0,8614	3,0586	1,1417	0,2467	1,4769
1,36	0,6917	0,2753	0,3980	0,8538	3,1013	1,1341	0,2427	1,4927
1,37	0,6872	0,2690	0,3914	0,8459	3,1448	1,1261	0,2389	1,5087
1,38	0,6826	0,2628	0,3850	0,8380	3,1889	1,1180	0,2350	1,5248
1,39	0,6780	0,2566	0,3785	0,8299	3,2340	1,1098	0,2312	1,5410
1,40	0,6733	0,2505	0,3720	0,8216	3,2798	1,1012	0,2275	1,5575
1,41	0,6687	0,2445	0,3656	0,8131	3,3263	1,0924	0,2238	1,5241
1,42	0,6639	0,2385	0,3592	0,8046	3,3737	1,0835	0,2201	1,5909
1,43	0,6592	0,2326	0,3528	0,7958	3,4219	1,0742	0,2165	1,6078
1,44	0,6544	0,2267	0,3464	0,7869	3,4710	1,0648	0,2129	1,6250
1,45	0,6496	0,2209	0,3401	0,7778	3,5211	1,0551	0,2094	1,6423
1,46	0,6447	0,2152	0,3338	0,7687	3,5720	1,0453	0,2059	1,6598
1,47	0,6398	0,2095	0,3275	0,7593	3,6240	1,0354	0,2024	1,6776
1,48	0,6349	0,2040	0,3212	0,7499	3,6768	1,0249	0,1990	1,6955
1,49	0,6300	0,1985	0,3150	0,7404	3,7308	1,0144	0,1956	1,7137
1,50	0,6250	0,1930	0,3088	0,7307	3,7858	1,0037	0,1923	1,7321
1,51	0,6200	0,1876	0,3027	0,7209	3,8418	0,9927	0,1890	1,7500
1,52	0,6149	0,1824	0,2965	0,7110	3,8990	0,9816	0,1858	1,7694
1,53	0,6099	0,1771	0,2904	0,7009	3,9571	0,9703	0,1825	1,7885
1,54	0,6047	0,1720	0,2844	0,6909	4,0172	0,9590	0,1794	1,8078
1,55	0,5996	0,1669	0,2784	0,6807	4,0778	0,9472	0,1762	1,8273
1,56	0,5944	0,1619	0,2724	0,6703	4,1394	0,9353	0,1731	1,8273
1,57	0,5892	0,1570	0,2665	0,6599	4,2054	0,9233	0,1700	1,8672
1,58	0,5839	0,1522	0,2506	0,6494	4,2680	0,9111	0,1670	1,8875
1,59	0,5786	0,1474	0,2547	0,6389	4,3343	0,8988	0,1640	1,9081
1,60	0,5733	0,1427	0,2489	0,6282	4,4020	0,8861	0,1611	1,9290
1,61	0,5680	0,1381	0,2431	0,6175	4,4713	0,8734	0,1581	1,9501
1,62	0,5626	0,1336	0,2374	0,6067	4,5422	0,8604	0,1552	1,9716
1,63	0,5572	0,1291	0,2317	0,5958	4,6144	0,8474	0,1524	1,9934
1,64	0,5517	0,1248	0,2261	0,5850	4,6887	0,8343	0,1495	2,0155
1,65	0,5463	0,1205	0,2205	0,5740	4,7647	0,8210	0,1467	2,0380
1,66	0,5407	0,1163	0,2150	0,5630	4,8424	0,8075	0,1440	2,0607
1,67	0,5352	0,1121	0,2095	0,5520	4,9221	0,7939	0,1413	2,0839
1,68	0,5296	0,1081	0,2041	0,5409	5,0037	0,7802	0,1386	2,1073
1,69	0,5240	0,1041	0,1988	0,5298	5,0877	0,7664	0,1359	2,1313

k = 1,4

$\lambda$	$\tau$	$\pi$	$\varepsilon$	q	y	f	r	M
1,70	0,5183	0,1003	0,1934	0,5187	5,1735	0,7524	0,1333	2,1555
1,71	0,5126	0,0956	0,1881	0,5075	5,3167	0,7383	0,1306	2,1802
1,72	0,5069	0,0928	0,1830	0,4965	5,3520	0,7243	0,1281	2,2053
1,73	0,5012	0,0891	0,1778	0,4852	5,4449	0,7100	0,1255	2,2308
1,74	0,4954	0,0856	0,1727	0,4741	5,5403	0,6957	0,1230	2,2567
1,75	0,4896	0,0821	0,1667	0,4630	5,6383	0,6813	0,1205	2,2831
1,76	0,4837	0,0787	0,1628	0,4520	5,7390	0,6669	0,1181	2,3100
1,77	0,4779	0,0754	0,1578	0,4407	5,8427	0,6523	0,1156	2,3374
1,78	0,4719	0,0722	0,1530	0,4296	5,9594	0,6378	0,1132	2,3653
1,79	0,5660	0,0691	0,1482	0,4185	6,0593	0,6232	0,1108	2,3937
1,80	0,4600	0,0660	0,1435	0,4075	6,1723	0,6085	0,1085	2,4227
1,81	0,4540	0,0630	0,1389	0,3965	6,2893	0,5938	0,1062	2,4523
1,82	0,4470	0,0602	0,1343	0,3855	6,4091	0,5791	0,1039	2,4824
1,83	0,4418	0,0573	0,1298	0,3746	6,5335	0,5644	0,1016	2,5132
1,84	0,4357	0,0546	0,1253	0,3638	6,6607	0,5497	0,0994	2,5449
1,85	0,4296	0,0520	0,1201	0,3530	6,7934	0,5349	0,0971	2,5766
1,86	0,4234	0,0494	0,1167	0,3423	6,9298	0,5202	0,0949	2,6094
1,87	0,4172	0,0469	0,1124	0,3316	7,0707	0,5055	0,0928	2,6429
1,88	0,4109	0,0445	0,1083	0,3211	7,2162	0,4909	0,0906	2,6772
1,89	0,4047	0,0422	0,1042	0,3105	7,3673	0,4762	0,0885	2,7123
1,90	0,3983	0,0399	0,1002	0,3002	7,5243	0,4472	0,0864	2,7481
1,91	0,3920	0,0370	0,0962	0,2988	7,6885	0,4327	0,0843	2,7849
1,92	0,3856	0,0356	0,0923	0,2797	7,8540	0,4183	0,0823	2,8225
1,93	0,3792	0,0336	0,0885	0,2695	8,0289	0,4041	0,0803	2,8612
1,94	0,3727	0,0316	0,0848	0,2596	8,2098		0,0782	2,9007
1,95	0,3662	0,0297	0,0812	0,2497	8,3985	0,3899	0,0763	2,9414
1,96	0,3597	0,0297	0,0776	0,2400	8,5943	0,3758	0,0743	2,9831
1,97	0,3532	0,0262	0,0741	0,2304	8,7984	0,2618	0,0724	3,0301
1,98	0,3466	0,0245	0,0707	0,2209	9,0112	0,3480	0,0704	3,0701
1,99	0,3400	0,0229	0,0674	0,2116	9,2329	0,3343	0,0685	3,1155
2,00	0,3333	0,0214	0,0642	0,2024	9,464	0,3203	0,0668	3,1622
2,01	0,3267	0,0199	0,0610	0,1934	9,706	0,3074	0,0648	3,2104
2,02	0,3199	0,0185	0,0579	0,1845	9,961	0,2942	0,0630	3,2603
2,03	0,3132	0,0172	0,0549	0,1758	10,224	0,2811	0,0612	3,3113
2,04	0,3064	0,0159	0,0520	0,1672	10,502	0,2683	0,0594	3,3642
2,05	0,2996	0,0147	0,0491	0,1588	10,794	0,2556	0,0576	3,4190
2,06	0,2927	0,0136	0,0464	0,1507	11,102	0,2431	0,0558	3,4759
2,07	0,2859	0,0125	0,0437	0,1427	11,422	0,2309	0,0541	3,5343
2,08	0,2789	0,0115	0,0411	0,1348	11,762	0,2189	0,0524	3,5951
2,09	0,2720	0,0105	0,0386	0,1272	12,121	0,2070	0,0507	3,6583

k = 1,4

$\lambda$	$\tau$	$\pi$	$\varepsilon$	q	y	f	r	M
2,10	0,2650	0,0096	0,0361	0,1198	12,500	0,1956	0,0490	3,7240
2,11	0,2580	0,0087	0,0338	0,1125	12,901	0,1843	0,0473	3,7922
2,12	0,2509	0,0079	0,0315	0,1055	13,326	0,1733	0,0157	3,8633
2,13	0,2439	0,0072	0,0294	0,0986	13,778	0,1626	0,0440	3,9376
2,14	0,2367	0,0065	0,0273	0,0921	14,259	0,1522	0,0424	4,0150
2,15	0,2296	0,0058	0,0253	0,0857	14,772	0,1420	0,0408	4,0961
2,16	0,2224	0,0052	0,0233	0,0795	15,319	0,1322	0,0393	4,1791
2,17	0,2152	0,0046	0,0215	0,0735	15,906	0,1226	0,0377	4,2702
2,18	0,2079	0,0041	0,0197	0,0678	16,537	0,1134	0,0361	4,3642
2,19	0,2006	0,0036	0,0180	0,0323	17,218	0,1045	0,0346	4,4633
2,20	0,1933	0,0032	0,0164	0,0570	17,949	0,0960	0,0331	4,5674
2,21	0,1860	0,0028	0,0149	0,0520	18,742	0,0878	0,0316	4,6778
2,22	0,1786	0,0024	0,0135	0,0472	19,607	0,0799	0,0300	4,7954
2,23	0,1712	0,0021	0,0121	0,0427	20,548	0,0724	0,0287	4,9201
2,24	0,1637	0,0018	0,0116	0,0408	22,983	0,0695	0,0273	5,0533
2,25	0,1563	0,00151	0,00966	0,0343	22,712	0,0585	0,0269	5,1958
2,26	0,1487	0,00127	0,00813	0,0290	23,968	0,0496	0,0256	5,3494
2,27	0,1412	0,00106	0,00479	0,0268	25,561	0,0461	0,0229	5,5147
2,28	0,1336	0,00087	0,00652	0,0234	26,893	0,0404	0,0216	5,6940
2,29	0,1260	0,00071	0,00564	0,0204	28,669	0,0352	0,0202	5,8891
2,30	0,1183	0,00057	0,00482	0,0175	30,658	0,0302	0,0189	6,1033
2,31	0,1106	0,00045	0,00307	0,0118	32,937	0,0258	0,0175	6,3399
2,32	0,1029	0,00035	0,00400	0,0124	33,551	0,0217	0,0161	6,6008
2,33	0,0952	0,00027	0,00280	0,0103	38,606	0,0180	0,0148	6,8935
2,34	0,0874	0,00020	0,00226	0,0083	42,233	0,0146	0,0135	7,2254
2,35	0,0796	0,00014	0,00170	0,0063	46,593	0,0111	0,0122	7,6053
2,36	0,0717	$0,242 \cdot 10^{-4}$	0,00138	0,0051	51,914	0,0090	0,0109	8,0450
2,37	0,0638	$0,242 \cdot 10^{-4}$	0,00130	0,0038	58,569	0,0068	0,0096	8,5619
2,38	0,0559	$0,413 \cdot 10^{-4}$	0,00074	0,0029	67,144	0,0049	0,0084	9,1882
2,39	0,0980	$0,242 \cdot 10^{-4}$	0,00050	0,0019	78,613	0,0034	0,0071	9,9624
2,40	0,0400	$0,242 \cdot 10^{-4}$	0,00032	0,0012	94,703	0,0022	0,0059	10,957
2,41	0,0320	$0,584 \cdot 10^{-5}$	0,00918	0,0007	118,94	0,0012	0,0047	12,306
2,42	0,0239	$0,211 \cdot 10^{-5}$	$0,884 \cdot 10^{-4}$	0,0003	159,65	0,0006	0,0035	14,287
2,43	0,0158	$0,242 \cdot 10^{-6}$	$0,315 \cdot 10^{-4}$	0,0001	242,16	0,0002	0,0025	17,631
2,44	0,0077	$0,316 \cdot 10^{-7}$	$0,310 \cdot 10^{-5}$	$0,058 \cdot 10^{-4}$	499,16	$0,285 \cdot 10^{-4}$	0,0011	25,367

k = 1,4

$\lambda$	$\tau$	$\pi$	$\varepsilon$	q	y	f	r	M
0,00	1,0000	1,0000	1,0000	0,0000	0,0000	1,0000	1,0000	0,0000
0,01	1,0000	0,9999	0,9999	0,0159	0,0159	1,0000	1,0000	0,0093
0,02	0,9999	0,9998	0,9999	0,0318	0,0318	1,0003	0,9995	0,0185
0,03	0,9999	0,9995	0,9997	0,0476	0,0477	1,0006	0,9990	0,0278
0,04	0,9998	0,9991	0,9993	0,0635	0,0636	1,0009	0,9982	0,0371
0,05	0,9997	0,9986	0,9990	0,0793	0,0795	1,0015	0,9972	0,0463
0,06	0,9995	0,9980	0,9985	0,0952	0,0954	1,0021	0,9959	0,0556
0,07	0,9993	0,9972	0,9979	0,1110	0,1113	1,0028	0,9944	0,0649
0,08	0,9991	0,9964	0,9973	0,1267	0,1272	1,0037	0,9928	0,0742
0,09	0,9989	0,9954	0,9968	0,1425	0,1431	1,0046	0,9908	0,0834
0,10	0,9986	0,9944	0,9958	0,1582	0,1591	1,0057	0,9887	0,0927
0,11	0,9983	0,9932	0,9949	0,1738	0,1750	1,0069	0,9864	0,1025
0,12	0,0980	0,9918	0,9938	0,1894	0,1910	1,0081	0,9838	0,1113
0,13	0,9976	0,9904	0,9928	0,2052	0,2072	1,0096	0,9810	0,1206
0,14	0,9972	0,9889	0,9917	0,2205	0,2220	1,0111	0,9781	0,1299
0,15	0,9968	0,9872	0,9903	0,2360	0,2390	1,0126	0,9749	0,1392
0,16	0,9964	0,9854	0,9890	0,2514	0,2551	1,0143	0,9715	0,1485
0,17	0,9959	0,9836	0,9877	0,2667	0,2712	1,0169	0,9679	0,1578
0,18	0,9954	0,9816	0,9862	0,2820	0,2873	1,0181	0,9642	0,1672
0,19	0,9949	0,9796	0,9846	0,2972	0,3034	1,0202	0,9602	0,1765
0,20	0,9943	0,9774	0,9830	0,3123	0,3195	1,0223	0,9561	0,1858
0,21	0,9938	0,9751	0,9812	0,3273	0,3357	1,0245	0,9518	0,1952
0,22	0,9932	0,9728	0,9795	0,3423	0,3519	1,0269	0,9473	0,2045
0,23	0,9925	0,9702	0,9775	0,3571	0,3681	1,0292	0,9427	0,2139
0,24	0,9918	0,9675	0,9755	0,3719	0,3844	1,0317	0,9378	0,2233
0,25	0,9912	0,9648	0,9734	0,3866	0,4007	1,0343	0,9329	0,2327
0,26	0,9904	0,9619	0,9712	0,4011	0,4170	1,0369	0,9277	0,2420
0,27	0,9897	0,9590	0,9690	0,4156	0,4334	1,0996	0,9224	0,2515
0,28	0,9889	0,9560	0,9667	0,4300	0,4498	1,0425	0,9170	0,2609
0,29	0,9881	0,9529	0,9644	0,4443	0,4662	1,0455	0,9114	0,2703
0,30	0,9873	0,9496	0,9619	0,4584	0,4827	1,0485	0,9057	0,2797
0,31	0,9864	0,9463	0,9594	0,4724	0,4992	1,0516	0,8999	0,2892
0,32	0,9855	0,9428	0,9567	0,4863	0,5158	1,0547	0,8940	0,2986
0,33	0,9846	0,9393	0,9540	0,5001	0,5324	1,0579	0,8879	0,3081
0,34	0,9836	0,9356	0,9510	0,5137	0,5491	1,0612	0,8817	0,3176
0,35	0,9827	0,9319	0,9484	0,5273	0,5658	1,0645	0,8754	0,3271
0,36	0,9817	0,9281	0,9455	0,5407	0,5826	1,0680	0,8690	0,3366
0,37	0,9806	0,9241	0,9424	0,5539	0,5994	1,0714	0,8625	0,3462
0,38	0,9796	0,9201	0,9393	0,5670	0,6162	1,0750	0,8560	0,3557
0,39	0,9785	0,9151	0,9331	0,5799	0,6332	1,0785	0,8493	0,3653

k = 1,33

$\lambda$	$\tau$	$\pi$	$\varepsilon$	q	y	f	r	M
0,40	0,9773	0,9118	0,9329	0,5928	0,6501	1,0822	0,8425	0,3749
0,41	0,9762	0,9075	0,9296	0,6055	0,6672	1,0859	0,8357	0,3845
0,42	0,9750	0,9030	0,9262	0,6179	0,6843	1,0896	0,8288	0,3941
0,43	0,9738	0,8985	0,9227	0,6303	0,7014	1,0033	0,8218	0,4037
0,44	0,9726	0,8940	0,9192	0,6425	0,7187	1,0972	0,8148	0,4134
0,45	0,9713	0,8893	0,9156	0,6549	0,7359	1,1010	0,8078	0,4230
0,46	0,9700	0,8850	0,9123	0,6666	0,7533	1,1053	0,8006	0,4305
0,47	0,9687	0,8797	0,9081	0,6780	0,7707	1,1088	0,7934	0,4424
0,48	0,9674	0,8749	0,9044	0,6896	0,7882	1,1128	0,7862	0,4522
0,49	0,9660	0,8699	0,9005	0,7609	0,8058	1,1168	0,7790	0,4619
0,50	0,9646	0,8648	0,8966	0,7121	0,8234	1,1207	0,7717	0,4717
0,51	0,9632	0,8596	0,8925	0,7230	0,8411	1,1246	0,7644	0,4815
0,52	0,9617	0,8544	0,8884	0,7339	0,8589	1,1287	0,7570	0,4913
0,53	0,9602	0,8491	0,8843	0,7445	0,8768	1,1327	0,7496	0,5011
0,54	0,9587	0,8436	0,8799	0,7548	0,8947	1,1365	0,7423	0,5110
0,55	0,9572	0,8382	0,8757	0,7651	0,9128	1,1406	0,7349	0,5208
0,56	0,9556	0,8327	0,8714	0,7752	0,9309	1,1447	0,7275	0,5308
0,57	0,9540	0,8271	0,8670	0,7850	0,9491	1,1487	0,7200	0,5407
0,58	0,9524	0,8214	0,8625	0,7946	0,9674	1,1526	0,7126	0,5506
0,59	0,9507	0,8156	0,8597	0,8040	0,9858	1,1565	0,7052	0,5606
0,60	0,9490	0,8098	0,8533	0,8133	1,0043	1,1605	0,6978	0,5706
0,61	0,9473	0,8040	0,8487	0,8224	1,0229	1,1645	0,6904	0,5807
0,62	0,9456	0,7980	0,8439	0,8312	1,0416	1,1634	0,6830	0,5907
0,63	0,9438	0,7921	0,8393	0,8399	1,0604	1,1724	0,6756	0,6008
0,64	0,9420	0,7860	0,8344	0,8483	1,0792	1,1762	0,6683	0,6109
0,65	0,9402	0,7798	0,8294	0,8564	1,0982	1,1799	0,6609	0,6211
0,66	0,9383	0,7737	0,8246	0,8545	1,1173	1,1838	0,6536	0,6313
0,67	0,9364	0,7674	0,8195	0,8722	1,1366	1,1874	0,6463	0,6415
0,68	0,9345	0,7612	0,8145	0,8798	1,1559	1,1911	0,6390	0,6517
0,69	0,9326	0,7548	0,8094	0,8871	1,1753	1,1947	0,6318	0,6620
0,70	0,9306	0,7483	0,8041	0,8941	1,1949	1,1981	0,6246	0,6723
0,71	0,9286	0,7419	0,7989	0,9011	1,2146	1,2017	0,6174	0,6826
0,72	0,9266	0,7354	0,7937	0,9077	1,2343	1,2051	0,6102	0,6930
0,73	0,9245	0,7289	0,7884	0,9143	1,2543	1,2086	0,6031	0,7034
0,74	0,9224	0,7223	0,7830	0,9204	1,2743	1,2118	0,5961	0,7139
0,75	0,9203	0,7157	0,7777	0,9265	1,2945	1,2151	0,5890	0,7243
0,76	0,9180	0,7090	0,7722	0,9322	1,3148	1,2182	0,5820	0,7348
0,77	0,9160	0,7023	0,7666	0,9377	1,3353	1,2212	0,5751	0,7454

k = 1,33

$\lambda$	$\tau$	$\pi$	$\varepsilon$	$q$	$y$	$f$	$r$	$M$
0,78	0,9138	0,6955	0,7611	0,9430	1,3559	1,2241	0,5682	0,7561
0,79	0,9116	0,6887	0,7555	0,9481	1,3766	1,2270	0,5613	0,7666
0,80	0,9094	0,6819	0,7499	0,9529	1,3975	1,2298	0,5545	0,7772
0,81	0,9071	0,6750	0,7442	0,9575	1,4185	1,2324	0,5477	0,7880
0,82	0,9048	0,6681	0,7384	0,9618	1,4397	1,2349	0,5410	0,7987
0,83	0,9024	0,6612	0,7326	0,9660	1,4610	1,2374	0,5313	0,8095
0,84	0,9001	0,6542	0,7268	0,9698	1,4825	1,2397	0,5277	0,8203
0,85	0,8977	0,6472	0,7210	0,9735	1,5042	1,2419	0,5211	0,8312
0,86	0,8953	0,6402	0,7151	0,9769	1,5260	1,2440	0,5146	0,8421
0,87	0,8928	0,6332	0,7092	0,9802	1,5479	1,2461	0,4082	0,8531
0,88	0,8903	0,6261	0,7032	0,9830	1,5701	1,2478	0,5018	0,8641
0,89	0,8878	0,6191	0,6973	0,9859	1,5924	1,2417	0,4954	0,8751
0,90	0,8853	0,6120	0,6913	0,9883	1,6149	1,2512	0,4891	0,8862
0,91	0,8827	0,6048	0,6852	0,9904	1,6376	1,2525	0,4829	0,8974
0,92	0,8801	0,5977	0,6791	0,9925	1,6605	1,2539	0,4767	0,9086
0,93	0,8775	0,5906	0,6730	0,9943	1,6835	1,2552	0,4705	0,9198
0,94	0,8749	0,5834	0,6669	0,9957	1,7068	1,2561	0,4645	0,9311
0,95	0,8722	0,5763	0,6608	0,9972	1,7302	1,2572	0,4584	0,9424
0,96	0,8695	0,5691	0,6545	0,9981	1,7539	1,2577	0,4525	0,9538
0,97	0,8667	0,5619	0,6483	0,9989	1,7778	1,2583	0,4466	0,9653
0,98	0,8640	0,5547	0,6420	0,9995	1,8018	1,2586	0,4407	0,9768
0,99	0,8612	0,5476	0,6359	1,0000	1,8261	1,2591	0,4349	0,9884
1,00	0,8584	0,5404	0,6296	1,0000	1,8506	1,2591	0,4292	1,0000
1,01	0,8555	0,5332	0,6233	1,0000	1,8754	1,2590	0,4235	1,0117
1,02	0,8527	0,5260	0,6169	1,9995	1,9003	1,2587	0,4179	1,0234
1,03	0,8497	0,5188	0,6105	0,9989	1,9255	1,2583	0,4123	1,0352
1,04	0,8468	0,5116	0,6042	0,9981	1,9509	1,2576	0,4068	1,0471
1,05	0,8439	0,5045	0,5979	0,9972	1,9766	1,2570	0,1014	1,0590
1,06	0,8409	0,4973	0,5914	0,9958	2,0025	1,2559	0,3960	1,0710
1,07	0,8379	0,4902	0,5850	0,9944	2,0286	1,2548	0,3906	1,0830
1,08	0,8348	0,4830	0,5786	0,9926	2,0550	1,2534	0,3854	1,0951
1,09	0,8317	0,4759	0,5722	0,9907	2,0818	1,2520	0,3801	1,1073
1,10	0,8286	0,4688	0,5658	0,9886	2,1087	1,2503	0,3750	1,1196
1,11	0,8255	0,4617	0,5593	0,9862	2,1360	1,2484	0,3698	1,1319
1,12	0,8223	0,4546	0,5528	0,9835	2,1635	1,2463	0,3648	1,1443
1,13	0,8192	0,4475	0,5463	0,9806	2,1913	1,2439	0,3598	1,1567
1,14	0,8159	0,4405	0,5399	0,9777	2,2194	1,2415	0,3548	1,1693



$k = 1,33$ 

$\lambda$	$\tau$	$\pi$	$\epsilon$	$q$	$y$	$f$	$r$	$M$
1,15	0,8127	0,4335	0,5334	0,9744	2,2478	1,2388	0,3499	1,1819
1,16	0,8094	0,4265	0,5260	0,9709	2,2765	1,2359	0,3451	1,1946
1,17	0,8061	0,4196	0,5105	0,9674	2,3035	1,2330	0,3403	1,2073
1,18	0,8028	0,4126	0,5140	0,9634	2,3349	1,2296	0,3336	1,2202
1,19	0,7994	0,4057	0,5075	0,9593	2,3646	1,2261	0,3309	1,2331
1,20	0,7961	0,3986	0,5007	0,9545	2,3940	1,2218	0,3263	1,2461
1,21	0,7926	0,3920	0,4946	0,9506	2,4249	1,2186	0,3217	1,2592
1,22	0,7892	0,3852	0,4881	0,9459	2,4556	1,2102	0,3127	1,2723
1,23	0,7857	0,3784	0,4816	0,9410	2,4867	1,2102	0,3127	1,2856
1,24	0,7822	0,3716	0,4751	0,9357	2,5181	1,2055	0,3083	1,2990
1,25	0,7778	0,3649	0,4686	0,9305	2,5500	1,2008	0,3039	1,3124
1,26	0,7752	0,3583	0,4622	0,9252	2,5821	1,1961	0,2996	1,3259
1,27	0,7716	0,3516	0,4557	0,9193	2,6147	1,1907	0,2953	1,3396
1,28	0,7680	0,3450	0,4493	0,9135	2,6477	1,1853	0,2911	1,3533
1,29	0,7643	0,3385	0,4429	0,9065	2,6811	1,1799	0,2869	1,3671
1,30	0,7606	0,3320	0,4365	0,9014	2,7149	1,1741	0,2828	1,3820
1,31	0,7570	0,3255	0,4300	0,3949	2,7492	1,1680	0,2787	1,3950
1,32	0,7532	0,3191	0,4236	0,8883	2,7838	1,1618	0,2747	1,4091
1,33	0,7495	0,3128	0,4173	0,8816	2,8190	1,1555	0,2707	1,4234
1,34	0,7457	0,3110	0,4110	0,8749	2,8545	1,1491	0,2667	1,4377
1,35	0,7419	0,3092	0,4046	0,8677	2,8905	1,1421	0,2629	1,4521
1,36	0,7380	0,2940	0,3984	0,8606	2,9271	1,1351	0,2590	1,4667
1,37	0,7342	0,2878	0,3920	0,8531	2,9642	1,1277	0,2552	1,4814
1,38	0,7303	0,2817	0,3857	0,8455	3,0017	1,1302	0,2515	1,4960
1,39	0,7264	0,2757	0,3796	0,8381	3,0398	1,1129	0,2477	1,5110
1,40	0,7224	0,2697	0,3733	0,8303	3,0784	1,1051	0,2441	1,529
1,41	0,7184	0,2637	0,3671	0,8221	3,1176	1,0968	0,2404	1,5412
1,42	0,7144	0,2578	0,3609	0,8140	3,1573	1,0885	0,2368	1,5564
1,43	0,7104	0,2520	0,3548	0,8060	3,1977	1,0803	0,2333	1,5719
1,44	0,7063	0,2463	0,3487	0,7976	3,2386	1,0717	0,2298	1,5875
1,45	0,7022	0,2406	0,3426	0,7891	3,2802	1,0629	0,2263	1,6031
1,46	0,6981	0,2349	0,3365	0,7805	3,3222	1,0539	0,2229	1,6188
1,47	0,6940	0,2294	0,3305	0,7718	3,3649	1,0447	0,2195	1,6349
1,48	0,6398	0,2238	0,3245	0,7629	3,4083	1,0353	0,2162	1,651
1,49	0,6856	0,2184	0,3186	0,754	3,4524	1,0258	0,2129	1,6672
1,50	0,6813	0,2138	0,3126	0,7449	3,4972	1,016	0,2097	1,6836
1,51	0,6771	0,2077	0,3067	0,7357	3,5426	1,0061	0,2064	1,7002
1,52	0,6723	0,2024	0,3009	0,7265	3,5892	1,9061	0,2032	1,7169
1,53	0,6685	0,1973	0,2951	0,7172	3,6358	1,9858	0,2001	1,7338
1,54	0,6641	0,1921	0,2893	0,7077	3,6836	1,9754	0,197	1,7508

k = 1,33

$\lambda$	$\tau$	$\pi$	$\varepsilon$	$q$	$y$	$f$	$r$	$M$
1,55	0,6597	0,1871	0,2836	0,6982	3,7321	0,9649	0,1939	1,768
1,56	0,6553	0,1821	0,2779	0,6886	3,7813	0,6541	0,1909	1,7854
1,57	0,6509	0,1772	0,2722	0,6789	3,8314	0,9432	0,1879	1,8029
1,58	0,6464	0,1723	0,2666	0,6691	3,8825	0,9321	0,1849	1,8207
1,59	<u>0,642</u>	0,1676	<u>0,261</u>	0,6593	3,9345	0,9209	<u>0,182</u>	1,8386
1,60	0,6374	0,1628	0,2554	0,6492	3,9874	0,9093	0,1791	1,8567
1,61	0,6329	0,1582	<u>0,25</u>	0,6394	<u>4,041</u>	0,8981	0,1762	<u>1,875</u>
1,62	0,6283	0,1537	0,2446	0,6294	4,0957	0,8865	0,1734	1,8935
1,63	0,6237	0,1492	0,2392	0,6193	4,1515	0,8746	0,1706	1,9122
1,64	0,6191	0,1448	0,2338	0,6092	<u>4,208</u>	0,8628	0,1678	1,9311
1,65	0,6144	0,1404	0,2286	0,5994	4,2659	0,8508	0,1651	1,9503
1,66	0,6097	0,1362	0,2233	0,5889	<u>4,325</u>	0,8387	0,1623	1,9696
1,67	<u>0,605</u>	<u>0,132</u>	0,2181	0,5786	4,3849	0,8264	0,1597	1,9892
1,68	0,6003	0,1276	<u>0,213</u>	0,5684	4,4458	0,8141	<u>0,157</u>	2,0089
1,69	0,5955	0,1238	0,2079	0,5561	4,5082	0,8016	0,1544	<u>2,029</u>
1,70	0,5907	0,1198	0,2029	0,5478	4,5718	<u>0,789</u>	0,1519	2,0493
1,71	0,5859	0,1159	0,1979	0,5374	4,6362	0,7764	0,1493	2,0698
1,72	<u>0,581</u>	0,1121	<u>0,192</u>	0,5271	4,7027	0,7637	0,1468	2,0906
1,73	0,5761	0,1083	0,1881	0,5168	4,7703	0,7509	0,1443	2,1112
1,74	0,5712	0,1047	0,1833	0,5065	<u>4,839</u>	0,7381	0,1418	<u>2,133</u>
1,75	0,5663	0,1011	0,1785	0,4961	<u>4,909</u>	<u>0,725</u>	0,1394	2,1546
1,76	0,5613	0,0975	0,1738	0,4858	4,9808	<u>0,712</u>	<u>0,137</u>	2,1765
1,77	0,5563	0,0941	0,1691	0,4755	5,0543	<u>0,699</u>	0,1346	2,1987
1,78	0,5513	0,0907	0,1645	0,4652	5,1291	0,6858	0,1323	2,2211
1,79	0,5462	0,0874	<u>0,162</u>	<u>0,455</u>	5,2057	0,6727	0,1299	2,2439
1,80	0,5411	0,0842	0,1555	0,4447	5,2839	0,6595	0,1276	2,2670
1,81	0,5360	0,0810	0,1511	0,4345	5,3642	0,6462	0,1254	2,2905
1,82	0,5309	0,0779	0,1468	0,4243	5,4459	0,6329	0,1231	2,3143
1,83	0,5257	0,0749	0,1425	0,4142	5,5297	0,6197	0,1209	2,3384
1,84	0,5205	0,0720	0,1383	0,4041	5,6153	0,6063	0,1187	2,3629
1,85	0,5153	0,0691	0,1341	0,3927	5,6835	0,5930	0,1165	2,3877
1,86	0,5100	0,0663	0,1300	0,3841	5,7928	0,5797	0,1144	2,4130
1,87	0,5047	0,0636	0,1260	0,3741	5,8800	0,5664	0,1122	2,4386
1,88	0,4994	0,0609	0,1220	0,3643	5,9795	0,5531	0,1101	2,4647
1,89	0,4941	0,0583	0,1181	0,3545	6,0764	0,5398	0,1081	2,4911
1,90	0,4887	0,0558	0,1142	0,3447	6,1757	0,5266	0,1060	2,5180
1,91	0,4833	0,0534	0,1105	0,3351	6,2779	0,5134	0,1040	2,5454
1,92	0,4779	0,0510	0,1067	0,3256	6,3820	0,5002	0,1020	2,5731
1,93	0,4724	0,0487	0,1031	0,3161	6,4899	0,4871	0,1000	2,6015
1,94	0,4670	0,0465	0,0995	0,3064	6,5940	0,4740	0,0980	2,6302

k = 1,33

$\lambda$	$\tau$	$\pi$	$\varepsilon$	$q$	$y$	$f$	$r$	$M$
1,95	0,4615	0,0443	0,0960	0,2973	6,7128	0,4609	0,0961	2,6596
1,96	0,4559	0,0422	0,0925	0,2881	6,8289	0,4480	0,0942	2,6894
1,97	0,4504	0,0402	0,0892	0,2790	6,9487	0,4352	0,0923	2,7198
1,98	0,4448	0,0382	0,0858	0,2700	7,0720	0,4224	0,0904	2,7507
1,99	0,4391	0,0363	0,0826	0,2611	7,1985	0,4097	0,0885	2,7822
2,00	0,4335	0,0344	0,0794	0,2523	7,3288	0,3971	0,0867	2,8143
2,01	0,4278	0,0326	0,0763	0,2436	7,4635	0,3845	0,0849	2,8471
2,02	0,4221	0,0309	0,0733	0,2351	7,6020	0,3723	0,0831	2,8806
2,03	0,4164	0,0293	0,0703	0,2267	7,7448	0,3600	0,0813	2,9147
2,04	0,4106	0,0277	0,0674	0,2183	7,8923	0,3477	0,0795	2,9496
2,05	0,4048	0,0261	0,0645	0,2101	8,0444	0,3357	0,0778	2,9852
2,06	0,3990	0,0247	0,0618	0,2022	8,2016	0,3240	0,0761	3,0215
2,07	0,3931	0,0232	0,0591	0,1942	8,3639	0,3122	0,0744	3,0587
2,08	0,3873	0,0219	0,0564	0,1864	8,5323	0,3005	0,0727	3,0967
2,09	0,3814	0,0205	0,0539	0,1788	8,7059	0,2891	0,0710	3,1356
2,10	0,3794	0,0193	0,0514	0,1713	8,8854	0,2778	0,0694	3,1754
2,11	0,3695	0,0181	0,0489	0,1640	9,0725	0,2668	0,0678	3,2162
2,12	0,3635	0,0169	0,0466	0,1569	9,2652	0,2559	0,0662	3,2579
2,13	0,3574	0,0158	0,0443	0,1500	9,4829	0,2551	0,0646	3,3007
2,14	0,3514	0,0148	0,0420	0,1429	9,6737	0,2345	0,0630	3,3446
2,15	0,3463	0,0138	0,0399	0,1362	9,8903	0,2242	0,0614	3,3897
2,16	0,3392	0,0128	0,0378	0,1296	10,1160	0,2140	0,0599	3,4360
2,17	0,3331	0,0119	0,0357	0,1232	10,3490	0,2041	0,0583	3,4836
2,18	0,3269	0,0110	0,0338	0,1170	10,5920	0,1943	0,0568	3,5824
2,19	0,3207	0,0102	0,0319	0,1109	10,8470	0,1847	0,0553	3,5828
2,20	0,3145	0,0094	0,0300	0,1050	11,1110	0,1755	0,0539	3,6344
2,21	0,3083	0,0087	0,0282	0,0993	11,3880	0,1664	0,0544	3,6877
2,22	0,3020	0,0080	0,0266	0,0937	11,6780	0,1575	0,0509	3,7428
2,23	0,2957	0,0074	0,0249	0,0883	11,9800	0,1488	0,0495	3,7995
2,24	0,2894	0,0068	0,0233	0,0830	12,2970	0,1404	0,0481	3,8579
2,25	0,2830	0,00620	0,0218	0,0780	12,6290	0,1323	0,0467	3,9185
2,26	0,2766	0,00560	0,0204	0,0731	12,9780	0,1243	0,0453	3,9811
2,27	0,2702	0,00512	0,0190	0,0684	13,3450	0,1167	0,0439	4,0458
2,28	0,2638	0,00465	0,0176	0,0638	13,7320	0,1092	0,0426	4,0452
2,29	0,2573	0,00421	0,0163	0,0595	14,1390	0,1021	0,0412	4,1828
2,30	0,2508	0,00379	0,0151	0,0553	14,5680	0,0951	0,0399	4,2551
2,31	0,2443	0,00341	0,0140	0,0512	15,0230	0,0885	0,0385	4,3304
2,32	0,2377	0,00306	0,0139	0,0474	15,5050	0,0881	0,0372	4,4086

k = 1,33

$\lambda$	$\tau$	$\pi$	$\varepsilon$	$q$	$y$	$f$	$r$	$M$
2,33	0,2311	0,00273	0,01180	0,0437	16,0140	0,0795	0,0310	4,4903
2,34	0,2245	0,00243	0,01080	0,0402	16,5570	0,0700	0,0347	4,5756
2,35	0,2179	0,00215	0,00990	0,0369	17,1360	0,0644	0,0334	4,6647
2,36	0,2112	0,00190	0,00900	0,0337	17,7510	0,0590	0,0321	4,7578
2,37	0,2045	0,00167	0,00810	0,0307	19,1180	0,0419	0,0297	4,9588
2,38	0,1978	0,00146	0,00740	0,0278	18,4110	0,0539	0,0309	4,8557
2,39	0,1910	0,00127	0,00660	0,0252	19,8760	0,0445	0,0285	5,0665
2,40	0,1842	0,00109	0,00590	0,0226	20,6960	0,0402	0,0272	5,1807
2,41	0,1774	0,00095	0,00530	0,0205	21,5790	0,0364	0,0261	5,3011
2,42	0,1706	0,00080	0,00470	0,0181	22,5360	0,0323	0,0249	5,4288
2,43	0,1637	0,00068	0,00410	0,0160	23,5810	0,0287	0,0237	5,5645
2,44	0,1568	0,00057	0,00360	0,0141	24,7190	0,0254	0,0225	5,7089
2,45	0,1499	0,00048	0,00320	0,0124	26,0500	0,0223	0,0214	5,8630
2,46	0,1429	0,00039	0,00270	0,0108	27,3450	0,0194	0,0203	6,0288
2,47	0,1359	0,00032	0,00240	0,0093	28,8630	0,0168	0,0191	6,2067
2,48	0,1289	0,00026	0,00200	0,0079	30,5560	0,0144	0,0180	6,3990
2,49	0,1219	0,00021	0,00170	0,00670	32,4590	0,0122	0,01690	6,6079
2,50	0,1148	0,000163	0,00142	0,00503	34,5870	0,01030	0,01580	6,8355
2,51	0,1077	0,000126	0,001169	0,00466	37,1020	0,00853	0,01480	7,0981
2,52	0,1006	$0,955 \cdot 10^{-4}$	0,000949	0,00380	36,7980	0,00698	0,01370	7,3614
2,53	0,0934	$0,710 \cdot 10^{-4}$	0,000759	0,00305	43,0110	0,00562	0,01273	7,6681
2,54	0,0863	$0,514 \cdot 10^{-4}$	0,000596	0,00240	46,7740	0,00444	0,01160	8,0125
2,55	0,0791	$0,362 \cdot 10^{-4}$	0,000457	0,00185	51,2420	0,00343	0,01050	8,4028
2,56	0,0718	$0,240 \cdot 10^{-4}$	0,000342	0,00139	56,6290	0,00258	0,00952	8,8506
2,57	0,0646	$0,160 \cdot 10^{-4}$	0,000248	0,00101	63,2480	0,00188	0,00850	9,3716
2,58	0,0573	$0,986 \cdot 10^{-5}$	0,000172	0,00070	71,5720	0,00132	0,00748	9,9892
2,59	0,0499	$0,588 \cdot 10^{-5}$	0,000114	0,00047	82,3930	0,00088	0,00648	10,7387
2,60	0,0426	$0,299 \cdot 10^{-5}$	$0,702 \cdot 10^{-4}$	0,00029	96,9980	0,00054	0,00548	11,67360
2,61	0,0352	$0,139 \cdot 10^{-5}$	$0,394 \cdot 10^{-4}$	0,00016	117,7900	0,00031	0,00450	12,88800
2,62	0,0278	$0,536 \cdot 10^{-6}$	$0,193 \cdot 10^{-4}$	$0,802 \cdot 10^{-4}$	119,6800	$0,152 \cdot 10^{-4}$	0,00353	14,55790
2,63	0,0204	$0,153 \cdot 10^{-6}$	$0,750 \cdot 10^{-5}$	$0,313 \cdot 10^{-4}$	205,1700	$0,594 \cdot 10^{-4}$	0,00257	17,07770
2,64	0,0129	$0,243 \cdot 10^{-7}$	$0,188 \cdot 10^{-5}$	$0,782 \cdot 10^{-5}$	322,2600	$0,150 \cdot 10^{-4}$	0,00162	21,53660
2,65	0,0054	$0,728 \cdot 10^{-9}$	$0,135 \cdot 10^{-6}$	$0,567 \cdot 10^{-5}$	779,1200	$0,108 \cdot 10^{-5}$	0,00067	33,39910

**Bảng 4.**  
**Hệ số đặc trưng lưu lượng K của các ống dẫn nước tròn**  
 tính theo công thức của Pavolópki  $c = \frac{1}{n} R^y; y = f(n, R)$

Đường kính d(m)	Diện tích $\omega$ (m <sup>2</sup> )	Hệ số đặc trưng lưu lượng K(m <sup>3</sup> /s) với các giá trị n khác nhau			
		0,011	0,020	0,030	0,040
1,0	0,7854	29,806	14,707	8,934	6,185
1,5	1,7672	86,664	44,307	27,638	19,716
2,0	3,1416	184,573	96,618	61,747	44,644
2,5	1,9087	328,123	174,196	112,663	82,338
3,0	7,0690	535,31	288,90	188,636	140,02
3,5	9,6210	801,70	436,92	288,762	215,18
4,0	12,566	1140,00	628,32	418,67	314,16
5,0	19,635	2049,87	1142,71	707,21	582,86
6,0	28,274	3311,98	1865,37	1270,16	969,02
7,0	38,481	4961,79	2813,88	1926,71	1479,38
8,0	50,266	7052,81	4025,73	2766,80	2133,78
9,0	63,617	9600,30	5501,31	3795,18	2935,30
10,0	78,540	12702,26	7302,86	5051,05	3918,91
12,0	113,097	20427,94	11798,90	8198,57	6359,27
14,0	153,938	30628,30	17703,39	1232,40	9585,74
16,0	201,062	43469,17	25132,50	17532,43	13632,00

**Hệ số đặc trưng lưu lượng K của các ống dẫn nước theo công thức Manning**

$$C = \frac{1}{n} R^{1/6}$$

d, mm	$\omega$ , m <sup>2</sup>	K, (l/s)		
		Ống sạch (n = 0,011)	Các điều kiện tính bình thường (n = 0,0125)	Ống bẩn (n = 0,0143)
50	0,00196	9,624	8,460	7,403
75	0,00442	28,37	24,94	21,83
100	0,00785	61,11	53,72	47,01
125	0,01227	110,80	97,40	85,23
150	0,01767	180,20	158,40	138,50
170	0,02405	271,80	238,90	209,00
200	0,03142	388,00	341,10	298,50
225	0,03976	531,20	467,00	408,60
250	0,04909	703,50	618,50	541,20
300	0,07068	1,144.10 <sup>3</sup>	1.006.10 <sup>3</sup>	880,00
350	0,09621	1,726.10 <sup>3</sup>	1,517.10 <sup>3</sup>	1,327.10 <sup>3</sup>
400	0,12566	2,464.10 <sup>3</sup>	2,166.10 <sup>3</sup>	1,895.10 <sup>3</sup>
450	0,15904	3,373.10 <sup>3</sup>	2,965.10 <sup>3</sup>	2,594.10 <sup>3</sup>
500	0,19635	4,467.10 <sup>3</sup>	3,927.10 <sup>3</sup>	3,436.10 <sup>3</sup>
600	0,28371	7,264.10 <sup>3</sup>	6,386.10 <sup>3</sup>	5,587.10 <sup>3</sup>
700	0,38485	10,96.10 <sup>3</sup>	9,632.10 <sup>3</sup>	8,428.10 <sup>3</sup>
750	0,44179	13,17.10 <sup>3</sup>	11,580.10 <sup>3</sup>	10,13.10 <sup>3</sup>
800	0,50266	15,64.10 <sup>3</sup>	13,75.10 <sup>3</sup>	12,03.10 <sup>3</sup>
900	0,63617	21,12.10 <sup>3</sup>	13,83.10 <sup>3</sup>	16,47.10 <sup>3</sup>
1.000	0,78540	28,36.10 <sup>3</sup>	24,93.10 <sup>3</sup>	21,82.10 <sup>3</sup>
1.200	1,13090	46,12.10 <sup>3</sup>	40,55.10 <sup>3</sup>	35,48.10 <sup>3</sup>
1.400	1,5391	66,57.10 <sup>3</sup>	61,16.10 <sup>3</sup>	53,52.10 <sup>3</sup>
1.600	2,0106	99,33.10 <sup>3</sup>	87,32.10 <sup>3</sup>	76,41.10 <sup>3</sup>
1.800	2,5447	136,00.10 <sup>3</sup>	119,50.10 <sup>3</sup>	101,6.10 <sup>3</sup>
2.000	3,1416	180,10.10 <sup>3</sup>	158,30.10 <sup>3</sup>	138,5.10 <sup>3</sup>

## ĐỊNH LÝ CHUYỂN ĐỔI REYNOLDS

Trong các chương 2, 3, 4, theo phương pháp Ole ta đã thành lập được các phương trình cơ bản của thủy khí động lực ứng dụng. Có thể nhận được các phương trình ấy nhờ áp dụng định lý chuyển đổi Reynolds sau đây.

Nếu đại lượng đặc trưng  $F$  cho một thể tích  $V$  bất kì; đại lượng  $f$  cho một đơn vị thể tích:  $F = \int_V f dV$  thì:

$$\frac{dF}{dt} = \int_V \left[ \frac{\partial f}{\partial t} + \text{div}(f\vec{u}) \right] dV \quad (1)$$

Ta chứng minh ngắn gọn như sau.

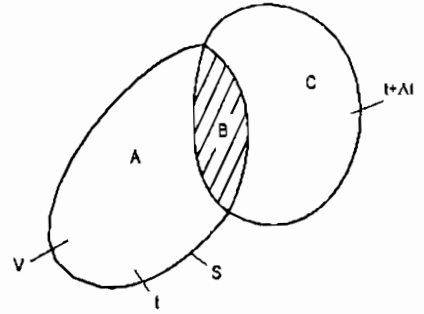
Xét thể tích kiểm tra  $V$ , có diện tích  $S$  (xem hình bên).

Tại thời điểm  $t$ :

$$F(t) = F_A(t) + F_B(t);$$

Tại thời điểm  $t + \Delta t$ :

$$F(t+\Delta t) = F_B(t+\Delta t) + F_C(t+\Delta t)$$



$$\begin{aligned} \frac{dF}{dt} &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left\{ \frac{[F_A(t) + F_B(t)] - [F_B(t+\Delta t) + F_C(t+\Delta t)]}{\Delta t} \right\} \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left\{ \frac{[F_B(t) - F_B(t+\Delta t)]}{\Delta t} + \frac{[F_A(t) - F_C(t+\Delta t)]}{\Delta t} \right\} \\ &= \int_V \frac{\partial f}{\partial t} dV + \int_S f \vec{u} d\vec{s}; \end{aligned}$$

vì:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{F_B(t) - F_B(t+\Delta t)}{\Delta t} = \int_V \frac{\partial f}{\partial t} dV$$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{F_A(t) - F_C(t+\Delta t)}{\Delta t} = \int_S f \vec{u} d\vec{s}$$

$$\vec{u} d\vec{s} = \vec{u} n ds$$

Theo công thức Ôxtogradski - Gauss:

$$\int_S f \vec{u} d\vec{s} = \int_V \text{div}(f\vec{u}) dV$$

Vậy:

$$\frac{dF}{dt} = \int_V \left[ \frac{\partial f}{\partial t} + \text{div}(f\vec{u}) \right] dV$$

Áp dụng

a) Phương trình liên tục (3.1)

Ta có định luật bảo toàn khối lượng:  $\frac{dm}{dt} = 0$

Ở đây đại lượng F chính là khối lượng m; còn  $f = \rho$  vì  $m = \int_V \rho dV$

Áp dụng công thức (1):

$$\frac{dm}{dt} = \int_V \left[ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{u}) \right] dV = 0$$

Do thể tích V bất kì, nên:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{u}) = 0 \quad (2)$$

Đó chính là phương trình liên tục (3.1).

b) Phương trình Ole động (4.8)

Ở đây đại lượng F chính là động lượng  $m \vec{u}$ ; còn  $f = \rho \vec{u}$ .

Theo định lí biến thiên động lượng  $\frac{d(m\vec{u})}{dt} = \sum \vec{F}_e$  (3)

Xét về trái phương trình (3)

$$\frac{d(m\vec{u})}{dt} = \int_V \left[ \frac{\partial(\rho \vec{u})}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{u} \cdot \vec{u}) \right] dV$$

Triển khai số hạng  $\text{div}(\rho \vec{u} \cdot \vec{u}) = \vec{u} \text{div}(\rho \vec{u}) + \rho(\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u}$

Theo phương trình (2) khi  $\rho = \text{const}$ :  $\text{div}(\rho \vec{u}) = 0$

nên 
$$\frac{d(m\vec{u})}{dt} = \int_V \left[ \rho \frac{\partial(\rho \vec{u})}{\partial t} + \rho(\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} \right] dV \quad (4)$$

Xét về phải phương trình (3). Ngoại lực ở đây gồm lực khối và lực mặt:

$$\sum \vec{F}_e = m\vec{g} - \int_S p d\vec{S}$$

hay là: 
$$= \int_V \rho \vec{g} dV - \int_V \nabla p dV \quad (5)$$

Kết hợp (4), (5) ta được:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} = -\vec{g} - \frac{\nabla p}{\rho}$$

Đây chính là phương trình Ole động (4.8) cho trường hợp lực khối chỉ là trọng lực. Tương tự, có thể nhận được phương trình Navie-Stóc (4.6).

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Trần Sĩ Phiệt, Vũ Duy Quang. *Thủy khí động lực kỹ thuật. Tập I, II*. Nhà xuất bản Đại học và Trung học chuyên nghiệp, Hà Nội, 1979.
2. Nguyễn Hữu Chí. *Cơ học chất lỏng ứng dụng. Tập I, II*. Nhà xuất bản Đại học và Trung học chuyên nghiệp, Hà Nội, 1976.
3. Vũ Duy Quang. *Ngành Từ thủy động*. Nhà xuất bản Khoa học và kỹ thuật, Hà Nội, 1979.
4. Vũ Duy Quang et al. *Thủy khí động lực kỹ thuật. Phần II. Phương pháp và dụng cụ đo. Tập I, II*. Nhà xuất bản Đại học và Trung học chuyên nghiệp, Hà Nội, 1984.
5. Nguyễn Hữu Chí et al. *Bài tập cơ học chất lỏng ứng dụng. Tập I, II*. Nhà xuất bản Đại học và Trung học chuyên nghiệp, Hà Nội, 1979.
6. Vũ Duy Quang et al. *Bài tập Thủy lực và máy thủy lực*. Nhà xuất bản Đại học và Trung học chuyên nghiệp, Hà Nội, 1979.
7. Sarmant J.P. *Exercices et problèmes de mécanique*. Paris, 1987.
8. B.Halphen. *Mécanique 1. Concepts généraux et mécanique des fluides*. Paris, 1992.
9. M. Keith Moffatt. *Dynamique des fluides*. Paris, 1994.
10. R.V. Giles et al. *Theory and Problems of fluid mechanics and hydraulics*. Schaum's outline Series. New York, 1994.
11. Vũ Duy Quang. *Thủy khí động lực ứng dụng*. Nhà xuất bản Xây dựng, Hà Nội, 2006.
12. Munson B.R., Young D.F. *Okiishi T. H. Fundamentals of fluid mechanics*. Wiley, New York, 2000.
13. Potter M.C., Wiggert D.C. *Mechanics of fluids*. Brooks/Cole, USA, 2002.
14. Nguyễn Phước Hoàng et al. *Thủy lực và Máy thủy lực. Tập I, II*. Nhà xuất bản Đại học và Trung học chuyên nghiệp, Hà Nội, 1972.



## MỤC LỤC

	Trang
<i>Lời nói đầu</i>	3
<b>Chương 1. Mở đầu</b>	5
§1.1. Đối tượng, phương pháp nghiên cứu môn học - ứng dụng	5
§1.2. Sơ lược lịch sử phát triển môn học	6
§1.3. Một số định nghĩa và tính chất cơ lí của chất lỏng.	7
<b>Chương 2. Tĩnh học chất lỏng</b>	9
§2.1. Áp suất thủy tĩnh	9
§2.2. Phương trình vi phân cân bằng của chất lỏng - Phương trình Ole tĩnh	10
§2.3. Phương trình cơ bản thủy tĩnh	11
§2.4. Tĩnh tương đối	13
§2.5. Tính áp lực thủy tĩnh	15
§2.6. Một số nguyên lí thủy tĩnh	18
§2.7. Tĩnh học chất khí	19
§2.8. Ví dụ và bài tập	22
<b>Chương 3. Động học chất lỏng</b>	41
§3.1. Hai phương pháp nghiên cứu chuyển động của chất lỏng	41
§3.2. Các đặc trưng động học	42
§3.3. Định lí Cosi - Hemhon (định lí Hemhon 1)	45
§3.4. Phương trình liên tục	46
<b>Chương 4. Động lực học chất lỏng</b>	49
§4.1. Phương trình vi phân chuyển động của chất lỏng thực	49
§4.2. Phương trình vi phân chuyển động của chất lỏng lí tưởng	52
§4.3. Tích phân phương trình vi phân chuyển động của chất lỏng lí tưởng	53
§4.4. Phương trình Bécnuili đối với chất lỏng thực	57
§4.5. Áp dụng phương trình Bécnuili	60

§4.6. Các định lí Ôle	62
§4.7. Ví dụ và bài tập	68
<b>Chương 5. Chuyển động một chiều của chất lỏng không nén được</b>	103
§5.1. Tổn thất năng lượng trong dòng chảy	103
§5.2. Dòng chảy rối trong ống	106
§5.3. Dòng chảy tầng trong ống - Dòng Hagen - Poiseuille	108
§5.4. Dòng chảy tầng có áp trong các khe hẹp	110
§5.5. Dòng chảy trong khe hẹp do ma sát	111
§5.6. Ví dụ và bài tập	114
<b>Chương 6. Chuyển động một chiều của chất khí</b>	128
§6.1. Các phương trình cơ bản của chất khí	128
§6.2. Các thông số dòng khí	130
§6.3. Chuyển động của chất khí trong ống phun	132
§6.4. Tính toán dòng khí bằng các hàm khí động và biểu đồ	135
<b>Chương 7. Tính toán thủy lực đường ống</b>	140
§7.1. Cơ sở lí thuyết để tính toán đường ống	140
§7.2. Tính toán thủy lực đường ống ngắn phức tạp	142
§7.3. Phương pháp dùng hệ số đặc trưng lưu lượng K	145
§7.4. Hiện tượng va đập thủy lực trong đường ống	146
§7.5. Chuyển động của chất khí trong ống dẫn	150
§7.6. Ví dụ và bài tập	158
<b>Chương 8. Lực tác dụng lên vật ngập trong chất lỏng chuyển động</b>	173
§8.1. Lực cản, lực nâng	173
§8.2. Lớp biên	176
§8.3. Một số bài toán lớp biên	181
§8.4. Lớp biên nhiệt độ	188
<b>Chương 9. Mô hình hoá. Cơ sở lí thuyết thứ nguyên, tương tự</b>	199
§9.1. Mở đầu	199

§9.2. Lí thuyết thứ nguyên	199
§9.3. Các tiêu chuẩn tương tự	202
§9.4. Mô hình hóa từng phần	205
<b>Chương 10. Bơm li tâm và máy thủy lực cánh dẫn</b>	207
§10.1. Khái niệm chung về máy thủy lực	207
§10.2. Giới thiệu chung về bơm li tâm	208
§10.3. Sơ đồ cấu tạo và nguyên lý hoạt động của bơm li tâm	209
§10.4. Các thông số cơ bản của bơm li tâm	210
§10.5. Đường đặc tính của bơm li tâm	222
§10.6. Điểm làm việc và điều chỉnh bơm li tâm	225
§10.7. Ghép bơm	226
§10.8. Những chú ý khi sử dụng bơm li tâm	228
§10.9. Một số vấn đề về máy thủy lực cánh dẫn	228
<b>Chương 11. Bơm pittông và máy thủy lực thể tích</b>	237
§11.1. Khái niệm chung	237
§11.2. Phân loại	238
§11.3. Các thông số cơ bản của pittông	240
§11.4. Đường đặc tính của bơm pittông	248
§11.5. Một số vấn đề về máy thủy lực thể tích	250
<b>Chương 12. Truyền động thủy lực</b>	270
§12.1. Giới thiệu chung	270
§12.2. Truyền động thủy động	271
§12.2. Truyền động thủy lực thể tích	277
<b>PHU LỤC</b>	309
<b>TÀI LIỆU THAM KHẢO</b>	328

# GIÁO TRÌNH KỸ THUẬT THỦY KHÍ

**Tác giả: GS, TSKH. Vũ Duy Quang** (*Chủ biên*)

*Chịu trách nhiệm xuất bản:* **TS. Phạm Văn Diễm**

*Biên tập và sửa bài:* **ThS. Nguyễn Huy Tiến**

**Quang Ngọc - Ngọc Diệp**

*Trình bày bìa:* **Xuân Dũng**

**NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT**

70 Trần Hưng Đạo, Hà Nội

---

In 300 cuốn, khổ 19 x 27 cm, tại xưởng in NXB Văn hóa Dân tộc  
Số đăng ký kế hoạch xuất bản: 209-2009/CXB/619-10/KHKT-18/3/2008  
Quyết định xuất bản số: 63/QĐXB-NXBKHKT - 31/3/2009  
In xong và nộp lưu chiểu Quý II năm 2009.

QT I

209023B00



*Giá: 108.000đ*